

4. *Лантев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Тр. Моск. мат. о-ва. 1953. Т.2. С.275-382.

5. *Алишбая Э.Д.* К геометрии распределений геометрических элементов в аффинном пространстве // Тр. геом. семинара / ВИНТИ. М., 1974. Т.5. С.169-193.

6. *Лантев Г.Ф., Остиану Н.М.* Распределения m -мерных линейных элементов в пространстве проективной связности // Там же. 1971. Т.3. С.49-94.

N.A. E l i s e e v a

TANGENT EQUIPPED HYPERSTRIPS H_{n-2} OF AFFINE SPACE A_n

Hyperstrips $H_{n-2} \subset A_n$, equipped by the field of m -dimensional tangent planes Λ , are investigated. The field of Λ -planes generates conjugate to itself field of tangent $(n-m-2)$ -dimensional planes about asymptotical bunch of tensors for base surface V_{n-2} of the hiperstrip H_{n-2} . We designate SH_{n-2} the hyperstrip H_{n-2} , with conjugate system (Λ, L) of the tangent equipping planes. In differential neighbourhood of the 2-nd order invariant bunches of Norden normals of the 1-st kind are construct for Λ -, L -, T -distributions where T -distribution is distribution of tangent planes to the base surface V_{n-2} of the hyperstrip H_{n-2} . Bompiani-Pantazi correspondences the 1-st and 2-nd kind normals of Λ -, L -, T - distributions are introduced. In twos bunchs of inner normalizations in Norden sense for Λ -, L -, T - distributions are found by means of indicated bijection in the differential neighbourhood of the 2-nd order.

УДК 514.75.

О.М. Ж о в т е н к о

(Калининградский государственный университет)

РОЛЬ ОСНАЩЕНИЯ БОРТОЛОТТИ КОНГРУЭНЦИИ ПЛОСКОСТЕЙ

В проективном пространстве исследуется групповая связность в расслоении, ассоциированном с конгруэнцией плоскостей. Показано, что объект кривизны этой связности является псевдотензором. Произведено оснащение Бортолотти конгруэнции, состоящие в задании поля дополнительных плоскостей. Введено понятие ковариантного дифференциала и ковариантных производных оснащающего квазитензора относительно групповой связности. Ковариантные производные компонент оснащающего квазитензора образуют псевдотензор. Доказано, что оснащение Бортолотти индуцирует два типа групповой связности в ассоциированном расслоении.

Отнесем n -мерное проективное пространство P_n к подвижному реперу $\{A, A_I\}$, инфинитезимальные перемещения которого задаются формулами

$$dA = \theta A + \omega^I A_I, \quad dA_I = \theta A_I + \omega_I^J A_J + \omega_I A \quad (I, J, K = \overline{1, n}).$$

Инвариантные формы проективной группы $GP(n)$ удовлетворяют структурным уравнениям

$$D\omega_J^I = \omega_J^K \wedge \omega_K^I + (\delta_J^I \omega_K + \delta_K^I \omega_J) \wedge \omega^K, \quad D\omega_I = \omega_I^J \wedge \omega_J, \quad D\omega^I = \omega^J \wedge \omega_J^I.$$

В проективном пространстве P_n рассмотрим $(n-m)$ -мерное семейство m -мерных плоскостей L_m - конгруэнцию плоскостей B_{n-m} [1]. Произведем специализацию подвижного репера $\{A, A_a, A_\alpha\}$, помещая вершины A, A_a на плоскость L_m . Здесь и в дальнейшем индексы принимают значения: $a, b, c, d = \overline{1, m}$; $\alpha, \beta, \gamma, \delta = \overline{m+1, n}$.

Система уравнений конгруэнции B_{n-m} имеет вид:

$$\omega_a^\alpha = \Lambda_{a\beta}^\alpha \omega^\beta. \quad (1)$$

Базисные формы ω^β удовлетворяют структурным уравнениям

$$D\omega^\beta = \omega^\gamma \wedge (\omega_\gamma^\beta - \Lambda_{a\gamma}^\beta \omega^a). \quad (2)$$

Продолжая систему уравнений (1), получим

$$\Delta \Lambda_{a\beta}^\alpha - \Lambda_{a\gamma}^\alpha \Lambda_{b\beta}^\gamma \omega^b - \delta_\beta^\alpha \omega_a = \Lambda_{a\beta\gamma}^\alpha \omega^\gamma, \quad (3)$$

где

$$\Delta \Lambda_{a\beta}^\alpha = d\Lambda_{a\beta}^\alpha - \Lambda_{a\gamma}^\alpha \omega_\beta^\gamma + \Lambda_{a\beta}^\gamma \omega_\gamma^\alpha - \Lambda_{b\beta}^\alpha \omega_a^b.$$

С конгруэнцией B_{n-m} ассоциируется главное расслоение $G_s(B_{n-m})$ со структурными уравнениями (2) и следующими:

$$D\omega^a = \omega^b \wedge \omega_b^a + \omega^\alpha \wedge \omega_\alpha^a, \quad (4)$$

$$D\omega_b^a = \omega_b^c \wedge \omega_c^a + (\delta_b^a \omega_c + \delta_c^a \omega_b) \wedge \omega^c + \omega^\alpha \wedge \omega_{b\alpha}^a, \quad (5)$$

$$D\omega_a = \omega_a^b \wedge \omega_b + \omega^\alpha \wedge \omega_{a\alpha}, \quad (6)$$

$$D\omega_\beta^\alpha = \omega_\beta^\gamma \wedge \omega_\gamma^\alpha + \delta_\beta^\alpha \omega_a \wedge \omega^a + \omega^\gamma \wedge \omega_{\beta\gamma}^\alpha,$$

$$D\omega_\alpha^a = \omega_\alpha^b \wedge \omega_b^a + \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta^a + \omega_\alpha \wedge \omega^a,$$

$$D\omega_\alpha = \omega_\alpha^a \wedge \omega_a + \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta,$$

где

$$\omega_{b\alpha}^a = \Lambda_{b\alpha}^\beta \omega_\beta^a - \delta_b^a \omega_\alpha, \quad \omega_{a\alpha} = \Lambda_{a\alpha}^\beta \omega_\beta, \quad \omega_{\beta\gamma}^\alpha = -\Lambda_{a\gamma}^\alpha \omega_\beta^a - \delta_\beta^\alpha \omega_\gamma - \delta_\gamma^\alpha \omega_\beta.$$

Базой главного расслоения $G_s(B_{n-m})$ является конгруэнция B_{n-m} , а типовым слоем - s -членная подгруппа стационарности G_s ($s = n^2 - nm + m^2 + n + m$) плоскости L_m . Ассоциированное расслоение $G_s(B_{n-m})$ содержит подрасслоение проективных реперов (2), (4)-(6) с той же базой, типовым слоем которого является проективная группа $GP(m) \subset G_s \subset GP(n)$, действующая на плоскости L_m . В свою очередь, расслоение проективных реперов содержит каноническое расслоение Ю.Г. Лумисте [2,3] со структурными уравнениями (2), (4).

Рассмотрим преобразование слоевых форм с помощью базисных

$$\tilde{\omega}^a = -\Gamma_{\alpha}^{\dot{a}} \omega^{\alpha}, \quad \tilde{\omega}_b^a = \omega_b^a - \Gamma_{b\alpha}^{\dot{a}} \omega^{\alpha}, \quad \tilde{\omega}_{\dot{a}} = \omega_{\dot{a}} - \Gamma_{a\alpha} \omega^{\alpha}, \quad (7)$$

$$\tilde{\omega}_{\beta}^{\alpha} = \omega_{\beta}^{\alpha} - \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha} \omega^{\gamma}, \quad \tilde{\omega}_{\alpha}^a = \omega_{\alpha}^a - \Gamma_{\alpha\beta}^{\dot{a}} \omega^{\beta}, \quad \tilde{\omega}_{\alpha} = \omega_{\alpha} - \Gamma_{\alpha\beta} \omega^{\beta}.$$

Связность в главном расслоении задается по Лаптеву с помощью поля объекта групповой связности $\Gamma = \{\Gamma_{\alpha}^a, \Gamma_{b\alpha}^a, \Gamma_{a\alpha}, \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha}, \Gamma_{\alpha\beta}^a, \Gamma_{\alpha\beta}\}$ на базе V_{n-m} :

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma_{\alpha}^a - \Gamma_{b\alpha}^a \omega^b + \Gamma_{\beta}^a \Lambda_{b\alpha}^{\beta} \omega^b + \omega_{\alpha}^a &= \ast_{\alpha\beta}^a \omega^{\beta}, \\ \Delta\Gamma_{b\alpha}^a - \delta_b^a (\Gamma_{\alpha}^c \omega_c - \Gamma_{c\alpha} \omega^c) - \Gamma_{\alpha}^a \omega_b + \Gamma_{b\alpha}^a \omega^a + \Gamma_{b\beta}^a \Lambda_{c\alpha}^{\beta} \omega^c + \omega_{b\alpha}^a &= \Gamma_{b\alpha\beta}^a \omega^{\beta}, \\ \Delta\Gamma_{a\alpha} + \Gamma_{a\alpha}^b \omega_b + \Gamma_{a\beta} \Lambda_{b\alpha}^{\beta} \omega^b + \omega_{a\alpha} &= \Gamma_{a\alpha\beta} \omega^{\beta}, \\ \Delta\Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha} - \delta_{\beta}^{\alpha} (\Gamma_{\gamma}^a \omega_a - \Gamma_{a\gamma} \omega^a) + \Gamma_{\beta\delta}^{\alpha} \Lambda_{a\gamma}^{\delta} \omega^a + \omega_{\beta\gamma}^{\alpha} &= \Gamma_{\beta\gamma\delta}^{\alpha} \omega^{\delta}, \\ \Delta\Gamma_{\alpha\beta}^a - \Gamma_{\beta}^a \omega_{\alpha} + \Gamma_{\alpha\beta} \omega^a + \Gamma_{\alpha\beta}^{\gamma} \omega_{\gamma}^a - \Gamma_{b\beta}^a \omega_b^a + \Gamma_{\alpha\gamma}^a \Lambda_{b\beta}^{\gamma} \omega^b &= \Gamma_{\alpha\beta\gamma}^a \omega^{\gamma}, \\ \Delta\Gamma_{\alpha\beta} + \Gamma_{\alpha\beta}^a \omega_a + \Gamma_{\alpha\beta}^{\gamma} \omega_{\gamma} - \Gamma_{a\beta} \omega_{\alpha}^a + \Gamma_{\alpha\gamma} \Lambda_{a\beta}^{\gamma} \omega^a &= \Gamma_{\alpha\beta\gamma} \omega^{\gamma}. \end{aligned} \quad (8)$$

Совокупность функций $\Gamma_0 = \{\Gamma_{\alpha}^a, \Gamma_{b\alpha}^a, \Gamma_{a\alpha}\} \subset \Gamma$ образует подобъект проективной связности.

Замечание. Объект групповой связности Γ не является геометрическим объектом, а образует его лишь вместе с фундаментальным объектом первого порядка $\Lambda_{a\beta}^{\alpha}$.

С учетом уравнений (8) получаем структурные уравнения для форм связности (7)

$$\begin{aligned} D\tilde{\omega}^a &= \tilde{\omega}^b \wedge \tilde{\omega}_b^a + R_{\alpha\beta}^a \omega^{\alpha} \wedge \omega^{\beta}, \\ D\tilde{\omega}_b^a &= \tilde{\omega}_b^c \wedge \tilde{\omega}_c^a + (\delta_b^c \tilde{\omega}_c^a + \delta_c^a \tilde{\omega}_b^c) \wedge \tilde{\omega}^c + R_{b\alpha\beta}^a \omega^{\alpha} \wedge \omega^{\beta}, \\ D\tilde{\omega}_a &= \tilde{\omega}_a^b \wedge \tilde{\omega}_b + R_{a\alpha\beta} \omega^{\alpha} \wedge \omega^{\beta}, \\ D\tilde{\omega}_{\beta}^{\alpha} &= \tilde{\omega}_{\beta}^{\gamma} \wedge \tilde{\omega}_{\gamma}^{\alpha} + \delta_{\beta}^{\alpha} \tilde{\omega}_a \wedge \tilde{\omega}^a + R_{\beta\gamma\delta}^{\alpha} \omega^{\gamma} \wedge \omega^{\delta}, \\ D\tilde{\omega}_{\alpha}^a &= \tilde{\omega}_{\alpha}^b \wedge \tilde{\omega}_b^a + \tilde{\omega}_{\alpha}^{\beta} \wedge \tilde{\omega}_{\beta}^a + \tilde{\omega}_{\alpha} \wedge \tilde{\omega}^a + R_{\alpha\beta\gamma}^a \omega^{\beta} \wedge \omega^{\gamma}, \\ D\tilde{\omega}_{\alpha} &= \tilde{\omega}_{\alpha}^a \wedge \tilde{\omega}_a + \tilde{\omega}_{\alpha}^{\beta} \wedge \tilde{\omega}_{\beta} + R_{\alpha\beta\gamma} \omega^{\beta} \wedge \omega^{\gamma}, \end{aligned}$$

где компоненты объекта кривизны $R = \{R_{\alpha\beta}^a, R_{b\alpha\beta}^a, R_{a\alpha\beta}, R_{\beta\gamma\delta}^{\alpha}, R_{\alpha\beta\gamma}^a, R_{\alpha\beta\gamma}\}$ имеют вид:

$$\begin{aligned} R_{\alpha\beta}^a &= \ast_{[\alpha\beta]}^a - \Gamma_{[\alpha}^b \Gamma_{\beta]}^a, \quad R_{a\alpha\beta} = \Gamma_{a[\alpha\beta]} - \Gamma_{a[\alpha}^b \Gamma_{\beta]}^b, \\ R_{b\alpha\beta}^a &= \Gamma_{b[\alpha\beta]}^a - \Gamma_{b[\alpha}^c \Gamma_{\beta]}^a - \delta_b^a \Gamma_{c[\alpha} \Gamma_{\beta]}^c - \Gamma_{b[\alpha} \Gamma_{\beta]}^a, \\ R_{\beta\gamma\delta}^{\alpha} &= \Gamma_{\beta[\gamma\delta]}^{\alpha} - \Gamma_{\beta[\gamma}^{\eta} \Gamma_{\delta]}^{\alpha} - \delta_{\beta}^{\alpha} \Gamma_{a[\gamma} \Gamma_{\delta]}^a, \\ R_{\alpha\beta\gamma}^a &= \Gamma_{\alpha[\beta\gamma]}^a - \Gamma_{\alpha[\beta}^b \Gamma_{\gamma]}^a - \Gamma_{\alpha[\beta}^{\delta} \Gamma_{\delta\gamma]}^a - \Gamma_{\alpha[\beta} \Gamma_{\delta]}^a, \\ R_{\alpha\beta\gamma} &= \Gamma_{\alpha[\beta\gamma]} - \Gamma_{\alpha[\beta}^a \Gamma_{\gamma]}^a - \Gamma_{\alpha[\beta}^{\delta} \Gamma_{\delta\gamma]}^{\delta}, \end{aligned}$$

причем альтернирование производится по крайним индексам в квадратных скобках. Воспользовавшись уравнениями (8) и их продолжениями, получим дифференциальные сравнения для компонент объекта кривизны R

$$\Delta R_{\alpha\beta}^a - R_{b\alpha\beta}^a \omega^b + R_{\alpha\gamma}^a \Lambda_{b\beta}^\gamma \omega^b \equiv 0, \Delta R_{a\alpha\beta} + R_{a\alpha\beta}^b \omega_b + R_{a\alpha\gamma} \Lambda_{b\beta}^\gamma \omega^b \equiv 0,$$

$$\Delta R_{b\alpha\beta}^a - \delta_b^a (R_{\alpha\beta}^c \omega_c - R_{c\alpha\beta} \omega^c) - R_{\alpha\beta}^a \omega_b + R_{b\alpha\beta} \omega^a + R_{b\alpha\gamma}^a \Lambda_{c\beta}^\gamma \omega^c \equiv 0$$

$$\Delta R_{\beta\gamma\delta}^\alpha + \delta_\beta^\alpha (R_{a\gamma\delta} \omega^a - R_{\gamma\delta}^a \omega_a) + R_{\beta\gamma\eta}^\alpha \Lambda_{a\delta}^\eta \omega^a \equiv 0,$$

$$\Delta R_{\alpha\beta\gamma}^a + R_{\alpha\beta\gamma} \omega^a - R_{\beta\gamma}^a \omega_\alpha + R_{\alpha\beta\gamma}^\delta \omega_\delta - R_{b\beta\gamma}^a \omega_b + R_{\alpha\beta\delta}^a \Lambda_{b\gamma}^\delta \omega^b \equiv 0,$$

$$\Delta R_{\alpha\beta\gamma} + R_{\alpha\beta\gamma}^\delta \omega_\delta + R_{\alpha\beta\gamma}^a \omega_a - R_{a\beta\gamma} \omega_\alpha + R_{\alpha\beta\delta} \Lambda_{a\gamma}^\delta \omega^a \equiv 0,$$

где символ \equiv означает сравнение по модулю базисных форм ω^α .

Теорема 1. *Объект кривизны R является псевдотензором [4, с.46], содержащим подпсевдотензор $R_0 = \{R_{\alpha\beta}^a, R_{b\alpha\beta}^a, R_{a\alpha\beta}\}$.*

Осуществим оснащение Бортолотти конгруэнции плоскостей V_{n-m} , которое состоит в присоединении к каждой плоскости $(n-m-1)$ -мерной плоскости P_{n-m-1} , не имеющей общих точек с плоскостью L_m . Плоскость P_{n-m-1} зададим совокупностью точек

$$B_\alpha = A_\alpha + \lambda_\alpha^a A_a + \lambda_\alpha A,$$

причем

$$\Delta \lambda_\alpha^a + \lambda_\alpha \omega^a + \omega_\alpha^a = \lambda_{\alpha\beta}^a \omega^\beta, \Delta \lambda_\alpha + \lambda_\alpha^a \omega_a + \omega_\alpha = \lambda_{\alpha\beta} \omega^\beta. \quad (9)$$

Внося в эти уравнения формы связности (7), получим

$$\nabla \lambda_\alpha^a = \nabla_\beta \lambda_\alpha^a \omega^\beta, \nabla \lambda_\alpha = \nabla_\beta \lambda_\alpha \omega^\beta,$$

где левые части

$$\nabla \lambda_\alpha^a = d\lambda_\alpha^a - \lambda_\beta^a \tilde{\omega}_\alpha^\beta + \lambda_\alpha^b \tilde{\omega}_b^a + \lambda_\alpha \tilde{\omega}^a + \tilde{\omega}_\alpha^a, \nabla \lambda_\alpha = d\lambda_\alpha - \lambda_\beta \tilde{\omega}_\alpha^\beta + \lambda_\alpha^a \tilde{\omega}_a + \tilde{\omega}_\alpha$$

называются ковариантными дифференциалами компонент оснащающего квазитензора $\lambda = (\lambda_\alpha^a, \lambda_\alpha)$ относительно групповой связности Γ , а коэффициенты при базисных формах в правых частях

$$\nabla_\beta \lambda_\alpha^a = \lambda_{\alpha\beta}^a + \lambda_\gamma^a \Gamma_{\alpha\beta}^\gamma - \lambda_\alpha^b \Gamma_{b\beta}^a - \lambda_\alpha \Gamma_\beta^a - \Gamma_{\alpha\beta}^a, \quad (10)$$

$$\nabla_\beta \lambda_\alpha = \lambda_{\alpha\beta} + \lambda_\gamma \Gamma_{\alpha\beta}^\gamma - \lambda_\alpha^a \Gamma_{a\beta} - \Gamma_{\alpha\beta}$$

- ковариантными производными компонент оснащающего квазитензора λ в связности Γ .

Продолжая уравнения (9), найдем дифференциальные уравнения для пфаффовых производных компонент оснащающего квазитензора λ

$$\Delta \lambda_{\alpha\beta} + \lambda_{\alpha\gamma} \Lambda_{a\beta}^\gamma \omega^a + \lambda_{\alpha\beta}^a \omega_a - \lambda_\gamma \omega_{\alpha\beta}^\gamma + \lambda_\alpha \omega_{a\beta} \equiv 0,$$

$$\Delta \lambda_{\alpha\beta}^a + \lambda_{\alpha\gamma}^a \Lambda_{b\beta}^\gamma \omega^b + \lambda_{\alpha\beta} \omega^a + \lambda_\alpha \omega_\beta^a - \lambda_\gamma \omega_{\alpha\beta}^\gamma + \lambda_\alpha^b \omega_{b\beta}^a \equiv 0.$$

Используя эти сравнения и уравнения (8), (9), получим

$$\Delta \nabla_{\beta} \lambda_{\alpha}^a + \nabla_{\beta} \lambda_{\alpha} \omega^a + \nabla_{\gamma} \lambda_{\alpha}^a \Lambda_{b\beta}^{\gamma} \omega^b \equiv 0,$$

$$\Delta \nabla_{\beta} \lambda_{\alpha} + \nabla_{\beta} \lambda_{\alpha}^a \omega_a + \nabla_{\gamma} \lambda_{\alpha} \Lambda_{a\beta}^{\gamma} \omega^a \equiv 0.$$

Теорема 2. Совокупность ковариантных производных $\{\nabla_{\beta} \lambda_{\alpha}^a, \nabla_{\beta} \lambda_{\alpha}\}$ компонент оснащающего квазитензора λ образует псевдотензор.

Фундаментальный объект первого порядка $\Lambda_{a\beta}^{\alpha}$ и оснащающий квазитензор $\lambda = \{\lambda_{\alpha}^a, \lambda_{\alpha}\}$ позволяют охватить компоненты объекта связности Γ двумя способами. В первом случае, рассмотрев уравнения (3, 8, 9), получим охват компонент объекта связности $\overset{1}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}_{\alpha}^a, \overset{0}{\Gamma}_{a\alpha}, \overset{0}{\Gamma}_{b\alpha}^a, \overset{0}{\Gamma}_{\beta\gamma}^{\alpha}, \overset{1}{\Gamma}_{\alpha\beta}^a, \overset{1}{\Gamma}_{\alpha\beta}\}$ по формулам [5]:

$$\begin{cases} \overset{0}{\Gamma}_{\alpha}^a = \lambda_{\alpha}^a, \overset{0}{\Gamma}_{b\alpha}^a = \Lambda_{b\alpha}^{\beta} \lambda_{\beta}^a - \delta_b^a \lambda_{\alpha}, \overset{0}{\Gamma}_{a\alpha} = \Lambda_{a\alpha}^{\beta} \lambda_{\beta}, \\ \overset{0}{\Gamma}_{\beta\gamma}^{\alpha} = -\Lambda_{a\gamma}^{\alpha} \lambda_{\beta}^a - \delta_{\beta}^{\alpha} \lambda_{\gamma} - \delta_{\gamma}^{\alpha} \lambda_{\beta}, \\ \overset{1}{\Gamma}_{\alpha\beta}^a = -\lambda_{\gamma}^a M_{\alpha\beta}^{\gamma}, \overset{1}{\Gamma}_{\alpha\beta} = -\lambda_{\gamma} M_{\alpha\beta}^{\gamma}, \end{cases} \quad (11)$$

где $M_{\alpha\beta}^{\gamma} = \Lambda_{b\beta}^{\gamma} \lambda_{\alpha}^b + \delta_{\beta}^{\gamma} \lambda_{\alpha}$. Во втором случае, учитывая теорему 2 и полагая

$\nabla_{\beta} \lambda_{\alpha}^a = 0, \nabla_{\beta} \lambda_{\alpha} = 0$ в формулах (10), находим второй охват

$$\overset{2}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}_{\alpha}^a, \overset{0}{\Gamma}_{a\alpha}, \overset{0}{\Gamma}_{b\alpha}^a, \overset{0}{\Gamma}_{\beta\gamma}^{\alpha}, \overset{2}{\Gamma}_{\alpha\beta}^a, \overset{2}{\Gamma}_{\alpha\beta}\}$$

по формулам (11) и следующим:

$$\overset{2}{\Gamma}_{\alpha\beta}^a = \lambda_{\alpha\beta}^a + \lambda_{\gamma}^a \overset{0}{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\gamma} - \lambda_{\alpha}^b \overset{0}{\Gamma}_{b\beta}^a - \lambda_{\alpha} \overset{0}{\Gamma}_{\beta}^a, \overset{2}{\Gamma}_{\alpha\beta} = \lambda_{\alpha\beta} + \lambda_{\gamma} \overset{0}{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\gamma} - \lambda_{\alpha}^a \overset{0}{\Gamma}_{a\beta}.$$

Теорема 3. Оснащение Бортолотти конгруэнции плоскостей B_{n-m} индуцирует два типа групповой связности с объектами $\overset{1}{\Gamma}$ и $\overset{2}{\Gamma}$ в ассоциированном расслоении $G_s(B_{n-m})$

Библиографический список

1. Близникас В.И. Некоторые вопросы геометрии гиперкомплексов прямых // Тр. геом. семинара / ВИНТИ. М., 1974. Т.6. С. 43-110.
2. Лумисте Ю.Г. Индуцированные связности в погруженных проективных и аффинных расслоениях // Учен. зап. Тартуск.ун-та. 1965. Вып. 177 С. 6-41.
3. Лумисте Ю.Г. Проективные связности в канонических расслоениях многообразий плоскостей // Мат. сб.1973. Т. 91. N2. С. 211-233.
4. Шевченко Ю.И. Оснащения голономных и неголономных гладких многообразий. Калининград, 1998. 83 с.
5. Шевченко Ю.И. Об оснащениях многообразий плоскостей в проективном пространстве // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1978. N9. С. 124-133.

O.M. Zhovtenko

THE ROLE BORTOLOTTI'S EQUIPMENT
OF THE CONGRUENCE OF PLANES

In the projective space group connection is investigated in the bundle, associated with congruence of planes. It is shown, that curvature object of the connection is pseudotensor. Bortolotti's equipment of the congruence is made. It consist in the giving of field supplementary planes. The notion of covariant differential and covariant derivatives of equipping quasitensor in the group connection is introduced. Covariant derivatives of component of equipping quasitensor is pseudotensor. It is proved, that Bortolotti's equipment induces two types of group connection in the associated bundle.

УДК 514.75

V.V. Kaiser

(Friedrich -Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg)

SPEZIELLE DISTRIBUTIONEN AUF GRASSMANN'SCHER
MANNIGFALTIGKEIT (IV)

Im ersten Teil des Artikels [1] sind die Ergebnisse zusammengefasst, im zweiten Teil [2] ist analytischen Apparat gegeben, im dritten [3] Teil werden die Sätze 1.1-1.4 bewiesen und im Schlußteil des Artikels werden die übrigen Sätze 1.5-1.16 bewiesen.

4. Nichtholonome Komplexe. Berechnungen.

4.1. Allgemeine Klassifikation. Wie aus dem Lemma 2.1 folgt, kann jede beliebige 3-dimensionale Distribution K (nichtholonomer Komplex) auf der Grassmann'schen Mannigfaltigkeit M mit Hilfe von einer Pfaff'scher Gleichung

$$c_1\Omega^1 + c_2\Omega^2 + c_3\Omega^3 + c_4\Omega^4 = 0 \quad (4.1)$$

(local) bestimmt werden, wobei alle glatten Funktionen c_i auf M nicht zusammen verschwinden dürfen.

Es sei $T = t^0 A_0 + t^1 A_1$ ein Punkt auf der laufenden Geraden $l \in M$. Aus (3.2) folgt, daß der Punkt T der Striktionspunkt (Brennpunkt) einer integralen Torse für K ist, wenn die Gleichungen des Systems (4.1), (3.3) gelten. Das letzte System besitzt bezüglich Ω^i eine Lösung der Gestalt (2.4) mit $\lambda^1 = t^0 p$, $\lambda^2 = t^0 q$, $\lambda^3 = t^1 p$, $\lambda^4 = -t^1 q$, wo

$$p = t^0 c_2 - t^1 c_4, \quad q = -(t^0 c_1 + t^1 c_3). \quad (4.2)$$