УДК 514.75

А. В. Кулешов

(Балтийский федеральный университет им. И. Канта, г. Калининград)

Связности второго порядка на семействе центрированных плоскостей в проективном пространстве

В продолжении $G^2(B_r)$ главного расслоения $G(B_r)$, ассоциированного с семейством B_r центрированных плоскостей, способом Лаптева — Лумисте задана фундаментально-групповая связность второго порядка. Найдены уравнения на объект Γ^2 данной связности и объект R^2 кривизны этой связности. Показано, что связность 1-го порядка Γ, заданная в расслоении $G(B_r)$, вместе с аффинной связностью Γ^i_{jk} в пространстве параметров V_r индуцируют однопараметрическую связку связностей Γ^2.

Ключевые слова: семейство центрированных плоскостей, фундаментально-групповая связность, метод продолжений и охватов, кривизна.

1. Главное расслоение, ассоциированное с семейством центрированных плоскостей

Отнесем n-мерное вещественное проективное пространство P_n к подвижному реперу $\{A, A_I\}$, $I, J, \ldots = \overline{1, n}$, инфинитезимальные перемещения которого определяются деривационными формулами

$$dA = \theta A + \omega^I A_I\,,\ dA_I = \theta A_I + \omega_I^J A_J + \omega_I A\,,$$

где форма θ играет роль множителя пропорциональности, а структурные формы ω^I, ω_J^I, ω_I проективной группы $GP(n)$ удовлетворяют уравнениям Картана [8, с. 121]

$$D\omega^I = \omega^J \wedge \omega_J^I, \; D\omega_I = \omega_I^J \wedge \omega_J, \tag{1.1}$$

$$D\omega_J^I = \omega_J^K \wedge \omega_K^I + \omega^K \wedge (-\delta_J^I \omega_K - \delta_K^I \omega_J). \tag{1.2}$$

В пространстве P_n рассмотрим семейство B_r центрированных плоскостей L_m^*, где $1 \le m < n$, $1 \le r < m(n-m) + n$ (см. [2; 4; 6]. Произведем специализацию подвижного репера $\{A, A_a, A_\alpha\}$, помещая вершину A в центр плоскости L_m^*, а вершины A_a — на плоскость L_m^*. Система уравнений семейства B_r центрированных плоскостей L_m^* [4; 6] в параметрической форме имеет вид

$$\omega^a = \Lambda_i^a \theta^i, \; \omega^\alpha = \Lambda_i^\alpha \theta^i, \; \omega_a^\alpha = \Lambda_{ai}^\alpha \theta^i, \tag{1.3}$$
$$a, b, \ldots = \overline{1, m}; \; \alpha, \beta, \ldots = \overline{m+1, n}; \; i, j, \ldots = \overline{1, r},$$

где формы Пфаффа θ^i являются структурными формами r-мерного гладкого многообразия V_r, причем имеют место уравнения

$$D\theta^i = \theta^j \wedge \theta_j^i, \tag{1.4}$$

$$D\theta_j^i = \theta_j^k \wedge \theta_k^i + \theta^k \wedge \theta_{jk}^i. \tag{1.5}$$

При этом [1] $\theta_{[jk]}^i \equiv 0$, где символ «$\equiv$» означает сравнение по модулю базисных форм θ^i.

Совокупность функций $\Lambda = \{\Lambda_i^a, \Lambda_i^\alpha, \Lambda_{ai}^\alpha\}$ удовлетворяет уравнениям

$$\begin{gathered} \Delta\Lambda_i^a + \Lambda_i^\alpha \omega_\alpha^a = \Lambda_{ij}^a \theta^j, \quad \Delta\Lambda_i^\alpha = \Lambda_{ij}^\alpha \theta^j, \\ \Delta\Lambda_{ai}^\alpha - \Lambda_i^\alpha \omega_a = \Lambda_{aij}^\alpha \theta^j, \end{gathered} \tag{1.6}$$

$$\Lambda_{[ij]}^a = 0, \; \Lambda_{[ij]}^\alpha = -\Lambda_{[i}^a \Lambda_{aj]}^\alpha, \; \Lambda_{a[ij]}^\alpha = 0,$$

где Δ — дифференциальный оператор, действующий по закону

$$\Delta\Lambda^{\alpha}_{ai} = d\Lambda^{\alpha}_{ai} - \Lambda^{\alpha}_{bi}\omega^{b}_{a} - \Lambda^{\alpha}_{aj}\theta^{j}_{i} + \Lambda^{\beta}_{ai}\omega^{\alpha}_{\beta},$$

а по крайним индексам в скобках производится альтернирование. Таким образом, объект $\Lambda = \{\Lambda^{a}_{i}, \Lambda^{\alpha}_{i}, \Lambda^{\alpha}_{ai}\}$ является тензором, содержащим три подтензора Λ^{α}_{i}, $\{\Lambda^{\alpha}_{i}, \Lambda^{a}_{i}\}$, $\{\Lambda^{\alpha}_{i}, \Lambda^{\alpha}_{ai}\}$. Он называется фундаментальным тензором многообразия B_r при параметрическом задании.

Уравнения (1.4), (1.5) выступают структурными уравнениями главного расслоения $L(V_r)$ линейных реперов, ассоциированного с многообразием V_r.

Из уравнений (1.1—1.3) следует, что с многообразием B_r ассоциировано главное расслоение $G(B_r)$ со структурными уравнениями (1.4), а также

$$D\omega^{a}_{b} = \omega^{c}_{b} \wedge \omega^{a}_{c} + \theta^{i} \wedge \omega^{a}_{bi}, \tag{1.7}$$

$$D\omega^{\alpha}_{\beta} = \omega^{\gamma}_{\beta} \wedge \omega^{\alpha}_{\gamma} + \theta^{i} \wedge \omega^{\alpha}_{\beta i}, \tag{1.8}$$

$$D\omega^{a}_{\alpha} = \omega^{b}_{\alpha} \wedge \omega^{a}_{b} + \omega^{\beta}_{\alpha} \wedge \omega^{a}_{\beta} + \theta^{i} \wedge \omega^{a}_{\alpha i}, \tag{1.9}$$

$$D\omega_{a} = \omega^{b}_{a} \wedge \omega_{b} + \theta^{i} \wedge \omega_{ai}, \tag{1.10}$$

$$D\omega_{\alpha} = \omega^{\beta}_{\alpha} \wedge \omega_{\beta} + \omega^{a}_{\alpha} \wedge \omega_{a}, \tag{1.11}$$

где

$$\omega^{a}_{bi} = \Lambda^{\alpha}_{bi}\omega^{a}_{\alpha} - \delta^{a}_{b}(\Lambda^{\alpha}_{i}\omega_{\alpha} + \Lambda^{c}_{i}\omega_{c}) - \Lambda^{a}_{i}\omega_{b}, \tag{1.12}$$

$$\omega^{\alpha}_{\beta i} = -\Lambda^{\alpha}_{ai}\omega^{a}_{\beta} - \delta^{\alpha}_{\beta}(\Lambda^{\gamma}_{i}\omega_{\gamma} + \Lambda^{a}_{i}\omega_{a}) - \Lambda^{\alpha}_{i}\omega_{\beta}, \tag{1.13}$$

$$\omega_{ai} = \Lambda^{\alpha}_{ai}\omega_{\alpha}, \ \omega^{a}_{\alpha i} = -\Lambda^{a}_{i}\omega_{\alpha}. \tag{1.14}$$

Базой главного расслоения $G(B_r)$ является многообразие B_r, а типовым слоем — подгруппа стационарности G плоскости L^{*}_{m}. Ассоциированное расслоение имеет два простейших и два простых фактор-расслоения [2; 4]. По отношению к расслоению $G(B_r)$ формы θ^i выступают базовыми, а ω_b^a, ω_β^α, ω_a, ω_α^a, ω_α — слоевыми [3, с. 52].

Используя (1.4—1.14), мы можем представить внешние дифференциалы форм ω_{bi}^a, $\omega_{\beta i}^\alpha$, $\omega_{\alpha i}^a$, ω_{ai} следующим образом:

$$D\omega_{bi}^a = \omega_{bi}^c \wedge \omega_c^a + \omega_b^c \wedge \omega_{ci}^a + \theta_i^j \wedge \omega_{bj}^a + \theta^j \wedge \omega_{bij}^a, \quad (1.15)$$

$$D\omega_{\beta i}^\alpha = \omega_{\beta i}^\gamma \wedge \omega_\gamma^\alpha + \omega_\beta^\gamma \wedge \omega_{\gamma i}^\alpha + \theta_i^j \wedge \omega_{\beta j}^\alpha + \theta^j \wedge \omega_{\beta ij}^\alpha, \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} D\omega_{\alpha i}^a &= \omega_{\alpha i}^b \wedge \omega_b^a + \omega_\alpha^b \wedge \omega_{bi}^a + \omega_{\alpha i}^\beta \wedge \omega_\beta^a + \\ &+ \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_{\beta i}^a + \theta_i^j \wedge \omega_{\alpha j}^a + \theta^j \wedge \omega_{\alpha ij}^a, \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$D\omega_{ai} = \omega_{ai}^b \wedge \omega_b + \omega_a^b \wedge \omega_{bi} + \theta_i^j \wedge \omega_{aj} + \theta^j \wedge \omega_{aij}, \quad (1.18)$$

где

$$\omega_{bij}^a = \Lambda_{bij}^\alpha \omega_\alpha^a + \Lambda_{bi}^\alpha \omega_{\alpha j}^a - \delta_b^a (\Lambda_{ij}^J \omega_J + \Lambda_i^c \omega_{cj}) - \Lambda_{ij}^a \omega_b - \Lambda_i^a \omega_{bj},$$

$$\omega_{\beta ij}^\alpha = -\Lambda_{aij}^\alpha \omega_\beta^a - \Lambda_{ai}^\alpha \omega_{\beta j}^a - \delta_\beta^\alpha (\Lambda_{ij}^J \omega_J + \Lambda_i^a \omega_{aj}) - \Lambda_{ij}^\alpha \omega_\beta,$$

$$\omega_{\alpha ij}^a = -\Lambda_{ij}^a \omega_\alpha, \ \omega_{aij} = \Lambda_{aij}^\alpha \omega_\alpha .$$

Замечание 1.1. Формы ω_{bij}^a, $\omega_{\beta ij}^\alpha$, $\omega_{\alpha ij}^a$, ω_{aij} симметричны по нижним индексам i и j:

$$\omega_{b[ij]}^a = 0, \ \omega_{\beta[ij]}^\alpha = 0, \ \omega_{\alpha[ij]}^a = 0, \ \omega_{a[ij]} = 0 .$$

Формулы (1.4, 1.7—1.11, 1.15—1.18) являются структурными уравнениями продолженного главного расслоения $G^2(B_r)$, ассоциированного с многообразием B_r.

Продолжая уравнения (1.6), найдем

$$\Delta\Lambda_{ij}^a - \Lambda_k^a \theta_{ij}^k + \Lambda_i^b \omega_{bj}^a + \Lambda_{ij}^\alpha \omega_\alpha^a + \Lambda_i^\alpha \omega_{\alpha j}^a = \Lambda_{ijk}^a \theta^k, \quad (1.19)$$

$$\Delta\Lambda_{ij}^\alpha + \Lambda_i^\beta \omega_{\beta j}^\alpha - \Lambda_k^\alpha \theta_{ij}^k = \Lambda_{ijk}^\alpha \theta^k, \quad (1.20)$$

$$\Delta\Lambda_{aij}^\alpha - \Lambda_{ak}^\alpha \theta_{ij}^k - \Lambda_{bi}^\alpha \omega_{aj}^b + \Lambda_{ai}^\beta \omega_{\beta j}^\alpha - \Lambda_{ij}^\alpha \omega_a - \Lambda_i^\alpha \omega_{aj} = \Lambda_{aijk}^\alpha \theta^k, \quad (1.21)$$

$$\Lambda_{i[jk]}^a = 0, \ \Lambda_{i[jk]}^\alpha = 0, \ \Lambda_{ai[jk]}^\alpha = 0 .$$

Из уравнений (1.6, 1.19—1.21) следует, что совокупность функций $\Lambda^2 = \{\Lambda, \Lambda^a_{ij}, \Lambda^\alpha_{ij}, \Lambda^\alpha_{aij}\}$ образует геометрический объект, содержащий подобъект Λ. Систему функций Λ^2 назовем фундаментальным объектом 2-го порядка многообразия B_r при параметрическом задании.

Замечание 1.2. Компоненты $\Lambda^a_{ijk}, \Lambda^\alpha_{ijk}, \Lambda^\alpha_{aijk}$ объекта Λ^2 симметричны по индексам *i, j, k*.

2. Ассоциированные связности на многообразиях B_r и V_r

Фундаментально-групповая связность (по Г. Ф. Лаптеву) 1-го порядка

$$\Gamma = \{\Gamma^a_{bi},\ \Gamma^\alpha_{\beta i},\ \Gamma^a_{\alpha i},\ \Gamma_{ai},\ \Gamma_{\alpha i}\},$$

т. е. связность в главном расслоении $G(B_r)$, задается способом Лаптева — Лумисте [3] с помощью форм

$$\begin{gathered}\tilde{\omega}^a_b = \omega^a_b - \Gamma^a_{bi}\theta^i,\ \tilde{\omega}^\alpha_\beta = \omega^\alpha_\beta - \Gamma^\alpha_{\beta i}\theta^i,\ \tilde{\omega}^a_\alpha = \omega^a_\alpha - \Gamma^a_{\alpha i}\theta^i,\\ \tilde{\omega}_a = \omega_a - \Gamma_{ai}\theta^i,\ \tilde{\omega}_\alpha = \omega_\alpha - \Gamma_{\alpha i}\theta^i,\end{gathered} \tag{2.1}$$

причем компоненты объекта Γ удовлетворяют дифференциальным уравнениям [6], полученным с использованием теоремы Картана — Лаптева [3, с. 81—83]:

$$\Delta\Gamma^a_{bi} + \omega^a_{bi} = \Gamma^a_{bij}\theta^j,\ \Delta\Gamma^\alpha_{\beta i} + \omega^\alpha_{\beta i} = \Gamma^\alpha_{\beta ij}\theta^j, \tag{2.2}$$

$$\Delta\Gamma_{ai} + \Gamma^b_{ai}\omega_b + \omega_{ai} = \Gamma_{aij}\theta^j, \tag{2.3}$$

$$\Delta\Gamma^a_{\alpha i} - \Gamma^a_{bi}\omega^b_\alpha + \Gamma^\beta_{\alpha i}\omega^a_\beta + \omega^a_{\alpha i} = \Gamma^a_{\alpha ij}\theta^j, \tag{2.3}$$

$$\Delta\Gamma_{\alpha i} + \Gamma^a_{\alpha i}\omega_a + \Gamma^\beta_{\alpha i}\omega_\beta - \Gamma_{ai}\omega^a_\alpha = \Gamma_{\alpha ij}\theta^j. \tag{2.4}$$

Объект Γ содержит два простейших и два простых [5, с. 5] подобъекта [2; 4].

Из форм (2.1) с учетом выражений (2.2—2.4) получаем структурные уравнения для форм связности:

$$D\tilde{\omega}_b^a = \tilde{\omega}_b^c \wedge \tilde{\omega}_c^a + R_{bij}^a \theta^i \wedge \theta^j, \tag{2.5}$$

$$D\tilde{\omega}_\beta^\alpha = \tilde{\omega}_\beta^\gamma \wedge \tilde{\omega}_\gamma^\alpha + R_{\beta ij}^\alpha \theta^i \wedge \theta^j, \qquad (2.5)$$

$$D\tilde{\omega}_\alpha^a = \tilde{\omega}_\alpha^b \wedge \tilde{\omega}_b^a + \tilde{\omega}_\alpha^\beta \wedge \tilde{\omega}_\beta^a + R_{\alpha ij}^a \theta^i \wedge \theta^j, \tag{2.6}$$

$$D\tilde{\omega}_a = \tilde{\omega}_a^b \wedge \tilde{\omega}_b + R_{aij} \theta^i \wedge \theta^j, \qquad (2.6)$$

$$D\tilde{\omega}_\alpha = \tilde{\omega}_\alpha^\beta \wedge \tilde{\omega}_\beta + \tilde{\omega}_\alpha^a \wedge \tilde{\omega}_a + R_{\alpha ij} \theta^i \wedge \theta^j, \tag{2.7}$$

где компоненты объекта кривизны групповой связности $R = \{R_{bij}^a, R_{\beta ij}^\alpha, R_{\alpha ij}^a, R_{aij}, R_{\alpha ij}\}$ выражаются по формулам

$$R_{bij}^a = \Gamma_{b[ij]}^a - \Gamma_{b[i}^c \Gamma_{cj]}^a, \; R_{\beta ij}^\alpha = \Gamma_{\beta[ij]}^\alpha - \Gamma_{\beta[i}^\gamma \Gamma_{\gamma j]}^\alpha, \tag{2.8}$$

$$R_{\alpha ij}^a = \Gamma_{\alpha[ij]}^a - \Gamma_{\alpha[i}^b \Gamma_{bj]}^a - \Gamma_{\alpha[i}^\beta \Gamma_{\beta j]}^a, \; R_{aij} = \Gamma_{a[ij]} - \Gamma_{a[i}^b \Gamma_{bj]}, \tag{2.9}$$

$$R_{\alpha ij} = \Gamma_{\alpha[ij]} - \Gamma_{\alpha[i}^a \Gamma_{aj]} - \Gamma_{\alpha[i}^\beta \Gamma_{\beta j]}. \tag{2.10}$$

Продолжим уравнения (2.2—2.4), в результате чего получим уравнения на продолжения компонент объекта связности Γ:

$$\Delta\Gamma_{bij}^a - \Gamma_{bk}^a \theta_{ij}^k + \Gamma_{bi}^c \omega_{cj}^a - \Gamma_{ci}^a \omega_{bj}^c + \omega_{bij}^a = \Gamma_{bijk}^a \theta^k, \tag{2.11}$$

$$\Delta\Gamma_{\beta ij}^\alpha - \Gamma_{\beta k}^\alpha \theta_{ij}^k - \Gamma_{\gamma i}^\alpha \omega_{\beta j}^\gamma + \Gamma_{\beta i}^\gamma \omega_{\gamma j}^\alpha + \omega_{\beta ij}^\alpha = \Gamma_{\beta ijk}^\alpha \theta^k, \tag{2.12}$$

$$\begin{gathered} \Delta\Gamma_{\alpha ij}^a - \Gamma_{\alpha k}^a \theta_{ij}^k + \Gamma_{\alpha i}^b \omega_{bj}^a - \Gamma_{cij}^a \omega_\alpha^c - \Gamma_{ci}^a \omega_{\alpha j}^c + \\ + \Gamma_{\alpha ij}^\beta \omega_\beta^a + \Gamma_{\alpha i}^\beta \omega_{\beta j}^a - \Gamma_{\beta i}^a \omega_{\alpha j}^\beta + \omega_{\alpha ij}^a = \Gamma_{\alpha ijk}^a \theta^k, \end{gathered} \tag{2.13}$$

$$\Delta\Gamma_{aij} - \Gamma_{ak} \theta_{ij}^k + \Gamma_{aij}^b \omega_b + \Gamma_{ai}^b \omega_{bj} - \Gamma_{bi} \omega_{aj}^b + \omega_{aij} = \Gamma_{aijk} \theta^k, \tag{2.14}$$

$$\begin{gathered} \Delta\Gamma_{\alpha ij} - \Gamma_{\alpha k} \theta_{ij}^k + \Gamma_{\alpha ij}^a \omega_a + \Gamma_{\alpha i}^a \omega_{aj} - \Gamma_{aij} \omega_\alpha^a - \\ - \Gamma_{ai} \omega_{\alpha j}^a + \Gamma_{\alpha ij}^\beta \omega_\beta - \Gamma_{\beta i} \omega_{\alpha j}^\beta = \Gamma_{\alpha ijk} \theta^k, \end{gathered} \tag{2.15}$$

где продолжения компонент объекта Γ симметричны по индексам j, k:

$\Gamma^a_{bijk} = \Gamma^a_{bikj}$, $\Gamma^\alpha_{\beta ijk} = \Gamma^\alpha_{\beta ikj}$, $\Gamma^a_{\alpha ijk} = \Gamma^a_{\alpha ikj}$, $\Gamma_{aijk} = \Gamma_{aikj}$, $\Gamma_{\alpha ijk} = \Gamma_{\alpha ikj}$.

Используя формулы (2.11—2.15), найдем дифференциальные сравнения на компоненты объекта кривизны R групповой связности 1-го порядка:

$$\Delta R^a_{bij} \equiv 0, \ \Delta R^\alpha_{\beta ij} \equiv 0, \tag{2.16}$$

$$\Delta R^a_{\alpha ij} - R^a_{bij}\omega^b_\alpha + R^\beta_{\alpha ij}\omega^a_\beta \equiv 0, \ \Delta R_{aij} + R^b_{aij}\omega_b \equiv 0, \tag{2.17}$$

$$\Delta R_{\alpha ij} + R^a_{\alpha ij}\omega_a + R^\beta_{\alpha ij}\omega_\beta - R_{aij}\omega^a_\alpha \equiv 0. \tag{2.18}$$

Из сравнений (2.16—2.18) следует, что объект кривизны R образует тензор, содержащий четыре подтензора [2; 4].

В пространстве параметров V_r зададим аффинную связность с помощью форм

$$\tilde{\theta}^i_j = \theta^i_j - \Gamma^i_{jk}\theta^k, \tag{2.19}$$

где Γ^i_{jk} — объект аффинной связности, удовлетворяющий дифференциальным уравнениям

$$\Delta\Gamma^i_{jk} + \theta^i_{jk} = \Gamma^i_{jkl}\theta^l. \tag{2.20}$$

Структурные уравнения на формы связности имеют вид

$$D\tilde{\theta}^i_j = \tilde{\theta}^k_j \wedge \tilde{\theta}^i_k + \Re^i_{jkl}\theta^k \wedge \theta^l,$$

где $\Re^i_{jkl} = \Gamma^i_{j[kl]} - \Gamma^m_{j[k}\Gamma^i_{ml]}$ — компоненты тензора кривизны;

$$\Delta\Re^i_{jkl} \equiv 0.$$

3. Ассоциированные связности 2-го порядка

Фундаментально-групповая связность 2-го порядка

$$\Gamma^2 = \{\Gamma, L^a_{bij}, L^\alpha_{\beta ij}, L_{aij}, L^a_{\alpha ij}\},$$

т.е. связность в продолжении $G^2(B_r)$ главного расслоения $G(B_r)$, задается способом Лаптева — Лумисте с помощью форм (2.1), а также форм второго порядка

$$\begin{aligned}&\tilde{\omega}^a_{bi} = \omega^a_{bi} - L^a_{bij}\theta^j,\ \tilde{\omega}^\alpha_{\beta i} = \omega^\alpha_{\beta i} - L^\alpha_{\beta ij}\theta^j,\\ &\tilde{\omega}^a_{\alpha i} = \omega^a_{\alpha i} - L^a_{\alpha ij}\theta^j,\ \tilde{\omega}_{ai} = \omega_{ai} - L_{aij}\theta^j,\end{aligned} \tag{3.1}$$

причем компоненты L^a_{bij}, $L^\alpha_{\beta ij}$, L_{aij}, $L^a_{\alpha ij}$ объекта Γ^2 удовлетворяют следующим дифференциальным уравнениям, полученным с использованием теоремы Картана — Лаптева:

$$\Delta L^a_{bij} + \Gamma^k_{ij}\omega^a_{bk} - \Gamma^a_{cj}\omega^c_{bi} + \Gamma^c_{bj}\omega^a_{ci} + \omega^a_{bij} = L^a_{bijk}\theta^k, \tag{3.2}$$

$$\Delta L^\alpha_{\beta ij} + \Gamma^k_{ij}\omega^\alpha_{\beta k} + \Gamma^\gamma_{\beta j}\omega^\alpha_{\gamma i} - \Gamma^\alpha_{\gamma j}\omega^\gamma_{\beta i} + \omega^\alpha_{\beta ij} = L^\alpha_{\beta ijk}\theta^k, \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}&\Delta L^a_{\alpha ij} + \Gamma^k_{ij}\omega^a_{\alpha k} - \Gamma^a_{bj}\omega^b_{\alpha i} - L^a_{bij}\omega^b_\alpha + \Gamma^b_{\alpha j}\omega^a_{bi} +\\ &+ \Gamma^\beta_{\alpha j}\omega^a_{\beta i} + L^\beta_{\alpha ij}\omega^a_\beta - \Gamma^a_{\beta j}\omega^\beta_{\alpha i} + \omega^a_{\alpha ij} = L^a_{\alpha ijk}\theta^k,\end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\Delta L_{aij} + \Gamma^k_{ij}\omega_{ak} + L^b_{aij}\omega_b - \Gamma_{bj}\omega^b_{ai} + \Gamma^b_{aj}\omega_{bi} + \omega_{aij} = L_{aijk}\theta^k. \tag{3.5}$$

Выражения для внешних дифференциалов (структурные уравнения) форм (3.1) имеют вид

$$D\tilde{\omega}^a_{bi} = \tilde{\omega}^c_{bi} \wedge \tilde{\omega}^a_c + \tilde{\omega}^c_b \wedge \tilde{\omega}^a_{ci} + \tilde{\theta}^j_i \wedge \tilde{\omega}^a_{bj} + R^a_{bijk}\theta^j \wedge \theta^k, \tag{3.6}$$

$$D\tilde{\omega}^\alpha_{\beta i} = \tilde{\omega}^\gamma_{\beta i} \wedge \tilde{\omega}^\alpha_\gamma + \tilde{\omega}^\gamma_\beta \wedge \tilde{\omega}^\alpha_{\gamma i} + \tilde{\theta}^j_i \wedge \tilde{\omega}^\alpha_{\beta j} + R^\alpha_{\beta ijk}\theta^j \wedge \theta^k, \tag{3.7}$$

$$\begin{aligned}&D\tilde{\omega}^a_{\alpha i} = \tilde{\omega}^b_{\alpha i} \wedge \tilde{\omega}^a_b + \tilde{\omega}^b_\alpha \wedge \tilde{\omega}^a_{bi} + \tilde{\omega}^\beta_{\alpha i} \wedge \tilde{\omega}^a_\beta +\\ &+ \tilde{\omega}^\beta_\alpha \wedge \tilde{\omega}^a_{\beta i} + \tilde{\theta}^j_i \wedge \tilde{\omega}^a_{\alpha j} + R^a_{\alpha ijk}\theta^j \wedge \theta^k,\end{aligned} \tag{3.8}$$

$$D\tilde{\omega}_{ai} = \tilde{\omega}^b_{ai} \wedge \tilde{\omega}_b + \tilde{\omega}^b_a \wedge \tilde{\omega}_{bi} + \tilde{\theta}^j_i \wedge \tilde{\omega}_{aj} + R_{aijk}\theta^j \wedge \theta^k, \tag{3.9}$$

где компоненты 2-го порядка объекта кривизны групповой связности 2-го порядка

$$R^2 = \{R, R^a_{bijk}, R^\alpha_{\beta ijk}, R^a_{\alpha ijk}, R_{aijk}\}$$

выражаются по формулам

$$R^a_{bijk} = L^a_{bi[jk]} - L^c_{bi[j}\Gamma^a_{ck]} - \Gamma^c_{b[j}L^a_{cik]} - \Gamma^l_{i[j}L^a_{blk]}, \qquad (3.10)$$

$$R^\alpha_{\beta ijk} = L^\alpha_{\beta i[jk]} - L^\gamma_{\beta i[j}\Gamma^\alpha_{\gamma k]} - \Gamma^\gamma_{\beta[j}L^\alpha_{\gamma ik]} - \Gamma^l_{i[j}L^\alpha_{\beta lk]}, \qquad (3.11)$$

$$R^a_{\alpha ijk} = L^a_{\alpha i[jk]} - \Gamma^l_{i[j}L^a_{\alpha lk]} - L^\beta_{\alpha i[j}\Gamma^a_{\beta k]} - L^b_{\alpha i[j}\Gamma^a_{bk]} - \Gamma^\beta_{\alpha[j}L^a_{\beta ik]} - \Gamma^b_{\alpha[j}L^a_{bik]}, \qquad (3.12)$$

$$R_{aijk} = L_{ai[jk]} - L^b_{ai[j}\Gamma_{bk]} - \Gamma^b_{a[j}L_{bik]} - \Gamma^l_{i[j}L_{alk]}. \qquad (3.13)$$

Продолжая уравнения (3.2—3.5), получим сравнения на продолжения компонент L:

$$\Delta L^a_{bijk} + L^c_{bij}\omega^a_{ck} - L^a_{cij}\omega^c_{bk} - L^a_{blj}\theta^l_{ik} - L^a_{bil}\theta^l_{jk} - \Gamma^a_{cjk}\omega^c_{bi} - \\ - \Gamma^a_{cj}\omega^c_{bik} + \Gamma^c_{bjk}\omega^a_{ci} + \Gamma^c_{bj}\omega^a_{cik} + \Gamma^l_{ijk}\omega^a_{bl} + \Gamma^l_{ij}\omega^a_{blk} + \omega^a_{bijk} \equiv 0, \qquad (3.14)$$

$$\Delta L^\alpha_{\beta ijk} + L^\gamma_{\beta ij}\omega^\alpha_{\gamma k} - L^\alpha_{\gamma ij}\omega^\gamma_{\beta k} - L^\alpha_{\beta lj}\theta^l_{ik} - L^\alpha_{\beta il}\theta^l_{jk} - \Gamma^\alpha_{\gamma jk}\omega^\gamma_{\beta i} - \\ - \Gamma^\alpha_{\gamma j}\omega^\gamma_{\beta ik} + \Gamma^\gamma_{\beta jk}\omega^\alpha_{\gamma i} + \Gamma^\gamma_{\beta j}\omega^\alpha_{\gamma ik} + \Gamma^l_{ijk}\omega^\alpha_{\beta l} + \Gamma^l_{ij}\omega^\alpha_{\beta lk} + \omega^\alpha_{\beta ijk} \equiv 0, \qquad (3.15)$$

$$\Delta L^a_{\alpha ijk} + L^b_{\alpha ij}\omega^a_{bk} - L^a_{\beta ij}\omega^\beta_{\alpha k} - L^a_{\alpha lj}\theta^l_{ik} - L^a_{\alpha il}\theta^l_{jk} + \Gamma^l_{ijk}\omega^a_{\alpha l} + \\ + \Gamma^l_{ij}\omega^a_{\alpha lk} - \Gamma^a_{bjk}\omega^b_{\alpha i} - \Gamma^a_{bj}\omega^b_{\alpha ik} - L^a_{bijk}\omega^b_\alpha - L^a_{bij}\omega^b_{\alpha k} + \\ + \Gamma^b_{\alpha jk}\omega^a_{bi} + \Gamma^b_{\alpha j}\omega^a_{bik} + \Gamma^\beta_{\alpha jk}\omega^a_{\beta i} + \Gamma^\beta_{\alpha j}\omega^a_{\beta ik} + L^\beta_{\alpha ijk}\omega^a_\beta + \\ + L^\beta_{\alpha ij}\omega^a_{\beta k} - \Gamma^a_{\beta jk}\omega^\beta_{\alpha i} - \Gamma^a_{\beta j}\omega^\beta_{\alpha ik} + \omega^a_{\alpha ijk} \equiv 0, \qquad (3.16)$$

$$\Delta L_{aijk} - L_{bij}\omega^b_{ak} - L_{alj}\theta^l_{ik} - L_{ail}\theta^l_{jk} + \Gamma^l_{ijk}\omega_{al} + \Gamma^l_{ij}\omega_{alk} + L^b_{aijk}\omega_b + \\ + L^b_{aij}\omega_{bk} - \Gamma_{bjk}\omega^b_{ai} - \Gamma_{bj}\omega^b_{aik} + \Gamma^b_{ajk}\omega_{bi} + \Gamma^b_{aj}\omega_{bik} + \omega_{aijk} \equiv 0, \qquad (3.17)$$

где

$$\omega^a_{bijk} = \Lambda^\alpha_{bijk}\omega^a_\alpha + 2\Lambda^\alpha_{bi(j}\omega^a_{\alpha k)} + \Lambda^\alpha_{bi}\omega^a_{\alpha jk} - \Lambda^a_{ijk}\omega_b - \\ - 2\Lambda^a_{i(j}\omega_{bk)} - \Lambda^a_i\omega_{bjk} - \delta^a_b(\Lambda^J_{ijk}\omega_J + 2\Lambda^c_{i(j}\omega_{ck)} + \Lambda^c_i\omega_{cjk}), \qquad (3.18)$$

$$\omega^\alpha_{\beta ijk} = -\Lambda^\alpha_{aijk}\omega^a_\beta - 2\Lambda^\alpha_{ai(j}\omega^a_{\beta k)} - \Lambda^\alpha_{ai}\omega^a_{\beta jk} - \\ - \delta^\alpha_\beta(\Lambda^J_{ijk}\omega_J + 2\Lambda^a_{i(j}\omega_{ak)} + \Lambda^a_i\omega_{ajk}) - \Lambda^\alpha_{ijk}\omega_\beta, \qquad (3.19)$$

$$\omega^a_{\alpha ijk} = -\Lambda^a_{ijk}\omega_\alpha\,,\ \omega_{aijk} = \Lambda^\alpha_{aijk}\omega_\alpha\,, \tag{3.20}$$

где $\Lambda^a_{ijk}, \Lambda^\alpha_{ijk}, \Lambda^\alpha_{aijk}$ — дважды продолженные компоненты фундаментального тензора Λ^1, получающиеся из уравнений (1.19—1.21).

Замечание 3.3. Формы (3.18—3.20) симметричны по нижним индексам j и k:

$$\omega^a_{bi[jk]} = 0,\ \omega^\alpha_{\beta i[jk]} = 0,\ \omega^a_{\alpha i[jk]} = 0,\ \omega_{ai[jk]} = 0\,. \tag{3.21}$$

Используя формулы (3.2—3.5, 3.10—3.13, 3.14—3.17), найдем дифференциальные сравнения для компонент R^a_{bijk}, $R^\alpha_{\beta ijk}$, $R^a_{\alpha ijk}$, R_{aijk} объекта кривизны R^2 групповой связности:

$$\Delta R^a_{bijk} - R^a_{cjk}\omega^c_{bi} + R^c_{bjk}\omega^a_{ci} + \Re^l_{ijk}\omega^a_{bl} \equiv 0\,, \tag{3.22}$$

$$\Delta R^\alpha_{\beta ijk} - R^\alpha_{\gamma jk}\omega^\gamma_{\beta i} + R^\gamma_{\beta jk}\omega^\alpha_{\gamma i} - \Re^l_{ijk}\omega^\alpha_{\beta l} \equiv 0\,, \tag{3.23}$$

$$\begin{gathered}\Delta R^a_{\alpha ijk} - R^a_{\beta jk}\omega^\beta_{\alpha i} + R^\beta_{\alpha jk}\omega^a_{\beta i} + R^b_{\alpha jk}\omega^a_{bi} - R^a_{bijk}\omega^b_\alpha + \\ + R^\beta_{\alpha ijk}\omega^a_\beta + \Re^l_{ijk}\omega^a_{\alpha l} \equiv 0,\end{gathered} \tag{3.24}$$

$$\Delta R_{aijk} - R_{bjk}\omega^b_{ai} + R^b_{ajk}\omega_{bi} + \Re^l_{ijk}\omega_{al} + R^b_{aijk}\omega_b \equiv 0\,. \tag{3.25}$$

Из сравнений (2.16—2.18, 3.22—3.25) следует, что объект кривизны R^2 образует геометрический объект лишь вместе с фундаментальным тензором $\Lambda = \{\Lambda^a_i, \Lambda^\alpha_i, \Lambda^\alpha_{ai}\}$ и тензором кривизны аффинной связности $\Re^i_{jkl}$.

4. Индуцированные связности 2-го порядка

Теорема 4.1. *Объекты аффинной связности* Γ^i_{jk} *и фундаментально-групповой связности 1-го порядка* Γ *индуцируют в главном расслоении* $G^2(B_r)$ *два типа фундаментально-групповой связности 2-го порядка*:

$$\overset{1}{\Gamma}{}^2 = \{\, \Gamma\, , \overset{1}{L}{}^a_{bij}\, , \overset{1}{L}{}^\alpha_{\beta ij}\, , \overset{1}{L}{}^a_{\alpha ij}\, , \overset{1}{L}_{aij}\, \},\ \overset{2}{\Gamma}{}^2 = \{\, \Gamma\, , \overset{2}{L}{}^a_{bij}\, , \overset{2}{L}{}^\alpha_{\beta ij}\, , \overset{2}{L}{}^a_{\alpha ij}\, , \overset{2}{L}_{aij}\, \}. \quad (4.1)$$

Доказательство. Охваты компонент $L^a_{bij}, L^\alpha_{\beta ij}, L^a_{\alpha ij}, L_{aij}$ с помощью Γ и Γ^i_{jk} имеют вид

$$\overset{1}{L}{}^a_{bij} = \Gamma^a_{bij} + \Gamma^k_{ij}\Gamma^a_{bk} - 2\Gamma^c_{b[i}\Gamma^a_{cj]}\, , \quad (4.1)$$

$$\overset{1}{L}{}^\alpha_{\beta ij} = \Gamma^\alpha_{\beta ij} + \Gamma^k_{ij}\Gamma^\alpha_{\beta k} - 2\Gamma^\gamma_{\beta[i}\Gamma^\alpha_{\gamma j]}\, , \quad (4.2)$$

$$\overset{1}{L}{}^a_{\alpha ij} = \Gamma^a_{\alpha ij} + \Gamma^k_{ij}\Gamma^a_{\alpha k} - 2\Gamma^b_{\alpha[i}\Gamma^a_{bj]} - 2\Gamma^\beta_{\alpha[i}\Gamma^a_{\beta j]}\, , \quad (4.3)$$

$$\overset{1}{L}_{aij} = \Gamma_{aij} + \Gamma^k_{ij}\Gamma_{ak} - 2\Gamma^b_{a[i}\Gamma_{bj]}\, , \quad (4.4)$$

$$\overset{2}{L}{}^a_{bij} = \Gamma^a_{bji} + \Gamma^k_{ij}\Gamma^a_{bk}\, ,\ \overset{2}{L}{}^\alpha_{\beta ij} = \Gamma^\alpha_{\beta ji} + \Gamma^k_{ij}\Gamma^\alpha_{\beta k}\, , \quad (4.5)$$

$$\overset{2}{L}{}^a_{\alpha ij} = \Gamma^a_{\alpha ji} + \Gamma^k_{ij}\Gamma^a_{\alpha k}\, ,\ \overset{2}{L}_{aij} = \Gamma_{aji} + \Gamma^k_{ij}\Gamma_{ak}\, . \quad (4.6)$$

Замечание 4.1. Охваты (4.1—4.4) являются аналогами формул охватов в работе [7].

Внесем формы связности в уравнения (2.2—2.4):

$$\nabla\Gamma^a_{bi} = \nabla_j\Gamma^a_{bi}\theta^j\, ,\ \nabla\Gamma^\alpha_{\beta i} = \nabla_j\Gamma^\alpha_{\beta i}\theta^j\, , \quad (4.7)$$

$$\nabla\Gamma_{ai} = \nabla_j\Gamma_{ai}\theta^j\, ,\ \nabla\Gamma^a_{\alpha i} = \nabla_j\Gamma^a_{\alpha i}\theta^j\, ,\ \nabla\Gamma_{\alpha i} = \nabla_j\Gamma_{\alpha i}\theta^j\, , \quad (4.8)$$

где в левых частях стоят ковариантные дифференциалы компонент объекта связности Γ относительно связности $\Gamma^2 \oplus \Gamma^i_{jk}$:

$$\nabla\Gamma^a_{bi} = d\Gamma^a_{bi} + \Gamma^c_{bi}\widetilde{\omega}^a_c - \Gamma^a_{ci}\widetilde{\omega}^c_b - \Gamma^a_{bj}\widetilde{\theta}^j_i + \widetilde{\omega}^a_{bi}\, ,$$

$$\nabla\Gamma^\alpha_{\beta i} = d\Gamma^\alpha_{\beta i} + \Gamma^\gamma_{\beta i}\widetilde{\omega}^\alpha_\gamma - \Gamma^\alpha_{\gamma i}\widetilde{\omega}^\gamma_\beta - \Gamma^\alpha_{\beta j}\widetilde{\theta}^j_i + \widetilde{\omega}^\alpha_{\beta i}\, ,$$

$$\nabla\Gamma_{ai} = d\Gamma_{ai} - \Gamma_{bi}\widetilde{\omega}^b_a - \Gamma_{aj}\widetilde{\theta}^j_i + \Gamma^b_{ai}\widetilde{\omega}_b + \widetilde{\omega}_{ai}\, ,$$

$$\nabla\Gamma^a_{\alpha i} = d\Gamma^a_{\alpha i} + \Gamma^b_{\alpha i}\tilde{\omega}^a_b - \Gamma^a_{\beta i}\tilde{\omega}^\beta_\alpha - \Gamma^a_{\alpha j}\tilde{\theta}^j_i - \Gamma^a_{bi}\tilde{\omega}^b_\alpha + \Gamma^\beta_{\alpha i}\tilde{\omega}^a_\beta + \tilde{\omega}^a_{\alpha i},$$

$$\nabla\Gamma_{\alpha i} = d\Gamma_{\alpha i} - \Gamma_{\beta i}\tilde{\omega}^\beta_\alpha - \Gamma_{\alpha j}\tilde{\theta}^j_i + \Gamma^a_{\alpha i}\tilde{\omega}_a + \Gamma^\beta_{\alpha i}\tilde{\omega}_\beta - \Gamma_{ai}\tilde{\omega}^a_\alpha,$$

а в правых частях — ковариантные производные:

$$\nabla_j\Gamma^a_{bi} = \Gamma^a_{bij} + \Gamma^k_{ij}\Gamma^a_{bk} - 2\Gamma^c_{b[i}\Gamma^a_{cj]} - L^a_{bij}, \tag{4.9}$$

$$\nabla_j\Gamma^\alpha_{\beta i} = \Gamma^\alpha_{\beta ij} + \Gamma^k_{ij}\Gamma^\alpha_{\beta k} - 2\Gamma^\gamma_{\beta[i}\Gamma^\alpha_{\gamma j]} - L^\alpha_{\beta ij}, \tag{4.10}$$

$$\nabla_j\Gamma_{ai} = \Gamma_{aij} + \Gamma^k_{ij}\Gamma_{ak} - 2\Gamma^b_{a[i}\Gamma_{bj]} - L_{aij}, \tag{4.11}$$

$$\nabla_j\Gamma^a_{\alpha i} = \Gamma^a_{\alpha ij} + \Gamma^k_{ij}\Gamma^a_{\alpha k} - 2\Gamma^b_{\alpha[i}\Gamma^a_{bj]} - 2\Gamma^\beta_{\alpha[i}\Gamma^a_{\beta j]} - L^a_{\alpha ij}, \tag{4.12}$$

$$\nabla_j\Gamma_{\alpha i} = \Gamma_{\alpha ij} + \Gamma_{\alpha k}\Gamma^k_{ij} - 2\Gamma^a_{\alpha[i}\Gamma_{aj]} - 2\Gamma^\beta_{\alpha[i}\Gamma_{\beta j]}. \tag{4.13}$$

Они удовлетворяют следующим сравнениям:

$$\Delta\nabla_j\Gamma^a_{bi} \equiv 0,\ \Delta\nabla_j\Gamma^\alpha_{\beta i} \equiv 0,$$

$$\Delta\nabla_j\Gamma_{ai} + \nabla_j\Gamma^b_{ai}\omega_b \equiv 0,\ \Delta\nabla_j\Gamma^a_{\alpha i} + \nabla_j\Gamma^\beta_{\alpha i}\omega^a_\beta - \nabla_j\Gamma^a_{bi}\omega^b_\alpha \equiv 0,$$

$$\Delta\nabla_j\Gamma_{\alpha i} + \nabla_j\Gamma^a_{\alpha i}\omega_a - \nabla_j\Gamma_{bi}\omega^b_\alpha + \nabla_j\Gamma^\beta_{\alpha i}\omega_\beta +$$

$$+ L^a_{\alpha ij}\omega_a - L_{bij}\omega^b_\alpha + L^\beta_{\alpha ij}\omega_\beta - \Gamma_{aj}\omega^a_{\alpha i} - \Gamma_{\beta j}\omega^\beta_{\alpha i} + \Gamma^a_{\alpha j}\omega_{ai} \equiv 0.$$

Теорема 4.2. *Ковариантные производные (4.9—4.12) образуют тензор* $\{\nabla_j\Gamma^a_{bi}, \nabla_j\Gamma^\alpha_{\beta i}, \nabla_j\Gamma_{ai}, \nabla_j\Gamma^a_{\alpha i}\}$, *содержащий два простейших* $\nabla_j\Gamma^a_{bi}$, $\nabla_j\Gamma^\alpha_{\beta i}$ *и два простых* $\{\nabla_j\Gamma^a_{bi}, \nabla_j\Gamma_{ai}\}$, $\{\nabla_j\Gamma^a_{bi}, \nabla_j\Gamma^\alpha_{\beta i}, \nabla_j\Gamma^a_{\alpha i}\}$ *подтензора.*

Замечание 4.2. Ковариантные производные (4.9—4.13), вообще говоря, самостоятельного объекта не образуют.

Замечание 4.3. Обращая ковариантные производные (4.9—4.12) в нуль, получим формулы охвата (4.1—4.4).

Из выражений (4.1—4.6, 2.8—2.10) следует, что

$$\overset{1}{L}{}^a_{bij} - \overset{2}{L}{}^a_{bij} = 2R^a_{bij},\ \overset{1}{L}{}^\alpha_{\beta ij} - \overset{2}{L}{}^\alpha_{\beta ij} = 2R^\alpha_{\beta ij},$$

$$\overset{1}{L}{}^a_{\alpha ij} - \overset{2}{L}{}^a_{\alpha ij} = 2\,R^a_{\alpha ij}\ ,\ \overset{1}{L}_{aij} - \overset{2}{L}_{aij} = 2\,R_{aij}\ .$$

Теорема 4.3. *Объекты аффинной связности* Γ^i_{jk} *и фундаментально-групповой связности 1-го порядка* Γ *индуцируют в главном расслоении* $G^2(B_r)$ *однопараметрическую связку фундаментально-групповых связностей 2-го порядка*:

$$\Gamma^2(\sigma) = \{\,\Gamma\,, L^a_{bij}(\sigma), L^\alpha_{\beta ij}(\sigma), L^a_{\alpha ij}(\sigma), L_{aij}(\sigma)\,\},$$

где

$$L^a_{bij}(\sigma) = \overset{1}{L}{}^a_{bij} - \sigma\,R^a_{bij}\ ,\ L^\alpha_{\beta ij}(\sigma) = \overset{1}{L}{}^\alpha_{\beta ij} - \sigma R^\alpha_{\beta ij}\ ,$$

$$L^a_{\alpha ij}(\sigma) = \overset{1}{L}{}^a_{\alpha ij} - \sigma\,R^a_{\alpha ij}\ ,\ L_{aij}(\sigma) = \overset{1}{L}_{aij} - \sigma\,R_{aij}\ .$$

Список литературы

1. *Акивис М. А.* О замкнутых G-структурах на дифференцируемом многообразии // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1975. Т. 7. С. 69—79.

2. *Бондаренко Е. В.* Связности на многообразии центрированных плоскостей в проективном пространстве // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2000. Вып. 31. С. 12—16.

3. *Евтушик Л. Е., Лумисте Ю. Г., Остиану Н. М., Широков А. П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1979. Т. 9. С. 5—247.

4. *Кулешов А. В.* Шесть типов индуцированной групповой связности на семействе центрированных плоскостей // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2009. Вып. 40. С. 72—84.

5. *Шевченко Ю. И.* Оснащения центропроективных многообразий. Калининград, 2000.

6. *Шевченко Ю. И.* Об оснащениях многообразий плоскостей в проективном пространстве // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1978. Вып. 9. С. 124—133.

7. *Шевченко Ю. И.* Связность в продолжении главного расслоения // Там же. Вып. 22. С. 117—127.

8. *Cartan E.* Lecons sur la theorie des espaces a connexion projective. Paris, 1937.

A. Kuleshov

Connections of the 2nd order on a family of centered planes in a projective space

In the prolongation $G^2(B_r)$ of the principal bundle $G(B_r)$, associated with a family of centered planes B_r, by Laptev — Lumiste's way foundamental-group connection of the 2nd order is given. Equations of the object Γ^2 of this connection and the curvature object R^2 of this connection are found. It is shown that connection of the 1st order Γ on the bundle $G(B_r)$ together with affine connection Γ^i_{jk} in the parameter space V_r induce one-parameter bunch of the connections Γ^2.

УДК 514.76

Л. А. Лукичева

(Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары)

Двойственные нормальные связности на распределении гиперплоскостных элементов в римановом пространстве

Построены основы двойственной теории нормальных связностей, индуцируемых на оснащенном регулярном распределении гиперплоскостных элементов в римановом пространстве V_n.