

Н. М. Кащенко

ПРОЦЕССЫ ВЛАГОПЕРЕНОСА В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Проведен сравнительный анализ моделей влагопереноса в почвах на основе теории потенциала влаги и капиллярного описания.

An comparative analysis for models of soil transfer of moisture on theory of moisture potential and capillary description is carried out.

Ключевые слова: модель, потенциал влаги, влагоперенос, капилляр.

Key words: simulation, moisture potential, transfer of moisture, capillary.

Обычно для моделирования процессов фильтрации в насыщенной зоне используется квазилинейное уравнение Буссинеска

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{H_0}^z K(z) dz \cdot \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{H_0}^z K(z) dz \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \xi - \eta, \quad (1)$$

где H — уровень грунтовых вод; μ — коэффициент водоотдачи; $K(z)$ — скорость фильтрации в зависимости от уровня z ; H_0 — уровень водоупора; $(\xi - \eta)$ — суммарный приток и отток.

Граничные условия заданы на границах области интегрирования в виде потоков $\partial H / \partial n = P$, где n — координата, перпендикулярная к границе; P — поток через границу.

Передвижение влаги в ненасыщенной зоне моделируется уравнением Букингема — Ричардса [1; 2], описывающем движение влаги в пористой среде. В общем виде при z , направленном вверх, оно имеет вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla(D(\theta) \cdot \nabla \theta) + \frac{\partial k^*(\theta)}{\partial z} + F - Q. \quad (2)$$

В терминах потенциала почвенной влаги уравнение (2) принимает вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla_{x,y} (k(h) \nabla_{x,y} (h)) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right) + \frac{\xi - \eta}{z_0}. \quad (3)$$

В уравнениях (2–3) x, y — горизонтальные координаты; z — вертикальная (направлена вверх); θ — влажность; h — потенциал почвенной влаги; $k(h)$ — коэффициент влагопроводности (диффузitivности); z_0 — эффективная толщина распределения источников и потерь. Учитывая, что $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{d\theta(h)}{dh} \frac{\partial h}{\partial t} = C(h) \frac{\partial h}{\partial t}$, уравнение (3) можно записать в виде

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla_{x,y} (k(h) \nabla_{x,y} (h)) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right) + \frac{\xi - \eta}{z_0}. \quad (4)$$

Коэффициент влагопроводности нелинейно и неоднозначно зависит от потенциала (или влажности) и его градиента. Пример эмпирически выявленной зависимости коэффициента k от влажности θ :

$$k = \exp(18,6 \cdot \theta - 11,5 - 2,3(\exp(3,00 - 51 \cdot \theta) - \exp(2,85 - 62 \cdot \theta))^2). \quad (5)$$

Альтернативной математической моделью влагопереноса в ненасыщенной зоне является капиллярная модель, в которой принимается гипотеза о слабом взаимодействии капилляров разных размеров:

$$\left(\mu_0 - \sum_{i=1}^n \mu_i \right) \frac{\partial H}{\partial t} = \nabla \left(\int_{H_0}^H K(z) dz \cdot \nabla H \right) + \xi - \eta - \sum_{i=1}^n \mu_i f_i, \quad \frac{\partial H_i}{\partial t} = f_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (6)$$

где μ_0 – коэффициент водоотдачи крупнопористой части почвы; d_i – диаметр капилляров; μ_i , H_i , V_{ki} , H_{ki} – относительный объем, уровень воды, скорость и высота капиллярного подъема; $f_i = V_{ki}(H_{ki} + H - H_i) / H_{ki}$.

Для капилляра диаметром d для воды при $t = 20^\circ\text{C}$ $V_{ki} = 1,5 \cdot 10^5 d^2$; $H_{ki} = 3 \cdot 10^{-5} d^{-1}$.

Приведем относительное содержание капилляров в зависимости от почвы (рис. 1).

В работе сравнивались однородности среды по однородности начальной зонтальным направлениям.

Для решения уравнений конечно-разностный метод с равномерной сетки и неявной порядка точности по переменной и первого времени. Шаг по времени получения относительной

аппроксимации менее 0,001. При моделировании фильтрации по модели (6) были получены результаты, показанные на рисунке 2. При этом использовался спектр рисунка 1, маркированный числом 55 (результаты моделирования показаны на рисунке 2, б), он же, пересчитанный для максимума при 16 мк (результаты моделирования показаны на рисунке 2, а) и пересчитанный для максимума при 64 мк (результаты моделирования показаны на рисунке 2, в). Маркерам 1, 2, 3 и 4 на этих рисунках соответствуют моменты времени 6, 12, 24 и 48 ч от начала процесса. Рассчитанный потенциал сравнивался с расчетами по модели (4).

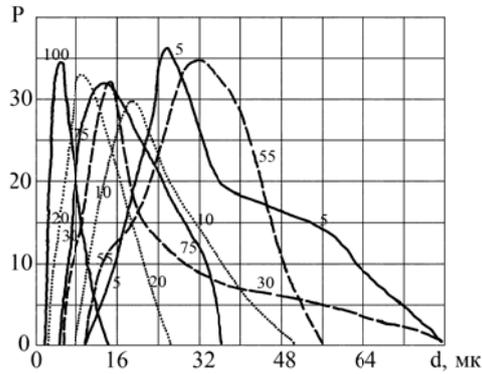


Рис. 1. Относительные спектры капилляров

содержание P диаметра d для средних

дели (4) и (6) в условиях пространства и влажности по гори-

(4, 6) применялся использованием аппроксимации второго пространственной порядка точности по выбирался из условия погрешности

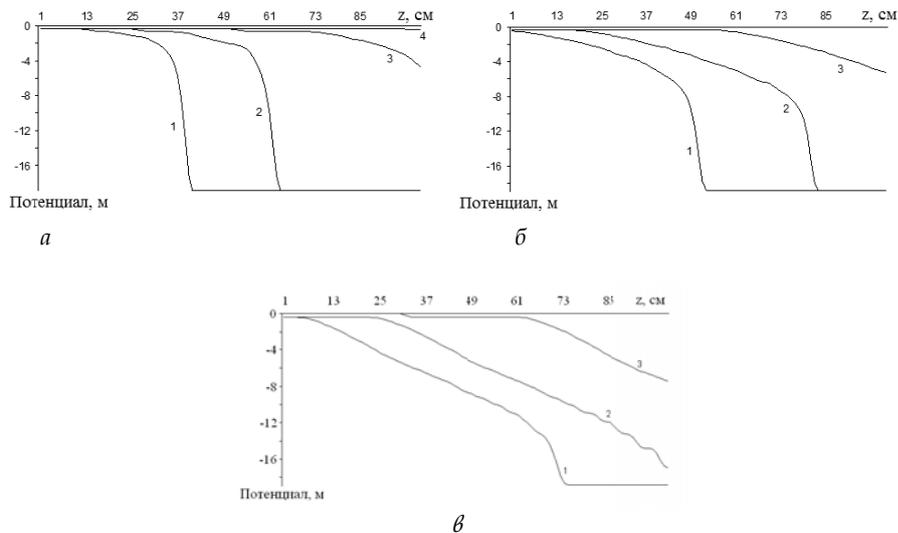


Рис. 2. Зависимость потенциала от z для разных моментов времени для спектра с максимумами при: 16 (а), 32 (б) и 64 (в) мк

Список литературы

1. Веригин Н. Н., Васильев С. В., Саркисян В. С., Шержуков Б. С. Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород. М., 1997. С. 271.
2. Иксанов Р. Г. Задача Стефана о впитывании влаги в почву: сб. науч. тр. МГУП. М., 2004. С. 155–160.

Об авторе

Николай Михайлович Кащенко — канд. физ.-мат. наук, доц., РГУ им. И. Канта, e-mail: kaschtschenko@mail.ru.

Author

Dr Nikolay Kashchenko — assistant professor, IKSUR, e-mail: kaschtschenko@mail.ru.