для векторов группы G [3].

Спиноры, коспиноры и вектора позволяют конструировать тензорные или спинтензорные объекты как прямые произведения спиноров, коспиноров и векторов, факторизованные по линейным эквивалентностям.

Если на дифференцируемом многообразии M задана риманова или псевдориманова метрика g, то клиффордова структура на касательном расслоении может быть определена при помощи этой метрики. Действительно, на тотальном многообразии TM метрика g порождает метрику g^c, полученную как полный лифт метрики g. Факторизуя тензорную алгебру

$$\mathcal{P}(TM) = \mathcal{F}^0(TM) \oplus \mathcal{F}^1(TM) \oplus \mathcal{F}^2(TM) \oplus \dots , \qquad (14)$$

где $\mathcal{F}^0(TM)$ кольцо функций $f: TM \to \mathbb{R}$ по идеалу, порожденному элементами вида

$$\zeta \otimes \zeta - g^c(\zeta, \zeta), \quad \zeta \in \mathcal{F}(TM), \qquad (15)$$

получим бесконечномерную алгебру Клиффорда, которую мы обозначим $C_g(TM)$. Аналогично, лифт симплектической структуры на многообразии M порождает симплектическую структуру на многообразии TM, что позволяет определить на тотальном пространстве касательного расслоения бесконечномерную алгебру $R(TM)$ [2] как фактор алгебру тензорной алгебры (14) по идеалу, порожденному элементами вида

$$\xi \otimes \eta - \eta \otimes \xi - h^c(\xi, \eta); \quad \xi, \eta \in \mathcal{F}(TM), \qquad (16)$$

где h -симплектическая метрика (невырожденная 2-форма) на M, а h^c -полный лифт этой формы в касательное расслоение. Если h^c невырождена, то алгебра $R(TM)$ будет алгеброй Вейля на тотальном пространстве TM.

Описанные выше конструкции бесконечномерных алгебр Клиффорда и Вейля могут быть осуществлены и на тотальном многообразии кокасательного расслоения T^*M. Сумма Уитни касательного и кокасательного расслоений доставляет новую базу для построения бесконечномерных алгебр, ассоциированных с дифференцируемым многообразием.

Если вместо касательного расслоения первого порядка рассмотреть касательные расслоения высших порядков, то мы получим бесконечномерные алгебры Клиффорда $C(T^kM)$ и Вейля $W(T^kM)$ на тотальных многообразиях T^kM.

Библиографический список

1. Б е р е з и н Ф.А. Метод вторичного квантования. М.:Наука, 1986.319с.

2. К и р и л л о в А.А. Элементы теории представлений.М.; Наука.1972.336с.

3. Б у р л а к о в М.П. Клиффордовы расслоения и калибровочные поля//Гравитация и теория относительности/Казанский ун-т. Казань, 1986.Вып.23.С.30-36.

УДК 514.75

К ТЕОРИИ ВЫРОЖДЕННЫХ m-МЕРНЫХ ГИПЕРПОЛОС SH^{τ}_m РАНГА τ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА

С.Ю. В о л к о в а

(Калининградское ВИУИВ)

В n-мерном проективном пространстве P_n изучаются m-мерные вырожденные гиперполосы SH^{τ}_m ранга τ $(\tau < m < n)$ [2], вдоль любой плоской образующей E_ℓ ($\ell = m-\tau$) базисной поверхности V^{τ}_m каждой из которых касательная плоскость T_m не постоянна. Базисная поверхность V^{τ}_m вырожденной гиперполосы $SH^{\tau}_m \subset P_n$ образована из ∞^{τ} систем плоских $(m-\tau)$-мерных образующих E_ℓ [1]. Характеристика $\chi_{n-\tau-1}(A)$ гиперполосы SH^{τ}_m в каждой точке $A \in V^{\tau}_m$ проходит через соответствующую этой точке плоскую образующую [3], т.е. $E_\ell(A) \subset \chi_{n-\tau-1}(A)$.

В работе дано задание гиперполосы $SH^{\tau}_m \subset P_n$ в репере первого порядка и доказана теорема существования. Используется следующая схема индексов:

$p,q,\tau,s,t = \overline{1;\tau}$; $i,j,k,\ell = \overline{\tau+1,m}$; $a,b,c = \overline{1,m}$; $\mathcal{I},\mathcal{J},\mathcal{K} = \overline{0,n}$; $\alpha,\beta,\gamma = \overline{m+1,n-1}$.

В проективном пространстве P_n наряду с точечным репером $\{A_\mathcal{J}\}$ рассмотрим двойственный ему тангенциальный репер $\{\tau^\mathcal{K}\}$, элементы которого $\tau^\mathcal{K}$ являются гранями репера $\{A_\mathcal{J}\}$:

$$(A_\mathcal{J}, \tau^\mathcal{K}) = \delta^\mathcal{K}_\mathcal{J}. \qquad (1)$$

Уравнения инфинитезимальных перемещений данных реперов принимают вид

$$dA_\mathcal{J} = \omega^\mathcal{K}_\mathcal{J} A_\mathcal{K}, \quad d\tau^\mathcal{J} = -\omega^\mathcal{J}_\mathcal{K} \tau^\mathcal{K}. \qquad (2)$$

где формы ω_J^K имеют проективную структуру. Присоединим к изучаемому образу SH_m^τ подвижной репер, полагая $A_0=A$, $\tau^n=\tau(A)$, где $A\in V_m^\tau$, а $\tau(A)$ -главная касательная гиперплоскость гиперполосы SH_m^τ. Точки A_p репера $\{A_J\}$ поместим в касательную плоскость $T_m(A_0)$ базисной поверхности V_m^τ, точки A_i в плоскую образующую $E_\ell(A_0)\subset V_m^\tau(A_0)$; точки A_α в характеристику $\chi_{n-\tau-1}(A_0)$ гиперполосы SH_m^τ, а точка A_n пусть занимает произвольное положение, дополняя систему точек до полного репера $\{A_J\}$ пространства P_n. Выбранный таким образом репер $\{A_J\}$ является репером I-го порядка R_1 гиперполосы SH_m^τ.

Для гиперполосы SH_m^τ имеем

$$(d\tau^n, A_0)=0, \quad (d\tau^n, A_i)=0, \quad (d\tau^n, A_\alpha)=0. \tag{3}$$

Учитывая выбор репера R_1 и соотношения (I)-(3), получим

$$\omega_0^n=0, \quad \omega_0^\alpha=0, \quad \omega_i^n=0, \quad \omega_\alpha^n=0. \tag{4}$$

Если мы зафиксируем точку $A_0\in V_m^\tau$, то характеристика $\chi_{n-\tau-1}(A_0)$ гиперполосы SH_m^τ, а также образующая $E_\ell(A_0)$ и касательная плоскость $T_m(A_0)$ базисной поверхности V_m^τ останутся неподвижными. Откуда вытекает, что

$$\omega_i^\alpha = M_{iq}^\alpha\,\omega^q + M_{ij}^\alpha\,\omega^j,$$

$$\omega_p^\alpha = M_{pq}^\alpha\,\omega^q + M_{pj}^\alpha\,\omega^j, \tag{5}$$

$$\omega_i^p = M_{iq}^p\,\omega^q + M_{ij}^p\,\omega^j, \tag{6}$$

$$\omega_p^n = \Lambda_{pq}^n\,\omega^q + \Lambda_{pj}^n\,\omega^j, \tag{7}$$

$$\omega_\alpha^p = H_{\alpha q}^p\,\omega^q + H_{\alpha j}^p\,\omega^j. \tag{8}$$

(9)

Замыкания уравнений (4) с учетом (5)-(9) приводят к условиям:

$$\Lambda_{pj}^n=0, \quad M_{ij}^p=0, \quad H_{\alpha j}^p=0, \tag{10}$$

$$M_{[ij]}^\alpha=0, \quad M_{iq}^\alpha=M_{qi}^\alpha, \quad M_{[pq]}^\alpha=0, \quad \Lambda_{[pq]}^n=0, \tag{11}$$

$$M_{i[p}^t\Lambda_{q]t}^n=0, \quad H_{\alpha[p}^t\Lambda_{q]t}^n=0. \tag{12}$$

Отметим, что касательная плоскость T_m вдоль плоской образующей E_ℓ базисной поверхности V_m^τ не постоянна, так как из уравнений (5) в этом случае следует, что $\omega_i^\alpha\not\equiv 0$ [2]. В силу (10) уравнения (5)-(9) принимают следующий вид:

$$\begin{cases} \omega_p^n=\Lambda_{pq}^n\,\omega^q, & \omega_i^p=M_{iq}^p\,\omega^q, \\ \omega_\alpha^p=H_{\alpha q}^p\,\omega^q, & \omega_a^\alpha=M_{a\ell}^\alpha\,\omega^\ell, \end{cases} \tag{13}$$

коэффициенты которых подчинены соотношениям (11),(12). Продолжая уравнения (13) и учитывая (4),(13), находим

$$\nabla\Lambda_{pq}^n+\Lambda_{pq}^n\,\omega_0^0=\Lambda_{pqs}^n\,\omega^s-\Lambda_{pt}^n M_{iq}^t\,\omega^i, \tag{14}$$

$$\nabla M_{iq}^p+M_{iq}^p\,\omega_0^0-\omega_i^0\,\delta_q^p=(M_{iqs}^p+M_{is}^\alpha H_{\alpha q}^p)\,\omega^s+(M_{ij}^\alpha H_{\alpha q}^p-M_{it}^p M_{jq}^t)\,\omega^j, \tag{15}$$

$$\nabla H_{\alpha q}^p+H_{\alpha q}^p\,\omega_0^0-M_{iq}^p\,\omega_\alpha^i-\delta_q^p\,\omega_\alpha^0=H_{\alpha qs}^p\,\omega^s-H_{\alpha s}^p M_{jq}^s\,\omega^j, \tag{16}$$

$$\nabla M_{ip}^\alpha+M_{ip}^\alpha\,\omega_0^0-M_{ij}^\alpha\,\omega_p^j=M_{ipa}^\alpha\,\omega^a, \tag{17}$$

$$\nabla M_{ij}^\alpha+M_{ij}^\alpha\,\omega_0^0=M_{ija}^\alpha\,\omega^a, \tag{18}$$

$$\nabla M_{pq}^\alpha+M_{pq}^\alpha\,\omega_0^0+\Lambda_{pq}^n\,\omega_n^\alpha-2M_{pj}^\alpha\,\omega_q^j=M_{pqa}^\alpha\,\omega^a, \tag{19}$$

$$\nabla M_{pj}^\alpha+M_{pj}^\alpha\,\omega_0^0-M_{ij}^\alpha\,\omega_p^i=M_{pja}^\alpha\,\omega^a, \tag{20}$$

где $\Lambda_{p[qs]}^n=0$, $M_{i[qs]}^p=0$, $H_{\alpha[qs]}^p=0$, $M_{a[bc]}^\alpha=0$.

Таким образом, гиперполоса SH_m^τ относительно репера 1-го порядка R_1 задается уравнениями (4),(13),(14-20) и соотношениями (II),(I2). Эта система находится в инволюции. Имеет место

Т е о р е м а существования. Вырожденные гиперполосы SH_m^τ ранга τ проективного пространства P_n существуют с произволом $\tau(n-\tau-1)+1$ функций τ аргументов и $n-m-1$ функций m аргументов.

Библиографический список

I. А т а н а с я н Л.С. К теории оснащенных поверхностей многомерного проективного пространства//Уч.зап./МГПИ им.В.И. Ленина.М.,1957.Т.I08.Вып.2.С.3-44.

2. П о п о в Ю.И. Внутренние оснащения вырожденной m-мерной гиперполосы H_m^τ ранга τ многомерного проективного пространства//Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Сб.науч.тр./Калинингр.ун-т.Калининград,1975.Вып.6.С.I02-I42.

3. П о п о в Ю.И. Введение инвариантного оснащения на вырожденной гиперполосе H_m^τ многомерного проективного пространства P_n //Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Сб.науч. тр./Калинингр.ун-т.Калининград,1970.Вып.I.С.27-46.