6. Попов Ю.И. Трехсоставные регулярные распределения $\mathcal{H}^{r}_{m,n-1}$ проективного пространства-Калининград, 1982, 126с., Библиограф. 20 названий. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 16 декабря 1982г., № 6,192-82 Деп.).

7. Похила М.М. Обобщенные многомерные полосы.-Тезисы докл. 6-й Всес.конф. по соврем. проблемам геометрии. Вильнюс, 1975, с.198-199.

8. Похила М.М. Геометрические образы, ассоциированные с многомерной полосой проективного пространства.-Тезисы докл. 5 Прибалтийской геометрич. конф. Друскининкай, 1978, с.70.

9. Столяров А.В. О фундаментальных объектах регулярной гиперполосы.-Изв.вузов.Математика, 1975, № 10, с.97-99.

10. Столяров А.В. Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения m-мерных линейных элементов.-Проблемы геометрии, т.7 (Итоги науки и техники ВИНИТИ АН СССР), 1975, с.117-151.

11. Шейдорова Н.М. К геометрии двухсоставных распределений $\mathcal{H}^{r}_{m} \subset P_n$ - В кн.: Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1983, Вып. 14, с.111-115.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып.15 1984

УДК 514.75

Али Рафес

КВАТЕРНИОННОЕ ОБОБЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ И ПРОСТРАНСТВА ЛОБАЧЕВСКОГО

По способу, предложенному в работах [1], [2], и используя определитель Дьёдонне [3] матриц $A \in \mathcal{M}(2,K)$, где K -тело кватернионов, мы можем обобщить понятия плоскости и пространства Лобачевского. В основе этого обобщения лежит построение φ-пространства X_φ, порожденного автоморфизмом

$$\varphi(a) = (\overrightarrow{a^{-1}})^{T}, \quad a \in SL(2,K).$$

Вычисление определителя Дьёдонне дает:

$$\det_g A = \begin{cases} \overset{\circ}{\overline{\alpha\delta - \alpha\gamma\alpha^{-1}\beta}}, & \alpha \in K \setminus \mathbb{R} \text{ или } (\delta, \gamma \text{ или } \beta = 0); \\ \overset{\circ}{\overline{\alpha\delta - \gamma\beta}}, & \alpha \in \mathbb{R}^{*} \text{ или } (\delta, \gamma \text{ или } \beta = 0); \\ \overset{\circ}{\overline{-\gamma\beta}}, & \alpha \doteq 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $A \in \mathcal{M}(2,K)$; $\overset{\circ}{\sigma} = \sigma N$, N -коммутант группы K^{*}.

Построим пространство $X_\varphi = \{x = a\varphi(a^{-1}) \mid a \in SL(2,K)\}$, которое изоморфно однородному φ-пространству $SL(2,K)/(SL(2,K))^{\varphi}$, на котором действие группы Ли $G = SL(2,K)$ дается формулой:

$$\alpha_\varphi(a,x) = ax\varphi(a^{-1}) = ax\bar{a}^{T}.$$

Найдем $(SL(2,K))^{\varphi} = \{h \in SL(2,K) / \varphi(h) = h\} = SO(2,K)$.

Таким образом, $X_\varphi = SL(2,K)/SO(2,K)$.

Т е о р е м а. Если $x \in X_\varphi$, то тогда существуют вещественные числа $x_0, \ldots, x_5 \in \mathbb{R}$ такие, что

$$x = \begin{pmatrix} x_0 - x_1 & x_2 + ix_3 + jx_4 + kx_5 \\ x_2 - ix_3 - jx_4 - kx_5 & x_0 + x_1 \end{pmatrix},$$

которое изоморфно либо плоскости Лобачевского Λ_2, если $T=\mathbb{R}$, либо пространству Лобачевского Λ_3, если $T=\mathbb{C}$.

Список литературы

1. Ведерников В.И. Симметрические пространства и сопряженные связности.- Уч.зап.Казанск.ун-та, 1965, № 1, с.7-59.

2. Ведерников В.И. Симметрические пространства, сопряженные связности как нормализованная связность.- Тр. геометрич. семинара, ВИНИТИ АН СССР, 1966, т.1, с.63-88.

3. J. Dieudonne. Les determinants sur un corps non commutatif. SC. Math. France, 1943, 73.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып.15 1984

УДК 514.75

О.С.Редозубова

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПАРЫ T КОНГРУЭНЦИЙ С РАВНЫМИ ПРОИЗВЕДЕНИЯМИ АБСЦИСС ФОКУСОВ

В работе рассмотрены ортогональные пары T конгруэнции в E_3, у которых равны между собой произведения абсцисс фокусов $\rho_1\rho_2$ и $\rho_1'\rho_2'$.

К паре соответствующих прямых $\{\tau_a\}$ ($a=1,2$) присоединена конгруэнция общих перпендикуляров $\{\tau\}$. Прямые τ пересекают τ_a в точках K_a. Подвижный ортонормированный репер $R=(O,\vec{e}_i)$ ($i=1,2,3$) располагается так, что вершина его лежит на прямой τ конгруэнции $\{\tau\}$, вектор $\vec{e}_3$ параллелен прямой τ. Тогда $K_a(0,0,h_a)$. Фокусы прямых τ_a обозначены буквами F_a, F_a' ($a=1,2$). Направляющие векторы прямых τ_a есть орты $\vec{\eta}_a=\vec{e}_1\cos\alpha_a+\vec{e}_2\sin\alpha_a$. Координаты F_a, F_a' в репере $(K_a,\vec{\eta}_a)$ - ρ_a и ρ_a'. Ортогональные пары T конгруэнций, у которых $\rho_1\rho_2=\rho_1'\rho_2'$ обозначены буквой $\bar{\bar{T}}$. В соответствии с работой ([1], с.3,5) пары T могут быть общими ($\rho=\rho_1'\rho_2-\rho_1\rho_2'\neq 0$) и специальными ($\rho=0$).

Теорема 1. Пары $\bar{\bar{T}}$ конгруэнции в общем случае существуют с произволом четырех функций одного аргумента, (если не равны между собой фокальные расстояния соответствующих прямых). Не существует пар T специального вида.

Доказательство. Воспользуемся обозначениями ([1], с.2,3). Тогда в общем случае пар $\bar{\bar{T}}$ конгруэнций уравнения, определяющие такие пары, можно привести к виду $\rho_1=s\rho_1'$, $\rho_2'=s\rho_2$, $\rho\neq 0$, $A_1=A_2\equiv A$, $A=-H_1\frac{\rho_2}{\rho_1'}$,

$$H_2=H_1\frac{(\rho_2)^2}{(\rho_1')^2},\quad Q_1=-\rho_1'\rho_2 s\frac{\Omega_{13}}{h_1-h_2}-H_1(1+s)\rho_2, \qquad (1)$$

$$Q_2=-\rho_1'\rho_2 s\,\Omega_{23}\frac{1}{h_1-h_2}-H_1(\rho_2)^2\frac{1}{\rho_1'}(1+s).$$