

УДК 375.5.016

О. В. Григоренко, И. Б. Шмигирилова

**НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ
В КОМПЕТЕНТНОСТНОМ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

80

Анализируются различные типы нестандартных задач, выявляются их основные характеристики, связанные с особенностями процесса формирования познавательной компетентности школьника в обучении математике, обобщаются понятия проблемной, эвристической, исследовательской, творческой, поисковой задачи. Предложен единый подход к определению понятия нестандартной задачи на основе исследования ее структуры: содержание – форма предъявления – процесс решения – результат. Приведены примеры математических задач, которые можно отнести к нестандартным.

The authors analyse various types of non-standard tasks, identifies their main characteristics related to the formation of cognitive competence in mathematical education. The article explores ways of solving heuristic, research, and creative problems. A comprehensive approach to the definition of the non-standard task is proposed. The proposed structure of the problem is based on the following scheme: content – form of presentation – process of solving – result. The authors give examples of mathematical problems that can be defined as non-standard ones.

Ключевые слова: познавательная деятельность, познавательная компетентность, нестандартные задачи, обучение математике, компетентностный подход.

Key words: cognitive activity, cognitive competence, nonstandard problems, mathematical education, competence approach.

Задача, по мнению психологов, составляет стержневое структурное звено любой деятельности, в том числе познавательной. Различные функции задач неоднократно становились предметом исследований в психологии, педагогике и частных методиках. Анализ работ, освещающих проблемы организации учебно-познавательной деятельности на основе задач и их систем, позволяет заключить, что результат обучения во многом зависит от того, что станет материалом задачи, применяемой в учебном процессе, как будет организовано ее предъявление обучаемым, каким образом предлагается осуществлять поиск ее решения и анализ полученного результата.

В психолого-педагогической литературе существует множество классификаций задач. Примеры различных классификаций были при-



ведены нами ранее [26; 27]. Не углубляясь в данный вопрос, отметим, что выбор основания для классификации задач определяется автором, в первую очередь, исходя из контекста направленности исследования.

Определение роли задач в формировании познавательной компетентности школьников в обучении математике и выявление структуры познавательной компетентности выпускника школы [28; 29] потребовали обратить внимание на ряд классификаций, которые, имея различные основания, в той или иной мере ориентируются на уровень проблемности задачи. Основаниями для таких классификаций являются: отношение к теории – стандартные и нестандартные (В. А. Тестов [21], Л. М. Фридман [22]); ведущая деятельность – алгоритмические, полуалгоритмические, эвристические (О. Б. Епишева [5], А. Я. Цукарь [24]); репродуктивные, алгоритмические, трансформированные, творческо-поисковые (В. И. Загвязинский [6]); уровень проблемности – тренировочные, обучающие, поисковые, проблемные (Ю. М. Колягин [11]), алгоритмические, эвристические, исследовательские (В. А. Далингер, Е. А. Пустовит [3]).

При этом все авторы сходятся в понимании стандартных (шаблонных, репродуктивных, алгоритмических) задач: либо как задач, связанных с вполне определенным учебным материалом, либо как задач, для решения которых существует определенный стандартный алгоритм или правило.

Иначе обстоит дело с задачами нестандартными (поисковыми, проблемными, эвристическими, исследовательскими, творческими). Одни авторы используют все указанные термины или отдельные их сочетания (проблемно-поисковые [4], творческо-поисковые [6], творческая (поисковая) – проблемная [14], нестандартная – творческая – эвристическая [22], творческая – эвристическая [25]) как синонимы; другие [16; 17] специально подчеркивают их различия.

Анализируя характеристики различных типов нестандартных задач в связи с рассмотрением проблемы организации компетентностно ориентированного обучения математике, мы установили, что авторские определения нестандартных задач направлены на выделение таких их характеристик, которые хорошо коррелируют с особенностями процесса формирования познавательной компетентности школьника в обучении математике. К таким характеристикам можно отнести следующие.

Содержательные:

– в наименьшей степени связаны с конкретным математическим материалом (нестандартная [21]);

– содержат сильное познавательное или техническое затруднение, новые знания, методы и информацию (проблемная [9]);

– содержит в себе элементы, находящиеся в противоречивых отношениях как между собой, так и с имеющимися знаниями учащихся (проблемная [12]);

– скрыты связи между элементами условия и требования (эвристическая [24]).



Организационно-деятельностные:

- определяют ситуацию становления интеллектуально-творческой деятельности старшеклассника (эвристическая [2]);
- являются средством создания проблемной ситуации (проблемная [10]);
- требуют выработки новых способов действий, новизны в деятельности (нестандартная [19]);
- присутствуют эвристические элементы деятельности (эвристическая [22]);
- поиск решения организуется как творческая деятельность (творческая [14]);
- вызывают активную поисковую деятельность (исследовательская [3]);
- выступают формой организации учебного материала с заданными условиями и неизвестными данными, предполагают активную мыслительную деятельность учащихся (проблемная [23]).

Когнитивно-интеллектуальные:

- требуют не столько знания каких-то отдельных математических фактов и частных методов, сколько универсальных приемов математического мышления (нестандартная [21]);
- требуют гибкости и критичности мышления, изобретательности (нестандартная [19]);
- поиск решения направлен на открытие нового метода (эвристическая [15]);
- практическое приложение знаний в новой ситуации, приобретение новых знаний в процессе собственных рассуждений (творческая [17]);
- самостоятельное решение обращено на получение новых знаний (творческая [14]);
- основой решения является сочетание логического анализа и интуиции (творческая [6]).

Личностно-ценностные:

- вызывает интерес, удивление, создает эмоциональный фон (проблемная [9]);
- ориентирована на потребности и возможности субъекта (проблемная [10]);
- сам субъект включен в ситуацию задачи (проблемная [16]);
- представляет собой генератор творческой энергии, осознается как потребность в поиске нового, удовлетворение которой возможно лишь через самостоятельное преодоление трудностей (творческая [17]).

Таким образом, все авторы сходятся во мнении, что использование нестандартных задач в обучении активизирует учебно-познавательную деятельность, делает ее творческой, наполняет личностным смыслом, формирует познавательную позицию обучающихся. Это связано, прежде всего, с возникновением новых групп мотивов – мотивов познавательно-побуждающих, непосредственно определяющих ценность самого поиска новых знаний, овладения новыми видами деятельности, что не может не отразиться на отношении к процессу обучения в целом. Становится очевидной значимость нестандартных задач для формирования познавательной компетентности школьника.



При этом отметим, что четких границ между видами нестандартных задач в литературе нет. Для определения нашей позиции сделаем несколько замечаний. Прежде всего, отметим, что речь пойдет исключительно о задачах, которые можно использовать в обучении математике в средней школе.

Проблемную задачу будем определять по наличию в ней препятствия, затруднения, преодоление которого обучающимся задействует и его интеллектуальную сферу, и эмоционально-волевые качества, а выход из проблемы сопровождается их развитием и освоением новых знаний, умений, способов деятельности. Видимая субъективность такого понимания проблемной задачи требует от учителя при подборе задач и проектировании деятельности по их решению не только выявления всех особенностей каждой задачи, но и знания индивидуально-психологических особенностей своих учеников. Проблемность задачи в учебном процессе обеспечивается межпредметностью содержания, открытостью условия, многовариантностью способов решения, широкими внутрипредметными связями. Например, к проблемным большинство авторов вполне закономерно относят некорректные задачи: с недостающими, лишними или противоречивыми данными.

Эвристические и исследовательские задачи по своей сути можно отнести к проблемным. Их различие — достаточно сложный вопрос. Если принять широкое понимание эвристик как метаспособов, «с помощью которых отыскиваются конкретно-содержательные способы решения» [13, с. 8]), или даже в более узком значении — как общедидактических приемов, «целенаправленное применение которых активно формирует у учащихся стратегии рационального поиска отдельных этапов решения учебных проблем, учебно-исследовательских задач» [1, с. 98]), а также рассмотреть примеры эвристик, предлагаемые различными исследователями [7], то становится очевидным, что любое исследование опирается на те либо иные эвристики или, по крайней мере, содержит их в качестве отдельных этапов. Чтобы различать данные виды задач в рамках школьного математического образования, отметим следующее.

В понимании эвристической задачи нам наиболее близка позиция Л. М. Фридмана, относящего задачу к эвристической по наличию в ее решении эвристических элементов, которые представляют собой «элементарные шаги, носящие правдоподобный характер: поиск подходящего объекта (задачи или ее части) из предшествующего опыта по решению задач для сравнения или сопоставления с данной задачей» [22, с. 65]. А поскольку в школьной математике существует ряд достаточно широко известных частных эвристических приемов и методов, позволяющих преодолевать проблемы в решении задач различной тематической принадлежности (например, введение новой переменной или вспомогательной окружности, удвоение медианы и т. п.), то эвристическими задачами будем считать именно те, в которых точно определено требование (что именно доказать, найти, построить и т. д.) и существуют такие частные эвристики для преодоления проблемы.



Исследовательские задачи, по нашему мнению, не имеют четко определенного результата, а частные эвристики, которые могут быть использованы на отдельных этапах их решения, нельзя выявить непосредственно через анализ условия задачи, это возможно только в результате применения обобщенных эвристических предписаний (например, разбиение задач на подзадачи, переформулирование задачи, рассмотрение частного случая и т.д.). При этом исследовательские задачи могут иметь множество вариантов решения, а деятельность по их решению близка по своей структуре к научному исследованию.

Говоря о понятии *творческой задачи*, можно предложить два варианта ее осмысления. Первый связан с тем, что поскольку процесс решения всех рассмотренных выше видов задач (проблемных, эвристических, исследовательских) содержит элементы субъективной новизны, а следовательно, творчества, то их можно считать творческими задачами.

Во втором варианте понимания творческой задачи — через творчество, как создание «новых по замыслу» продуктов [20, с. 791] — таковыми будут считаться не только те задачи, деятельность по решению которых содержит элементы творчества, но и те, где продукт этой деятельности будет новым по замыслу (пусть даже и субъективно новым).

Например, учитель предлагает учащимся в качестве домашнего задания повторить и обобщить свойства той или иной фигуры, оформив результаты повторения в тетрадь. При этом один ученик может ограничиться логически выстроенным фиксированием свойств фигуры в словесной или символической форме, второй составит фрейм или блок-схему, отражающую не только свойства фигуры, но и связи между ними, а третий напишет сказку, в которой «главным героем» станет эта фигура, и действовать она будет сообразно со своими свойствами. Таким образом, для первого учащегося эта задача не является творческой, а вот второй и третий в ходе ее решения создадут продукт, ранее не существовавший, поэтому и задача для них станет творческой, пусть и в разной степени.

Более общие понятия в ряду указанных, по нашему мнению, — понятия нестандартной и поисковой задачи. Говоря о *поисковой задаче*, прежде всего, будем иметь в виду не столько саму задачу, сколько характеристику деятельности по ее решению — поиск новых знаний, методов решения, умений, способов деятельности и мышления.

Сложность понятия *нестандартной задачи* связана с относительностью самого термина «нестандартный». Если рассмотреть задачу, на основе которой организуется познавательная деятельность обучающегося, как цепочку: содержание — форма предъявления — процесс решения (как компонент познавательной деятельности) — результат (как результат задачи и результат деятельности по ее решению в виде приращения знаний, умений, навыков, развития эмоций, мотивов и интересов и т.д.), — то нестандартной будем считать ту задачу, в которой одно или несколько звеньев данной цепочки являются нестандартными. При этом в качестве критерия «стандартности» возьмем официально принятые программы и учебники школьной математики.



Приведем примеры задач, которые используются нами при организации обучения математике, ориентированного на формирование познавательной компетентности, и которые можно считать нестандартными.

Задача 1. Предположим, что у нас есть прибор, позволяющий очень точно проводить биссектрису любого угла, кроме развернутого, и линейка без делений. Как с помощью этих инструментов построить прямой угол?

Задача 2. Упростите выражение:

$$\left(\frac{\langle \rangle^2}{\langle \rangle^2 - \sqrt{[]}} - \frac{\sqrt{[]}}{\langle \rangle^2 + \sqrt{[]}} \right) \cdot \left(\frac{\langle \rangle^2 + \sqrt{[]}}{\sqrt{[]}} - \frac{\langle \rangle^2 - \sqrt{[]}}{\langle \rangle^2} \right).$$

Задача 3. Найдите общий вид уравнения, с помощью которого можно решить задачу на движение по реке одного и того же объекта от одного пункта до другого и обратно.

Задача 4. Пред вами три ваших одноклассника, которые играют роли параллелограмма, ромба и квадрата и могут отвечать на вопросы только «да» и «нет». Какое наименьшее количество вопросов и каких нужно задать, чтобы точно определить, кто из одноклассников какую роль играет?

Первая задача — нестандартная по содержанию, поскольку предъявляет требование не просто достижения определенного (кстати, вполне стандартного) результата, а достижения его с использованием необычных инструментов, а следовательно, нестандартным способом.

Вторая задача является нестандартной только по форме предъявления, что и определяет основную ее проблемность.

Третья задача имеет некоторую степень нестандартности формы предъявления, но в большей степени нестандартным станет процесс решения. Учащемуся нужно будет установить общий подход к решению задач на движение по течению реки и против него и, кроме того, для полного решения задачи выделить разные случаи в зависимости от того, что дано в задаче и что требуется найти.

Четвертая задача — нестандартная и по форме предъявления, и по процессу ее решения, а также по результату, который должен быть представлен в виде вопросов.

Отметим, что каждая из предложенных задач относится к проблемным, и результатом их решения будут обобщенные знания и способы мыслительной деятельности, что, в свою очередь, отразится на эмоционально-мотивационной сфере обучающихся.

Раскрывая роль нестандартных задач как компонентов задачных систем, которые в компетентностно ориентированном обучении математике являются формой представления содержания образования и средством организации познавательной деятельности, можно отметить, что именно нестандартные задачи выступают носителями надпредмет-



ного содержания, во многом определяющего формирование тех характеристик личности, способной осуществлять продуктивную познавательную деятельность, которые отражены в понятии «познавательная компетентность». Именно сочетание стандартных и нестандартных задач в обучении математике делает возможным организацию полноценной познавательной деятельности и освоения программного материала, демонстрацию практического применения идей и методов математики в смежных областях наук, в профессиональной и социальной жизни человека, вовлечение субъектов образовательного процесса в управление собственной познавательной деятельностью, обеспечение мотивационной составляющей познавательной деятельности, поддержание и развитие познавательной активности и интереса, актуализацию интеллектуального потенциала личности, ее эмоционально-чувственной сферы.

Список литературы

1. Андреев В.И. Эвристическое программирование учебно-исследовательской деятельности : метод. пособие. М., 1981.
2. Бакулевская С.С. Становление интеллектуально-творческой деятельности старшеклассника в процессе решения эвристических задач : автореф. дис. ... канд. пед. наук. Волгоград, 2001.
3. Далингер В.А., Пустовит Е.А. Роль и место задач в формировании учебно-исследовательской компетентности учащихся школы // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2012. №2 (20). С. 51 – 55.
4. Демченкова Н.А. Проблемно-поисковые задачи как средство формирования исследовательских умений будущего учителя в курсе методики преподавания математики в педвузе : дис. ... канд. пед. наук. Тольятти, 2000.
5. Епишева О.Б. Общая методика преподавания математики в средней школе : курс лекций. Тобольск, 1997.
6. Загвязинский В.И. Теория обучения: современная интерпретация : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. М., 2001.
7. Ильясов И. И. Система эвристических приемов решения задач. М., 1992.
8. Калошина И.П., Добровольская Н.А. Творческие задачи на создание дополнительных построений. Ростов н/Д, 1984.
9. Кнебельман Д.З. О проблемных задачах // Методические рекомендации по математике. Вып. 12. М., 1991. С. 67 – 75.
10. Ковалевская Е.В. Генезис и современное состояние проблемного обучения (общепедагогический анализ применительно к методике преподавания иностранных языков) : автореф. дис. ... д-ра пед. наук. М., 2000.
11. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. 1 : Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. М., 1977.
12. Кудрявцев В.Т. О проблемном обучении как способе умственного развития // Обучение и развитие. М., 1966. С. 54 – 60.
13. Кулюткин Ю.Н. Эвристические методы в структуре решения. М., 1970.
14. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения. М., 1981.
15. Липатникова И.Г., Паршина Т.Ю. Эвристическая математическая задача как средство формирования когнитивной компетентности // Фундаментальные исследования. 2012. №9(1). С. 98 – 102.



16. *Матюшкин А.М.* Проблемные ситуации в мышлении и обучении. М., 1985.
17. *Миракова Т.Н.* Математика, творчество, личность: практико-ориентированная модель гуманитаризации обучения математике в школе : монография. Орехово-Зуево, 2013.
19. *Митенева С.Ф.* Нестандартные задачи по математике как средство развития творческих способностей учащихся : дис. ... канд. пед. наук. Вологда, 2005.
20. *Ожегов С.И., Шведова Н.Ю.* Толковый словарь русского языка. 4-е изд., доп. М., 1999.
21. *Тестов В.А.* Стратегия обучения математике : монография. М., 1999.
22. *Фридман Л.М.* Логико-психологический анализ школьных учебных задач. М., 1977.
23. *Хуторской А.В.* Дидактическая эвристика: теория и технология креативного обучения. М., 2003.
24. *Цукарь А.Я.* О типологии задач // Современные проблемы методики преподавания математики / сост. Н.С. Антонов, В.А. Гусев. М., 1985. С. 132 – 139.
25. *Шабаетв И.Г.* Сочетание алгоритмической и эвристической познавательной деятельности учащихся в процессе обучения : дис. ... канд. пед. наук. М., 1977.
26. *Шмигирилова И.Б.* Использование учебно-поисковых заданий для развития творческого мышления учащихся в обобщающем повторении планиметрии : дис. ... канд. пед. наук. Омск, 2005.
27. *Шмигирилова И.Б.* Методика реализации развивающей функции геометрических задач. Петропавловск, 2008.
28. *Шмигирилова И.Б.* Познавательная компетентность как система требований к личности выпускника средней школы // Вестник Челябинского педагогического государственного университета. 2012. №5. С. 209 – 221.
29. *Шмигирилова И.Б.* Формирование познавательной компетентности школьников // Инновационные проекты и программы в образовании. 2015. Т. 4. С. 40 – 44.

Об авторах

Ольга Викторовна Григоренко – канд. физ.-мат. наук, доц., Сибирский государственный университет геосистем и технологий, Новосибирск.
E-mail: ogridorenko2311@mail.ru

Ирина Борисовна Шмигирилова – канд. пед. наук, доц., Северо-Казахстанский государственный университет им. М. Козыбаева, Петропавловск.
E-mail: irinankzu@mail.ru

About the authors

Olga Grigorenko, PhD, associate professor, Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk.
E-mail: ogridorenko2311@mail.ru

Irina Shmigirilova, PhD, associate professor, M. Kosybaev North Kazakhstan State University, Petropavlovsk.
E-mail: irinankzu@mail.ru