5. *Волкова С. Ю.* Нормальные связности на S-распределении, ассоциированные с базисным Λ-подрасслоением // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Чебоксары, 2006. Вып. 5.

6. *Попов Ю. И.* Сильно взаимные трехсоставные распределения проективного пространства. Калининград, 2003. Деп. в ВИНИТИ РАН, 29.09. 2003, №1743 — В2003.

7. *Столяров А. В.* Двойственная теория оснащенных многообразий: Монография. Чебоксары, 1992.

S. Volkova

DUAL NORMAL CONNECTIONS ON S-DISTRIBUTION, ASSOCIATED WITH BASIS Λ-SUBBUNDLE

Special class of composed three-part distributions of the projective space (S-distributions) is studied. Normal connections induced in the bundles of the 2-nd kinds normals of equipped in sense of Norden–Bortolotti for the Λ-subbundle of the given S-distribution are considered.

УДК 514.75

А. В. Вялова

(Калининградский государственный технический университет)

ТЕНЗОР ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ НА ТОЧЕЧНО-ПЛОСКОСТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

На точечно-плоскостной поверхности в проективном пространстве построен объект, не являющийся тензором, но содержащий подтензор, названный тензором неабсолютных перенесений, или тензором параллельности. При сужении базы расслоения, ассоциирован-

ного с точечно-плоскостной поверхностью, построенный объект образует тензор. При обращении этого тензора в нуль параллельные перенесения оснащающих плоскостей вдоль суженной базы расслоения являются абсолютными.

В n-мерном проективном пространстве P_n точечно-плоскостная поверхность S_{h+r} представляется вырожденным многообразием троек (A, L_h, T_m), причем точка A $(A \in L_h \subset T_m)$ и касательная плоскость T_m $(m = h+r)$ описывают m-мерные семейства, а образующая L_h — r-мерное семейство.

Уравнения поверхности S_{h+r} имеют вид [1]:

$$\omega^\alpha = 0, \quad \omega_a^i = \Lambda_{aj}^i \omega^j, \quad \omega_a^\alpha = \Lambda_{ai}^\alpha \omega^i, \quad \omega_i^\alpha = \Lambda_{ia}^\alpha \omega^a + \Lambda_{ij}^\alpha \omega^j,$$

где индексы принимают следующие значения:

$$a,\ldots = \overline{1,h}; \quad i,\ldots = \overline{h+1,m}; \quad \alpha,\ldots = \overline{m+1,n}; \quad u,\ldots = \overline{1,m}.$$

Совокупность функций $\Lambda^1 = \{\Lambda_{aj}^i, \Lambda_{ai}^\alpha = \Lambda_{ia}^\alpha, \Lambda_{ij}^\alpha\}$ составляет фундаментальный объект 1-го порядка многообразия S_{h+r}.

С поверхностью S_{h+r} ассоциируется главное расслоение $G(S_{h+r})$, базой которого является сама поверхность, а типовым слоем — подгруппа стационарности тройки (A, L_h, T_m). Так как базисные формы ω^u поверхности S_{h+r} удовлетворяют структурным уравнениям

$$D\omega^i = \omega^j \wedge \upsilon_j^i \ (\upsilon_j^i = \omega_j^i - \Lambda_{aj}^i \omega^a), \quad D\omega^a = \omega^b \wedge \omega_b^a + \omega^i \wedge \omega_i^a,$$

то можно говорить о поверхности S_{h+r} как расслоении $L_h(B_r)$ с базой — семейством B_r образующих L_h, рассматриваемых как элементы многообразия Грассмана Gr(h, n), и типовым слоем — семейством точек плоскости L_h. Поэтому многообразие точек фиксированной образующей $L_h \subset S_{h+r}$ является суженной базой расслоения $G(S_{h+r})$. Групповая связность в главном расслоении $G(S_{h+r})$ задается с помощью поля объекта связности $\Gamma = \{\Gamma_{bu}^a, \Gamma_{au}, \Gamma_{ju}^i, \Gamma_{iu}^a, \Gamma_{iu}, \Gamma_{\alpha u}, \Gamma_{\alpha u}^a, \Gamma_{\beta u}^\alpha, \Gamma_{\alpha u}^i\}$.

Производится композиционное оснащение точечно-плоскостной поверхности, которое состоит в присоединении к каждой точке поверхности трех плоскостей [1]: 1) $P_{h-1} : A \oplus P_{h-1} = L_h$; 2) $P_{m-h-1} : L_h \oplus P_{m-h-1} = T_m$; 3) P_{n-m-1} : $T_m \oplus P_{n-m-1} = P_n$, — проективно дополняющих, соответственно, точку до образующей, образующую до касательной плоскости и касательную плоскость до объемлющего пространства. Композиционное оснащение поверхности S_{h+r} определяется полем квазитензора $\lambda = \{\lambda_u, \lambda_i^a, \lambda_\alpha^u, \lambda_\alpha\}$. Квазитензор λ содержит три простейших $\{\lambda_a\}, \{\lambda_i^a\}, \{\lambda_\alpha^i\}$ и три простых $\{\lambda_i^a, \lambda_i\}$, $\{\lambda_\alpha^u\}$, $\{\lambda_\alpha^u, \lambda_\alpha\}$ подквазитензора.

Найдены ковариантные производные и ковариантные дифференциалы компонент оснащающего квазитензора λ относительно групповой связности Г. Внешние дифференциалы от компонент ковариантного дифференциала квазитензора λ имеют вид:

$$
\begin{aligned}
D\nabla\lambda_a &= -\nabla\lambda_b \wedge \tilde{\omega}_a^b + M_{auv}\omega^u \wedge \omega^v, \\
D\nabla\lambda_i &= \nabla\lambda_i^a \wedge \tilde{\omega}_a - \nabla\lambda_j \wedge \tilde{\omega}_i^j + M_{iuv}\omega^u \wedge \omega^v, \\
D\nabla\lambda_i^a &= \nabla\lambda_i^b \wedge \tilde{\omega}_b^a - \nabla\lambda_j^a \wedge \tilde{\omega}_i^j + M_{iuv}^a\omega^u \wedge \omega^v, \\
D\nabla\lambda_\alpha^i &= \nabla\lambda_\alpha^j \wedge \tilde{\omega}_j^i - \nabla\lambda_\beta^i \wedge \tilde{\omega}_\alpha^\beta + M_{\alpha uv}^i\omega^u \wedge \omega^v, \\
D\nabla\lambda_\alpha^a &= \nabla\lambda_\alpha^u \wedge \tilde{\omega}_u^a - \nabla\lambda_\beta^a \wedge \tilde{\omega}_\alpha^\beta + M_{\alpha uv}^a\omega^u \wedge \omega^v, \\
D\nabla\lambda_\alpha &= \nabla\lambda_\alpha^u \wedge \tilde{\omega}_u - \nabla\lambda_\beta \wedge \tilde{\omega}_\alpha^\beta + M_{\alpha uv}\omega^u \wedge \omega^v,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где коэффициенты при внешних произведениях базисных форм образуют объект $M = \{M_{wuv}, M_{iuv}^a, M_{\alpha uv}^w, M_{\alpha uv}\}$, компоненты которого линейно выражаются через компоненты объекта кривизны R групповой связности Г:

$$
\begin{aligned}
&M_{auv} = R_{auv} - \lambda_b R_{auv}^b, \quad M_{iuv} = R_{iuv} + \lambda_i^a R_{auv} - \lambda_j R_{iuv}^j, \\
&M_{iuv}^a = R_{iuv}^a + \lambda_i^b R_{buv}^a - \lambda_j^a R_{iuv}^j, \quad M_{\alpha uv}^i = R_{\alpha uv}^i + \lambda_\alpha^j R_{juv}^i - \lambda_\beta^i R_{\alpha uv}^\beta, \\
&M_{\alpha uv} = R_{\alpha uv} + \lambda_\alpha^w R_{wuv} - \lambda_\beta R_{\alpha uv}^\beta, \quad M_{\alpha uv}^a = R_{\alpha uv}^a + \lambda_\alpha^w R_{wuv}^a - \lambda_\beta^a R_{\alpha uv}^\beta.
\end{aligned}
$$

Для компонент объекта M найдены сравнения по модулю базисных форм ω^u:

$$\Delta M_{abc} \equiv 0,\ \ \Delta M_{aij} + M_{ab[i}\omega^b_{j]} + \omega_{a[ij]} - \lambda_b \omega^b_{a[ij]} \equiv 0,$$

$$\Delta M_{abi} + M_{abc}\omega^c_i + (\nabla_c \lambda_a - \lambda_{ac})\Lambda^j_{bi}\omega^c_j +$$

$$+(\nabla_j \lambda_a - \lambda_{aj})\Omega^j_{ib} + \lambda_c(\omega^c_{aib} - \omega^c_{abi}) - \omega_{aib} \equiv 0,$$

$$\Delta M^a_{ibc} \equiv 0,\ \ \Delta M^a_{ijk} + M^a_{ib[j}\omega^b_{k]} + \lambda^b_i \omega^a_{b[jk]} - \lambda^a_l \omega^l_{i[jk]} \equiv 0,$$

$$\Delta M^a_{ibj} - M^a_{ibc}\omega^c_j + (\nabla_c \lambda^a_i - \lambda^a_{ic})\Lambda^k_{bj}\omega^c_k + (\nabla_k \lambda^a_i - \lambda^a_{ik})\Omega^k_{jb} +$$

$$+(\nabla_j \lambda^a_i - \lambda^a_{ij})\omega_b + \omega^a_{ibj} - \omega^a_{ijb} + \lambda^c_i(\omega^a_{cbj} - \omega^a_{cjb}) + \lambda^a_k(\omega^k_{ijb} - \omega^k_{ibj}) \equiv 0,$$

$$\Delta M_{ijk} + M^a_{ijk}\omega_a + M_{ia[j}\omega^a_{k]} + \lambda^a_i \omega_{a[jk]} - \lambda_l \omega^l_{i[jk]} \equiv 0,$$

$$\Delta M_{iaj} + M^b_{iaj}\omega_b - M_{iab}\omega^b_j + (\nabla_b \lambda_i - \lambda_{ib})\Lambda^k_{aj}\omega^b_k + (\nabla_j \lambda_i - \lambda_{ij})\omega_a +$$

$$+(\nabla_k \lambda_i - \lambda_{ik})\Omega^k_{ja} + \omega_{iaj} - \omega_{ija} + \lambda_k(\omega^k_{ija} - \omega^k_{iaj}) - \lambda^b_i \omega_{bja} \equiv 0,$$

$$\Delta M_{iab} + M^c_{iab}\omega_c \equiv 0,\ \ \ \Delta M_{\alpha ab} + M^u_{\alpha ab}\omega_u \equiv 0,$$

$$\Delta M_{\alpha ij} + M^u_{\alpha ij}\omega_u + M_{\alpha a[i}\omega^a_{j]} + \lambda^a_\alpha \omega_{a[ij]} - \lambda_\beta \omega^\beta_{\alpha[ij]} \equiv 0,$$

$$\Delta M_{\alpha ai} - M_{\alpha ab}\omega^b_i + M^k_{\alpha ai}\omega_k + (\nabla_b \lambda_\alpha - \lambda_{\alpha b})\Lambda^j_{ai}\omega^b_j + (\nabla_i \lambda_\alpha - \lambda_{\alpha i})\omega_a +$$

$$+(\nabla_j \lambda_\alpha - \lambda_{\alpha j})\Omega^j_{ia} + \lambda_\beta(\omega^\beta_{\alpha ia} - \omega^\beta_{\alpha ai}) - \lambda^b_\alpha \omega_{bia} + \lambda^j_\alpha(\omega_{jai} - \omega_{jia}) \equiv 0,$$

$$\Delta M^i_{\alpha jk} + M^i_{\alpha a[j}\omega^a_{k]} + \lambda^l_\alpha \omega^i_{l[jk]} - \lambda^i_\beta \omega^\beta_{\alpha[jk]} \equiv 0,$$

$$\Delta M^i_{\alpha aj} - M^i_{\alpha ab}\omega^b_j + (\nabla_b \lambda^i_\alpha - \lambda^i_{\alpha b})\Lambda^k_{aj}\omega^b_k + (\nabla_k \lambda^i_\alpha - \lambda^i_{\alpha k})\Omega^k_{ja} +$$

$$+(\nabla_j \lambda^i_\alpha - \lambda^i_{\alpha j})\omega_a + \omega^i_{\alpha ja} + \lambda^k_\alpha(\omega^i_{kaj} - \omega^i_{kja}) + \lambda^i_\beta(\omega^\beta_{\alpha ja} - \omega^\beta_{\alpha aj}) \equiv 0,$$

$$\Delta M^i_{\alpha ab} \equiv 0,\ \ \ \ \Delta M^a_{\alpha bc} + M^i_{\alpha bc}\omega^a_i \equiv 0,$$

$$\Delta M^a_{\alpha ij} + M^k_{\alpha ij}\omega^a_k + M^a_{\alpha b[i}\omega^b_{j]} + \lambda^b_\alpha \omega^a_{b[ij]} - \lambda^a_\beta \omega^\beta_{\alpha[ij]} \equiv 0,$$

$$\Delta M^a_{\alpha bi} - M^a_{\alpha bc}\omega^c_i + M^j_{\alpha bi}\omega^a_j + (\nabla_c \lambda^a_\alpha - \lambda^a_{\alpha c})\Lambda^j_{bi}\omega^c_j + (\nabla_i \lambda^a_\alpha - \lambda^a_{\alpha i})\omega_b +$$

$$+(\nabla_j \lambda^a_\alpha - \lambda^a_{\alpha j})\Omega^j_{ib} + \lambda^a_\beta(\omega^\beta_{\alpha ib} - \omega^\beta_{\alpha bi}) + \lambda^u_\alpha(\omega^a_{ubi} - \omega^a_{uib}) \equiv 0,$$

где $\Omega^i_{ja} = \Lambda^i_{bj}\omega^b_a - \Lambda^\alpha_{ja}\omega^i_\alpha$, а структурные формы дважды продолженного расслоения $G(S_{h+r})$ имеют вид:

$$\omega^a_{bij} = \Lambda^k_{bij}\omega^a_k + \Lambda^\alpha_{bij}\omega^a_\alpha - \delta^a_b\omega_{ij} + \Lambda^k_{bi}\omega^a_{kj}, \quad \omega^a_{bci} = -\delta^a_b\omega_{ci} - \delta^a_c\omega_{bi},$$
$$\omega^a_{bic} = \Lambda^j_{bic}\omega^a_j + \Lambda^\alpha_{bic}\omega^a_\alpha - \delta^a_c\Lambda^\alpha_{bi}\omega_\alpha + \Lambda^j_{bi}\omega^a_{jc} - \delta^a_b\omega_{ic},$$
$$\omega_{aij} = \Lambda^\alpha_{aij}\omega_\alpha + \Lambda^k_{aij}\omega_k + \Lambda^k_{ai}\omega_{kj}, \quad \omega_{aib} = \Lambda^\alpha_{aib}\omega_\alpha + \Lambda^j_{aib}\omega_j + \Lambda^j_{ai}\omega_{jb},$$
$$\omega_{iaj} = \Lambda^\alpha_{iaj}\omega_\alpha, \ \omega_{ija} = \Lambda^\alpha_{ija}\omega_\alpha, \ \omega^\alpha_{\beta ai} = -\Lambda^\alpha_{jai}\omega^j_\beta - \delta^\alpha_\beta\Lambda^\gamma_{ai}\omega_\gamma - \Lambda^\alpha_{ja}\omega^j_{\beta i},$$
$$\omega^\alpha_{\beta ij} = -\delta^\alpha_\beta\omega_{ij} - \Lambda^\alpha_{kij}\omega^k_\beta - \Lambda^\alpha_{ki}\omega^k_{\beta j} - \Lambda^\alpha_{aij}\omega^a_\beta,$$
$$\omega^i_{jak} = \Lambda^\alpha_{jak}\omega^i_\alpha + \Lambda^\alpha_{ja}\omega^i_{\alpha k} - \delta^i_j\omega_{ak},$$
$$\omega^i_{jka} = \Lambda^\alpha_{jka}\omega^i_\alpha - \Lambda^i_{bk}\omega^b_{ja} - \Lambda^i_{bka}\omega^b_j - \delta^i_j\omega_{ka} - \delta^i_k\omega_{ja},$$
$$\omega^i_{jkl} = \Lambda^\alpha_{jk}\omega^i_{\alpha l} + \Lambda^\alpha_{jkl}\omega^i_\alpha - \Lambda^i_{akl}\omega^a_j - \Lambda^i_{akl}\omega^a_j - \delta^i_j\omega_{kl} - \delta^i_k\omega_{jl},$$
$$\omega^i_{\alpha ja} = \Lambda^i_{aj}\omega_\alpha - \Lambda^i_{bja}\omega^b_\alpha, \omega^a_{ibj} = \Lambda^\alpha_{ibj}\omega^a_\alpha - \delta^a_b\omega_{ij}, \ \omega^a_{ijb} = \Lambda^\alpha_{ijb}\omega^a_\alpha - \delta^a_b\omega_{ij},$$

причем структурные формы однократно продолженного расслоения $G(S_{h+r})$ известны [1].

Замечание. При альтернировании форм 2-го продолженного расслоения, последние два нижних индекса которых из одной серии, получим:

$$\omega^a_{b[ij]} = \Lambda^k_{b[i}\Lambda^\alpha_{kj]}\omega^a_\alpha, \quad \omega_{a[ij]} = \Lambda^k_{a[i}\Lambda^\alpha_{kj]}\omega_\alpha, \qquad \omega^\alpha_{\beta[ij]} = \Lambda^\alpha_{k[i}\Lambda^k_{aj]}\omega^a_\beta,$$
$$\omega^i_{j[kl]} = -\Lambda^\alpha_{j[k}\Lambda^i_{al]}\omega^a_\alpha.$$

Из соответствующих дифференциальных сравнений следует

Теорема. *Объект М образует геометрический объект лишь с фундаментальным объектом 2-го порядка* Λ^2 *точечно-плоскостной поверхности, объектом связности Г и оснащающим квазитензором* λ*, причем он содержит составной подтензор* $M_0 = \{M_{abc}, M^a_{ibc}, M_{iab}, M^i_{\alpha ab}, M_{\alpha ab}, M^a_{\alpha bc}\}$*, включающий три простейших* $\{M_{abc}\}$*,* $\{M^a_{ibc}\}$*,* $\{M^i_{\alpha ab}\}$ *и три простых* $\{M_{iab}, M^a_{ibc}\}$*,* $\{M_{\alpha ab}, M^u_{\alpha ab}\}$*,* $\{M^u_{\alpha bc}\}$ *тензора.*

Замечание. При сужении базы S_{h+r} расслоения $G(S_{h+r})$ до фиксированной образующей L_h объект М образует тензор.

Если подтензор M_0=0, то из структурных уравнений (1) видно, что дифференциальные уравнения $\nabla\lambda_u /_{\omega^i=0} = 0$, $\nabla\lambda_i^a /_{\omega^i=0} = 0$, $\nabla\lambda_\alpha /_{\omega^i=0} = 0$, $\nabla\lambda_\alpha^u /_{\omega^i=0} = 0$ вполне интегрируемы и задают абсолютное параллельное перенесение композиционно оснащающих плоскостей поверхности S_{h+r} вдоль фиксированной плоской образующей L_h. Значит, при сужении базы расслоения $G(S_{h+r})$ подтензор M_0 можно называть тензором неабсолютных перенесений [2], или тензором параллельности [3]. Вдоль всей поверхности S_{h+r} параллельные перенесения композиционно оснащающих плоскостей являются абсолютными лишь в пучке связностей 2-го типа [4].

Список литературы

1. *Скрягина (Вялова) А.В.* Объект кривизны на центрированной плоскостной поверхности // Докл. междунар. мат. семинара. К 140-летию со дня рождения Давида Гильберта из Кенигсберга и 25-летию мат. факультета. Калининград, 2002. С. 152—159.

2. *Шевченко Ю.И.* Оснащения центропроективных многообразий. Калининград, 2000.

3. *Полякова К.В.* Тензор параллельности и абсолютные параллельные перенесения // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2001. Вып. 32. С. 80—83.

4. *Скрягина (Вялова) А.В.* Композиционное оснащение плоскостной поверхности // Междунар. конф. по геом. и анализу. Пенза, 2003. С. 87—93.

A. Vyalova

PARALLELISM TENSOR ON THE POINT-PLANE SURFACE

On the point-plane surface in projective space the object, which is not a tensor, but consisting subtensor, called tensor of absolute displacements or parallelism tensor, is built. By narrowing of base of the bundle, associated with the point-plane surface, this object forms a tensor, making it vanish, the parallel displacements of clothing planes along narrowed base are absolute.