ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР

Вып.I4 1983

УДК 5I4.75

Л.А.Жарикова

О ПОЛЯХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА МНОГООБРАЗИИ π_{n-2}.

В n-мерном эквиаффинном пространстве A_n исследуются поля геометрических объектов на $(n-1)$-мерном многообразии (конгруэнции) π_{n-2} $(n-2)$-мерных параболоидов π.

Отнесем конгруэнцию π_{n-2} к реперу $R=\{A, e_\alpha\}$ $(\alpha,\beta,\gamma=1,\dots,n)$, где A -точка пересечения с параболоидом π оси ℓ параболоида, проходящей через характеристическую точку плоскости параболоида, вектор $\vec{e}_1$ направлен по оси ℓ параболоида, векторы $\vec{e}_{\hat{i}}$ $(\hat{i},\hat{j},\hat{k}=2,\dots n-1)$ расположены в касательной плоскости P_{n-2} к параболоиду π в точке A, $\vec{e}_n$ -вне гиперплоскости параболоида π.

Тогда уравнение параболоида и система дифференциальных уравнений Пфаффа конгруэнции запишется соответственно в виде (1) и (2):

$$\begin{cases} a_{\hat{i}\hat{j}} x^{\hat{i}} x^{\hat{j}} - 2x^1 = 0, \\ x^n_r = 0 \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \omega^\alpha_i = \lambda^{\alpha k}\omega_k, & \omega^1_{\hat{j}} = \xi^{1k}_{\hat{j}}\omega_k, \\ \omega^i_1 = \mu^{ik}\omega_k, & \omega^n_k = \varphi^{nk}\omega_k \end{cases} \tag{2}$$

$$\omega^1_1 + \omega^2_2 + \dots + \omega^n_n = 0, \tag{3}$$

где ω^α, ω^β_α -компоненты деривационных формул репера, удовлетворяющие уравнениям структуры эквиаффинного пространства $\mathcal{D}\omega^\alpha = \omega^\beta \wedge \omega^\alpha_\beta$, $\mathcal{D}\omega^\beta_\alpha = \omega^\gamma_\alpha \wedge \omega^\beta_\gamma$ и условию эквиаффинности (3), причем

$$\omega^n_k = \omega_k \quad (i,j,k = 1,\dots,n-1) \tag{4}$$

Анализируя систему уравнений (2), убеждаемся, что конгруэнция π_{n-2} существует и определяется с произволом (n^3-3n^2+3n-4) функций двух аргументов. Фундаментальный объект $\Gamma=\{a_{\hat{i}\hat{j}}, a^k_{\hat{i}\hat{j}}, \lambda^{\alpha k}, \mu^{ik}, \varphi^{nk}, \xi^{1k}_{\hat{j}}\}$ является основным объектом многообразия π_{n-2}.

Исследуя геометрический смысл компонент объекта Γ, убеждаемся, что 1/симметрический тензор $\{a_{\hat{i}\hat{j}}\}$ определяет параболоид π; 2/линейные однородные объекты $\{\lambda^{\alpha k}\}, \{\mu^{ik}\}$ определяют касательную плоскость к поверхности (A) и индикатрису вектора $\vec{e}_1$ соответственно; 3/вдоль направления $\omega_1=0$ индикатриса вектора $\vec{e}_1$ лежит в плоскости P_{n-1} параболоида π; 4/следующие утверждения эквивалентны: а/ касательная плоскость к поверхности (A) совпадает с гиперплоскостью параболоида, б/тензор λ^{ni} является нулевым, в/точка A - единственная сильно фокальная точка конгруэнции, причем системы уравнений (5) и (6) определяют фокальное и сильно фокальное многообразие конгруэнции π_{n-2} соответственно:

$$\begin{cases} a_{\hat{i}\hat{j}} x^{\hat{i}} x^{\hat{j}} - 2x^1 = 0, \quad x^n = 0, \\ [a^k_{\hat{i}\hat{j}} x^{\hat{i}} x^{\hat{j}} - 2a_{\hat{i}\hat{j}} x^{\hat{j}} (x^1\mu^{\hat{i}k} + \lambda^{\hat{i}k})]\omega_k = 0, \\ (x^k - \lambda^{nk})\omega_k = 0; \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} a_{\hat{i}\hat{j}} x^{\hat{i}} x^{\hat{j}} - 2x^1 = 0, \quad x^n = 0, \\ a^k_{\hat{i}\hat{j}} x^{\hat{i}} x^{\hat{j}} - 2a_{\hat{i}\hat{j}} x^{\hat{j}} (x^1\mu^{\hat{i}k} + \lambda^{\hat{i}k}) = 0, \\ x^k - \lambda^{nk} = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Список литературы

1.Малаховский В.С. Многообразия алгебраических элементов в n-мерном проективном пространстве.-Тр.Томского ун-та, 1963, т.168, вып.3, с.28-42.