

О В Ч И Н И К О В В.М.

ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ
В МНОГООБРАЗИЕ КВАДРАТИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.

В работе [1] изучалось дифференцируемое отображение $\varphi_{h,n}$ поверхности S_h проективного пространства P_n в многообразие $(h, h, n)^2$ квадратичных элементов [2]. В этой статье исследуется локально биективное соответствие $\varphi_{n-1,n}$ между гиперповерхностью S_{n-1} и многообразием $(n-1, n-1, n)^2$ квадратичных элементов пространства P_n . Устанавливается связь геометрических объектов соответствия с фундаментальными объектами гиперповерхности

§1. Общая характеристика соответствия $\varphi_{n-1,n}$

Локально-биективное соответствие

$$\varphi_{n-1,n} : S_{n-1} \longrightarrow (n-1, n-1, n)^2$$

относительно полярно-ассоциированного репера ([1], стр. 40) определяется системой уравнений Пфаффа:

$$\begin{aligned} \omega_{n+1}^0 &= 0, \quad \omega_1^n = \Lambda_{ij} \omega^j, \quad \theta_{\alpha\beta} = P_{\alpha\beta, i} \omega^i, \\ \omega_\alpha^0 &= \theta_{\alpha i} \omega^i, \quad \omega_n^0 = C_{nj}^0 \omega^j, \end{aligned} \quad (1.1)$$

- 69 -

$$P_{in,j} + a_{ik} C_{nj}^k + a_{nk} \Lambda_{ij} = 0, \quad \det \|\theta_{ji}\| \neq 0, \quad (1.2)$$

$$(\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, \dots, n; i, j, k, \ell = 1, 2, \dots, n-1)$$

причем уравнение

$$\omega_{n+1}^n = 0 \quad (1.3)$$

этой системы определяет гиперповерхность S_{n-1} .

Уравнения квадратичного элемента φ в полярно-ассоциированном репере приводятся к виду:

$$(x^n)^2 + 2 a_{ij} x^i x^j = 0, \quad (1.4)$$

$$x^{n+1} = 1 \quad (1.5)$$

Продолжения системы (1.1) дают следующие уравнения:

$$\omega_i^n = \Lambda_{ij} \omega^j \quad (1.6)$$

$$d C_{nj}^0 = C_{nk}^0 \omega_k^j + C_{nj}^0 (\omega_n^k - \omega_{n+1}^{k+1}) - C_{nj}^0 \omega_k^0 + C_{njk}^0 \omega^k, \quad (1.7)$$

$$d \Lambda_{ik} = \Lambda_{ij} \omega_k^j + \Lambda_{jk} \omega_i^j - \Lambda_{ik} (\omega_{n+1}^{n+1} + \omega_n^n) + \Lambda_{ikj} \omega^j, \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} d \Lambda_{i\alpha\ell} &= \Lambda_{ikj} \omega_\ell^j - \Lambda_{i\alpha\ell} (2 \omega_{n+1}^{n+1} + \omega_n^n) + \Lambda_{j\alpha\ell} \omega_i^j + \\ &+ \Lambda_{ij\ell} \omega_\alpha^0 + \Lambda_{i\alpha\ell}^* \omega^0, \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} d P_{\alpha\beta, i} &= -P_{\alpha\beta, i} \omega_{n+1}^{n+1} + P_{\alpha\beta, j} \omega_i^j + P_{\alpha\gamma, i} \omega_\beta^j - \frac{2}{n} P_{\alpha\beta, i} \omega_\beta^j + \\ &+ P_{\gamma\beta, i} \omega_\alpha^j + P_{\alpha\beta, ij}^* \omega^j, \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$d\tilde{e}_{\alpha i} = -2\tilde{e}_{\alpha i}\omega_{n+1}^{n+1} + \tilde{e}_{\alpha j}\omega_i^j + \tilde{e}_{\beta i}\omega_\alpha^\beta + \tilde{e}_{\alpha j}\omega^j_i. \quad (1.11)$$

§ 2. Поля фундаментальных объектов гиперповерхности в полярно-ассоциированном репере.

Найдем основные фундаментальные объекты гиперповерхности S_{n-1} в полярно-ассоциированном репере. Дифференцируя тождества

$$\Lambda^{ki}\Lambda_{ij} = \delta_j^k \quad (2.1)$$

с учетом уравнений (1.6), получаем:

$$d\Lambda^{ki} + \Lambda^{ji}\omega_j^k + \Lambda^{kj}\omega_j^i - \Lambda^{ki}(\omega_n^n + \omega_{n+1}^{n+1}) + \Lambda^{ij}\Lambda^{kp}\Lambda_{pj}\omega^l = 0. \quad (2.2)$$

Система величин $\{\Lambda^{ki}\}$ образует контравариантный симметрический тензор. Тензоры $\{\Lambda_{ij}\}$, $\{\Lambda^{ij}\}$ являются основными дивалентными тензорами второго порядка гиперповерхности S_{n-1} . Получим теперь основные тензоры третьего порядка.

Обозначим

$$\tilde{e}_k = \Lambda^{ij}\Lambda_{ijk}. \quad (2.3)$$

Дифференцируя (2.3) с использованием уравнений (1.9) и (2.2), находим:

$$d\tilde{e}_k = -\tilde{e}_k\omega_{n+1}^{n+1} + \tilde{e}_i\omega_k^i + \tilde{e}_{ek}\omega^k. \quad (2.4)$$

Система величин $\{\tilde{e}_k\}$ образует линейный геометрический объект третьего порядка, называемый чебишевским вектором [4].

Величины

$$\tilde{e}^i = \Lambda^{ik}\tilde{e}_k \quad (2.5)$$

образуют тензор, а величина

$$\hat{e} = \tilde{e}^i\tilde{e}_i \quad (2.6)$$

-относительный инвариант, так как

$$d\tilde{e}^i = -\tilde{e}^j\omega_j^i + \tilde{e}^i\omega_n^n + \tilde{e}_l^i\omega^l. \quad (2.7)$$

$$d\hat{e} = \hat{e}(\omega_n^n - \omega_{n+1}^{n+1}) + \hat{e}_i\omega^i. \quad (2.8)$$

Обозначим

$$\tilde{e}_{ijk} = (n+1)\Lambda_{ijk} - \Lambda_{(ij}\tilde{e}_{k)}. \quad (2.9)$$

Дифференцируя (2.9) с учетом (1.9) и (2.4), получим:

$$d\tilde{e}_{ijk} = \tilde{e}_{ije}\omega_k^e + \tilde{e}_{iek}\omega_j^e + \tilde{e}_{ejk}\omega_i^e - \tilde{e}_{ijk}(\omega_n^n + 2\omega_{n+1}^{n+1}) + \tilde{e}_{ijk}\omega^l. \quad (2.10)$$

Система величин $\{\tilde{e}_{ijk}\}$ образует трижды ковариантный симметрический тензор, называемый тензором Дарбу гиперповерхности S_{n-1} .

Для трехмерного случая, т.е. при $n=3$ уравнение

$$\tilde{e}_{ijk}\omega^i\omega^j\omega^k = 0 \quad (2.11)$$

определяет уравнение линий Дарбу на поверхности S_2 . Тензор Дарбу $\{\tilde{e}_{ijk}\}$ аполярен дважды контравариантному тензору ([4], стр. 362), т.е.

$$\Lambda^{ij}\tilde{e}_{ijk} = 0. \quad (2.12)$$

Основные фундаментальные тензоры второго и третьего порядков $\{\Lambda^i\}$, $\{\tilde{e}_{ij}\}$ охватывают следующие тензоры третьего порядка

$$\theta_{ij}^k = \Lambda^{ke} \tilde{e}_{eij}, \quad \theta_k^{ij} = \Lambda^{ip} \Lambda^{jq} \tilde{e}_{pqk}, \quad (2.13)$$

$$\tilde{\theta}^{ijk} = \Lambda^{ip} \Lambda^{jq} \Lambda^{ke} \tilde{e}_{pqe}, \quad \tilde{\theta}_{ij} = \Lambda^{ee_1} \Lambda^{p_1 q_1} \tilde{e}_{ep_1 i} \tilde{e}_{eq_1 j},$$

которые удовлетворяют, соответственно, дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned} d\theta_{ij}^k &= \theta_{ij}^k \omega_i^l + \theta_{ip}^k \omega_j^p - \theta_{ij}^p \omega_p^k - \theta_{ij}^k \omega_{n+1}^{n+1} + \theta_{ij}^k \omega^l, \\ d\theta_k^{ij} &= \theta_p^{ij} \omega_k^p - \theta_k^{ij} \omega_p^i - \theta_k^{ip} \omega_p^j + \theta_k^{ij} \omega_n^n + \theta_{ke}^ij \omega^e, \\ d\tilde{\theta}^{ijk} &= -\tilde{\theta}^{ijl} \omega_l^k - \tilde{\theta}^{elk} \omega_e^j - \tilde{\theta}^{elk} \omega_e^i + \tilde{\theta}^{ijk} (\omega_{n+1}^{n+1} + 2\omega_n^n) + \tilde{\theta}_e^{ijk} \omega^e, \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$d\tilde{\theta}_{ij} = \tilde{\theta}_{ie} \omega_j^e + \tilde{\theta}_{ej} \omega_i^e - 2\tilde{\theta}_{ij} \omega_{n+1}^{n+1} + \tilde{\theta}_{ij}^e \omega^e.$$

Рассмотрим величину

$$\theta_e = \Lambda^i \tilde{\theta}_{ij}, \quad (2.15)$$

Так как

$$d\theta_e = (\omega_n^n - \omega_{n+1}^{n+1}) \theta_e + \theta_{e, l} \omega^l, \quad (2.16)$$

то величина θ_e является относительным инвариантом третьего порядка. В случае $n=3$ условие

$$\theta_e = 0 \quad (2.17)$$

является характеристическим признаком линейчатой поверхности. Пучок инвариантно присоединенных к гиперповерхности S_{n-1} полей соприкасающихся гиперквадрик в точке A_{n+1} имеет вид:

$$\Lambda_{ij} x^i x^j + 2\tilde{e}_k x^k x^r - 2x^n x^{n+1} + (\hat{e} + \sigma \theta_e) (x^n)^2 = 0. \quad (2.18)$$

В случае $n=3$ из пучка (2.18) при $\sigma=0$ выделяется квадрика Ли поверхности S_2 .

Уравнения ассоциированного подпространства имеют вид:

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0. \quad (2.19)$$

Линии на гиперповерхности S_{n-1} зададим системой

$$\omega^i = \Omega x^i, \quad \Omega \neq 0, \quad (2.20)$$

где величины x^i удовлетворяют условиям:

$$dx^i = -x^i \omega_{n+1}^{n+1} - x^j \omega_j^i + \vartheta x^i, \quad (2.21)$$

обеспечивающим относительную инвариантность [3] системы форм

$$\theta^i = \frac{x^i}{x^{n+1}} \omega^{n+1} - \omega^i \quad (i = 1, 2, \dots, n-2), \quad (2.22)$$

где ϑ - некоторая форма Пфаффа, являющаяся полным дифференциалом. Систему (2.20) в ассоциированном подпространстве (2.19) соответствует точка

$$P = x^i A_i. \quad (2.23)$$

Тогда

$$dP = (dx^i + x^j \omega_j^i) A_i + x^i \Lambda_{ij} \omega^j A_n + x^i \theta_{ij} \omega^j A_{n+1}. \quad (2.24)$$

При условии

$$\Lambda_{ij} x^i x^j = 0 \quad (2.25)$$

касательная TP к линии (P) принадлежит касательной плоскости α_{n-1} к гиперповерхности S_{n-1} в точке A_{n-1} . Касательные TA_{n+1} , соответствующие смещениям (2.20), которые удовлетворяют уравнению

$$\Lambda_{ij} \omega^i \omega^j = 0, \quad (2.26)$$

образуют в пересечении с ассоциированным подпространством при условии (2.25) $(n-3)$ -мерную квадрику

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0, \quad \Lambda_{ij} x^i x^j = 0. \quad (2.27)$$

Точки, принадлежащие конусу (2.25) и бесконечно близкому к нему, при некотором смещении,

$$\omega^1: \omega^2: \dots: \omega^{n-1} \quad (2.28)$$

удовлетворяют системе:

$$\Lambda_{ij} x^i x^j = 0, \quad \Lambda_{ij} x^i x^j + d(\Lambda_{ij} x^i x^j) = 0,$$

или

$$\Lambda_{ij} x^i x^j = 0, \quad \Lambda_{ije} \omega^e x^i x^j - 2 \Lambda_{ijk} C_{nk}^i x^n x^k - 2 \Lambda_{ij} \omega^i x^{n+1} x^j = 0.$$

Таким образом, каждому смещению (2.28) в ассоциированном подпространстве соответствует $(n-4)$ -мерная алгебраическая поверхность:

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0, \quad \Lambda_{ij} x^i x^j = 0, \quad \Lambda_{ije} x^i x^j x^e = 0. \quad (2.29)$$

Алгебраическая $(n-3)$ -мерная поверхность третьего порядка, проходящая через (2.29) и аполярная [5] квадрике (2.27), определяется системой:

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0, \quad \tilde{e}_{je} x^i x^j x^e = 0. \quad (2.30)$$

Таким образом, тензор Дарбу $\{\tilde{e}_{je}\}$, удовлетворяющий дифференциальному уравнению (2.10), определяет в ассоциированном подпространстве алгебраическую $(n-3)$ -мерную поверхность (2.30).

Тензор $\{\tilde{e}_{ij}\}$, удовлетворяющий дифференциальному уравнению (2.14-4), определяет в ассоциированном подпространстве $(n-3)$ -мерную невырожденную квадрику

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0, \quad \tilde{e}_{ij} x^i x^j = 0. \quad (2.31)$$

Рассматриваем общий случай, когда

$$\det \|\tilde{e}_{ij}\| \neq 0. \quad (2.32)$$

Квадрика (2.31) является ассоциированной квадрикой относительно (2.30) и (2.27). Рассмотрим системы величин

$$C^k = \tilde{e}^{jk} \tilde{e}_{ij}, \quad c_i = \Lambda_{ij} c^j,$$

$$dC^k = -C^e \omega_e^k + C^k (2\omega_n^e - \omega_{n+1}^e) + \tilde{e}_e^k \omega^e,$$

$$dC_i = C_e \omega_i^e - 3C_i \omega_n^e + \tilde{e}_{ie} \omega^e.$$

$$c = c^* A_n \quad (2.33)$$

является инвариантной, так как

$$\delta C = (2\pi)^n$$

Инвариантная точка C является A -точкой [5] ассоциированного подпространства относительно невырожденной квадратки (2.31) и алгебраической $(n-3)$ -мерной поверхности в ассоциированном подпространстве

$$\tilde{\theta}^{ijk} X_i X_j X_k = 0, \quad (2.34)$$

где X_i - тангенциальные координаты. Вектор $\{C_i\}$ задает в ассоциированном подпространстве $(n-3)$ -мерное линейное подпространство, полярно-сопряженное точке (2.33) относительно квадратки (2.27) и определяемое системой:

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0, \quad C_i x^i = 0. \quad (2.35)$$

§ 3. Некоторые геометрические объекты отображения $\Psi_{n-1, n}$.

Тензоры

$$\{\theta_{ij}\}, \{\theta^{ij}\}, \{\theta_{ijk}\}, \{\Lambda_{ij}\}, \{\Lambda^{ij}\},$$

удовлетворяющие системе (I.7)-(I.II), охватывают следующие тензоры третьего порядка

$$\theta_i^* = \theta_{ijk} \theta^{jk}, \quad \theta_{ij}^* = \theta_{ijk} - \frac{1}{n+1} (\theta_i^* \theta_{jk} + \theta_j^* \theta_{ik} + \theta_k^* \theta_{ij}), \quad (2.1)$$

$$\theta_{ie}^* = \theta_{ijk} \theta_{epq} \theta^{jp} \theta^{kq}, \quad C^{ijk} = \theta_{epq} \theta^{ei} \theta^{pj} \theta^{qk},$$

$$\tilde{c}^i = c^{ijk} \theta_{jk}^*, \quad p_i = \tilde{c}^j \Lambda_{ij}, \quad \tilde{c}_i = \theta_{ij} \tilde{c}^j, \quad p^j = \tilde{c}_i \Lambda^{ij}, \quad (2.1)$$

которые удовлетворяют системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} d\theta_i^* &= -\theta_i^* \omega_{n+1}^{n+1} + \theta_e^* \omega_i^e + \tilde{\theta}_{ie} \omega^e, \\ d\theta_{jk}^* &= \theta_{je}^* \omega_k^e + \theta_{ek}^* \omega_j^e + \theta_{ijk}^* \omega_i^e - 3\theta_{ijk}^* \omega_{n+1}^{n+1} + \tilde{\theta}_{ijke} \omega^e, \\ d\theta_{ie}^* &= \theta_{ij}^* \omega_e^j + \theta_{je}^* \omega_i^j - 2\theta_{ie}^* \omega_{n+1}^{n+1} + \theta_{ie}^* \omega^e, \\ d\theta^{ijk} &= -c^{ijk} \omega_e^e - c^{iek} \omega_e^j - c^{eik} \omega_e^i + 3c^{ijk} \omega_{n+1}^{n+1} + c_e^{ijk} \omega^e, \\ d\tilde{c}^i &= -\tilde{c}^j \omega_j^i + \tilde{c}^i \omega_{n+1}^{n+1} + \tilde{c}_j^i \omega^j, \\ dp_i &= p_j \omega_i^j - p_i \omega_n^n + p_{ie} \omega^e, \\ d\tilde{c}_i &= \tilde{c}_j \omega_i^j - \tilde{c}_i \omega_{n+1}^{n+1} + \tilde{c}_{ie} \omega^e, \\ dp^j &= -p^i \omega_i^j + p^j \omega_n^n + p_e^j \omega^e. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Из уравнения (2.24) следует, что касательная TP к линии (P) принадлежит гиперплоскости $x^{n+1} = 0$ при условии

$$\theta_{ij} x^i x^j = 0. \quad (3.3)$$

Совокупность точек (2.23) пересечения ассоциированного подпространства (2.19) с TA_{n+1} таких, что TP принадлежит гиперплоскости $x^{n+1} = 0$, образует в (2.19) квадратку

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0, \quad \theta_{ij} x^i x^j = 0. \quad (3.4)$$

Точки, принадлежащие кругу (3.3) и бесконечно близкому к нему при смещении (2.20) удовлетворяют уравнению

$$\theta_{ij} x^i x^j = 0, \quad \theta_{ij} x^i x^j + d(\theta_{ij} x^i x^j) = 0, \quad (3.5)$$

или

$$\theta_{ij} x^i x^j = 0, \quad \theta_{ijk} \omega^k x^i x^j - 2\theta_{ij} C_{nk}^i \omega^k x^n x^j - 2\theta_{ij} x^{n+1} x^j \omega^i = 0.$$

Таким образом, смещение (2.20) в подпространстве (2.19) соответствует (n-4)-мерная алгебраическая поверхность

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0, \quad \theta_{ij} x^i x^j = 0, \quad \theta_{ijk} x^i x^j x^k = 0. \quad (3.6)$$

Алгебраические (n-3)-мерные поверхности, проходящие через (n-4)-мерные поверхности (3.6), определяются уравнениями:

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0, \quad (\theta_{ijk} + c_i \theta_{jk} + c_j \theta_{ik} + c_k \theta_{ij}) x^i x^j x^k = 0 \quad (3.7)$$

где c_i - некоторые параметры.

Среди поверхностей (3.7) ищем такие, которые аполярны квадрике (3.4). Имеем

$$C_i = -\frac{\theta_i^*}{n+1}$$

Алгебраическая (n-3)-мерная поверхность третьего порядка в подпространстве (2.19), проходящая через (3.6) и аполярная квадрике (3.4), определяется системой:

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0, \quad \theta_{ijk}^* x^i x^j x^k = 0. \quad (3.8)$$

Тензор $\{\theta_{ik}^*\}$ определяет в подпространстве (2.19) (n-3)-мерную квадрику

$$x^n = 0, \quad x^{n+1} = 0, \quad \theta_{ik}^* x^i x^k = 0. \quad (3.9)$$

которая является ассоциированной квадрикой относительно (3.8) и (3.4). Точки

$$\mathcal{L} = \tilde{C}^i A_i, \quad \tilde{P} = p^j A_j \quad (3.10)$$

являются инвариантными, так как

$$\delta \mathcal{L} = x_{n+1}^{\alpha} \mathcal{L}, \quad \delta \tilde{P} = x_n^{\alpha} \tilde{P} \quad (3.11)$$

Точка $\mathcal{L}$ является A-точкой [5] ассоциированного подпространства относительно квадрик (3.8) и (3.9). Нормализация гиперповерхности S_{n-1} индуцирует на ней аффинную связность без кручения [6]. Формы

$$\tilde{\omega}_i^j = \omega_i^j - \delta_i^j \omega_{n+1}^{n+1} \quad (3.12)$$

на гиперповерхности S_{n-1} определяют инвариантную аффинную связность без кручения. Тензор кривизны этой связности имеет вид:

$$R_{ik}^j = 2\Lambda_{ik} C_{ne}^j + 2\delta_e^j \theta_{ik}^e - 2\delta_i^e \theta_{ke}^j \quad (3.13)$$

Осуществляя в (3.13) свертку на индексам j и i , получим выражение тензора Риччи оснащенной гиперповерхности S_{n-1} :

$$R_{ke} = \Lambda_{ik} C_{ne}^i + \theta_{ek} - (n-1)\theta_{ke} \quad (3.14)$$

Условие

$$\theta_{je} = \frac{1}{n} \Lambda_{ij} C_{ne}^i \quad (3.15)$$

означает, что аффинная связность без кручения на гиперповерхности S_{n-1} станет эквивалентной.

Л и т е р а т у р а

1. Овчинников В.М., Дифференцируемое отображение поверхности в многообразии квадратичных элементов. "Дифференциальная геометрия многообразий фигур", вып. 2, (Труды Калининградского ун-та), 1971, 38-42.

2. Малаховский В.С., Многообразия алгебраических элементов в n -мерном проективном пространстве. "Геом. сборник", вып. 3. (Труды Томского ун-та), т. 168, 1963, 28-42.

3. Малаховский В.С., Дифференциальная геометрия оснащенных многообразий фигур. "Дифференциальная геометрия многообразий фигур", (Труды Калининградского ун-та), вып. 2, 1971, с. 5-19.

4. Лаптев Г.Ф., Дифференциальная геометрия многообразий фигур. (Труды Московского математического общества), ГИИТЛ, М., 1953, т. 2, с. 275-383.

5. Ивлев Е.Т., К геометрии интерпретации операции свертывания некоторых тензоров. "Материалы итоговой научной конф. по математике и механике за 1970г.", (Из-во Томского ун-та), ч. I, 1971, с. 121-123.

6. Норден А.П., Пространства аффинной связности, М-Л, 1950.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып. 3 1973

Ю. И. ПОПОВ

ТЕОРИЯ ОСНАЩЕННЫХ РЕГУЛЯРНЫХ ГИПЕРПОЛОС С АССОЦИИРОВАННОЙ СВЯЗНОСТЬЮ m -ОМЕРНОГО ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА.

В n -мерном проективном пространстве P_n изучаются оснащенные регулярные m -мерные гиперполосы Γ_m ($n > m$) с ассоциированной связностью. Найдены дифференциальные уравнения гиперполосы и условия их интегрируемости. Доказаны теоремы о возможности погружения базисной поверхности B_m гиперполосы Γ_m в подпространство P_n пространства P_n . Естественным образом определена связность гиперполосы, порожденная её оснащением.

§ 1. Оснащенная регулярная гиперполоса с ассоциированной связностью.

С оснащенной гиперполосой $M(\Gamma_m)$ естественным образом ассоциируется четырехсоставное многообразие $X_{n,m}$, базой которого служит базисная поверхность B_m гиперполосы Γ_m , а локальными многообразиями являются центроаффинные пространства $X_1, X_2, \dots, X_{n-m-1}, A_{n+1}$. Допустимыми преобразованиями координатных систем в локальных многообразиях $X_1, X_2, \dots, X_{n-m-1}, A_{n+1}$