т.е. двумерная плоскость (AA_iA_n) -неподвижна. Таким образом, справедлива

Т е о р е м а. (∇,Δ)-геодезическая ($(\bar{\nabla},\bar{\Delta})$-геодезическая) двойная линия пары гиперраспределений $(\Delta,\bar{\Delta})$ - плоская и принадлежит двумерной плоскости, определяемой ее касательной и прямой (AA_n).

8. Пусть гиперраспределения Δ, $\bar{\Delta}$ не являются соответсвующими в индуцированном отображении f_*, т.е. $\Lambda_i^n \neq 0$.

Обращение в нуль геометрического объекта (Λ_j^i): $\Lambda_j^i = 0$ $(i \neq j)$ означает, что $(n-1)$-ткань $(\omega^1, \omega^2, \ldots, \omega^{n-1}) \subset \Delta$ становится $(n-1)$-тканью двойных линий пары гиперраспределений $(\Delta, f_*(\Delta))$. Если равен нулю геометрический объект $(\bar{\Lambda}_j^i)$: $\bar{\Lambda}_j^i = 0$ $(i \neq j)$, то $(n-1)$-ткань $(\theta^1, \theta^2, \ldots, \theta^{n-1}) \subset \bar{\Delta}$ становится $n-1$ -тканью двойных линий пары гиперраспределений $(\bar{\Delta}, f_*^{-1}(\bar{\Delta}))$, где f^{-1}: $\omega^\alpha = \bar{\Lambda}_\beta^\alpha \theta^\beta$.

Список литературы

1. Базылев В.Т. О сетях многомерных поверхностей проективного пространства.-Изв.вузов.Математика, 1966, 2(51), с.9-19.

2. Базылев В.Т., Кузьмин М.К., Столяров А.В. Сети на многообразиях.-Проблемы геометрии. ВИНИТИ АН СССР, 1981, т.12, с.97-125.

3. Дулалаева Т.А. О паре распределений в P_4.-В кн.: геометрия погруженных многообразий. М., 1979, с.35-43.

4. Дулалаева Т.А. К геометрии пары гиперраспределений в проективном пространстве P_n.-В кн.: Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1981, Вып.12, с.23-26.

5. Лаптев Г.Ф. Фундаментальные объекты отображений.-Тезисы докл.3 Прибалт.конф. Паланга, 1968, с.95-96.

6. Остиану Н.М. Распределение гиперплоскостных элементов в проективном пространстве.-Тр.геометр.семинара. ВИНИТИ АН СССР, 1973, т.4, с.71-120.

7. Фиников С.П. О сети двойных линий в точечном соответствии двух поверхностей и в соответствии A-поверхностей.-Математ.сб. Новая серия. АН СССР, 1939, т.6(48), вып.3, с.518-520.

УДК 514.75

А.И. Е г о р о в

ЛАКУНАРНЫЕ ОБЩИЕ МЕТРИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В настоящей статье рассматриваются движения в общих метрических пространствах $g_{n,u}$ опорных векторных плотностей веса W.

Пусть дано базисное дифференцируемое многообразие X_n класса C^∞ и предположим, что с каждой точкой этого многообразия связывается (ассоциируется) $(n-1)$-мерное пространство значений псевдовекторной плотности веса W. Совокупность точки x базисного многообразия X_n и опорного псевдовектора u называется линейным элементом (x,u), а получаемое объединением (x,u) $(2n-1)$-мерное дифференцируемое многообразие - многообразием линейных элементов X_{2n-1} класса C^∞.

Предполагается, что на X_{2n-1} задан метрический тензор g, принадлежащий X_n, который превращает последнее в общее метрическое пространство линейных элементов $g_{n,u}$.

Метрический тензор g по определению невырожденный, симметрический тензор типа (0,2), нулевого измерения однородности относительно компонент опорного объекта.

В координатной окрестности $\pi^{-1}(\mathcal{U}) \subset X_{2n-1}$, где $\mathcal{U}$ открытое множество в X_n и π -каноническое отображение $X_{2n-1}(x,u) \to X_n(x)$, метрический тензор g характеризуется компонентами

$$g_{\alpha\beta}(x,u),\ (\alpha,\beta=1,2,\dots,n), \qquad (1)$$

обладающими свойствами

$$1.\ \det(g_{\alpha\beta})\neq 0, \quad 2.\ g_{\alpha\beta}=g_{\beta\alpha}, \qquad (2)$$

$$3.\ g_{\alpha\beta}(x,\lambda u)=g_{\alpha\beta}(x,u).$$

В дальнейшем рассматриваются пространства $g_{n,u}$, не сводящиеся к римановым пространствам опорных векторных плотностей.

Движениями (изометриями) в общих метрических пространствах $g_{n,u}$ называются такие точечные преобразования базисного многообразия X_n, естественные продолжения которых на многообразие X_{2n-1} сохраняют метрический тензор g. Для того, чтобы компоненты векторного поля $v(x)$ инфинитезимального преобразования $\tilde{x}^{\alpha}=x^{\alpha}+v^{\alpha}(x)t$ $(t\in R)$ определяли движение в пространствах $g_{n,u}$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\mathcal{D}g=0, \qquad (3)$$

где $\mathcal{D}$ -знак лиевого дифференцирования вдоль линий тока продолженного векторного поля $v^{*}(x,u)$.

К метрическому пространству опорных векторных плотностей $g_{n,u}$ можно однозначно отнести присоединенное пространство Дейвиса с метрической функцией $F(x,u)$. В статье предполагается, что гессиан этой метрической функции по переменным u не равен нулю. Любое движение метрического пространства опорных плотностей $g_{n,u}$ является в то же время движением присоединенного пространства Дейвиса $\mathcal{D}_n$ [1]. Следовательно, если G_r группа движений общего метрического пространства линейных элементов $g_{n,u}$, то она является подгруппой группы движений присоединенного пространства $F_{n,u}$ и порядок ее удовлетворяет следующему неравенству $r\leq\frac{n(n+1)}{2}$.

Перейдем теперь к определению всех максимально подвижных общих метрических пространств $g_{n,u}$. Метрическая

функция $F(x,u)$ в этом случае может быть приведена в локальной системе координат к риманову или псевдориманову виду:

$$F(x,u)=\mathcal{D}(e_1u^{1^2}+\dots+e_nu^{n^2}),\ \mathcal{D}=\left(1+\frac{k}{4}\sum e_s x^{s^2}\right)^{-2},\ (k\in R).$$

Инфинитезимальные движения искомых максимально подвижных с G_r $\left(r=\frac{n(n+1)}{2}\right)$ метрических пространств опорных векторных плотностей $g_{n,u}$ порождаются

$$X_\delta=p_\delta-\frac{k}{4}Ep_\delta+\frac{k}{2}e_\delta x^\delta u,\quad \left(u=x^\sigma p_\sigma,\ E=e_\sigma x^{\sigma^2},\ p_k=\frac{\partial}{\partial x^k}\right),$$

$$X^i_j=e_jx^ip_j-e_ix^jp_i,\quad (e=\pm 1;\ i,\delta,j=1,2,\dots,n).$$

Запишем уравнения инвариантности для $\bar{X}^k_\ell$ -продолжения оператора X^k_ℓ:

$$\bar{X}^k_\ell g_{ij}=-\delta^k_i g_{\ell j}-\delta^k_j g_{i\ell}+\delta^\ell_i g_{kj}+\delta^\ell_j g_{ik}. \qquad (4)$$

Мы получили систему дифференциальных уравнений с $\frac{n(n+1)}{2}$ неизвестными функциями g_{ij} от $2n$ переменных. Интегрирование системы (4) начнем с нахождения функции $g_{\alpha_1\alpha_2}$ $(\alpha_1\neq\alpha_2)$; другие компоненты $g_{\lambda\mu}$ метрического тензора g отыскиваются дифференцированиями. Ясно, что

$$X^{\alpha_\lambda}_{\alpha_\mu}g_{\alpha_1\alpha_2}=0 \quad (\lambda,\mu\geq 3).$$

Следовательно, каждая функция $g_{\alpha_1\alpha_2}$ $(\alpha_1\neq\alpha_2)$ будет функцией от указанных аргументов

$$g_{\alpha_1\alpha_2}=g_{\alpha_1\alpha_2}(x^{\alpha_1},u^{\alpha_1},x^{\alpha_2},u^{\alpha_2},\alpha,\beta,\gamma),$$

$$\alpha=\sum e_ix^{i^2},\quad \beta=\sum e_ix^iu^i,\quad \gamma=\sum e_iu^{i^2}.$$

Компоненты $g_{\alpha_1\alpha_\lambda}$, $g_{\alpha_2\alpha_\mu}$ задаются формулами

$$g_{\alpha_1\alpha_\lambda}=-X^{\alpha_2}_{\alpha_\lambda}g_{\alpha_1\alpha_2},\quad g_{\alpha_2\alpha_\mu}=-X^{\alpha_1}_{\alpha_\mu}g_{\alpha_1\alpha_2}.$$

Из этих равенств вытекает, что функции $g_{\alpha_1\alpha_2}$ линейны одновременно относительно x^{α_1}, u^{α_1}, а также - относительно x^{α_2}, u^{α_2}. Отсюда следует, что компоненты $g_{\alpha_1\alpha_2}$ будут вида $g_{\alpha_1\alpha_2}=x^{\alpha_1}(Ax^{\alpha_2}+Bu^{\alpha_2})+u^{\alpha_1}(Bx^{\alpha_2}+Cu^{\alpha_2})$, где A, B, C – дифференцируемые функции от α, β, γ. Диагональные элементы матрицы компонент метрического тензора отыскиваются из системы уравнений:

$$X^{\alpha_1}_{\alpha_k} \dot{g}_{\alpha_1 \alpha_k} + g_{\alpha_k \alpha_k} - g_{\alpha_1 \alpha_1} = 0 \quad (k = 2, 3, \dots, n). \quad (5)$$

Совокупность функций

$$g_{\alpha_k \alpha_k} = x^{\alpha_k}(Ax^{\alpha_k} + Bu^{\alpha_k}) + u^{\alpha_k}(Bx^{\alpha_k} + Cu^{\alpha_k})$$

образует частное решение системы уравнений (5). Общее решение уравнений, полученных из операторов вращений и переносов, выражается формулой

$$g_{ij} = 2\mathcal{D}\left[a e_i \delta_{ij} + \frac{2b e_i e_j u^i u^j}{e_1 u^{1^2} + \dots + e_n u^{n^2}}\right] \quad (6)$$

$$\left(a, b, k \in R,\ a \neq 0,\ a + 2b \neq 0,\ e = \pm 1,\ \mathcal{D} = \left[1 + \frac{k}{4} e_i x^{i^2}\right]^{-2}\right).$$

Таким образом, можно сформулировать следующий результат.

Т е о р е м а. Для того, чтобы регулярное общее метрическое пространство опорных векторных плотностей веса W допускало группу движений G_r максимального порядка $r = \frac{1}{2}(n+1)n$, необходимо и достаточно, чтобы компоненты метрического тензора g задавались формулами (6).

Список литературы

1. Егоров А.И. Лакунарные финслеровы пространства. Математ.сб. 116/158, № 3 (11), 1981, с.310-314.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вы.15 1984

УДК 514.75

Л.А.Ж а р и к о в а

О СВЯЗНОСТИ В РАССЛОЕНИИ, АССОЦИИРОВАННОМ С КОНГРУЭНЦИЕЙ НЕЦЕНТРАЛЬНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В A_n

В n-мерном аффинном пространстве A_n рассматривается конгруэнция π нецентральных квадратичных элементов $\mathcal{F}$. Выделяется многообразие Φ гиперплоскостей P образующего элемента $\mathcal{F}$ конгруэнции π. Показано, что с конгруэнцией π ассоциируется главное расслоение $G_{n^2}(\pi)$, базой которого является конгруэнция π, а типовым слоем – n^2-членная подгруппа стационарности гиперплоскости P. Показано, что конгруэнция π индуцирует поле одномерных направлений L, не параллельных гиперплоскости P, которые позволяют задать связность в расслоении $G_{n^2}(\pi)$, дана геометрическая характеристика подобъектов объекта связности Γ.

Отнесем n-мерное аффинное пространство A_n к подвижному реперу $R = \{A, \bar{e}_\alpha\}$, $(\alpha, \beta, \gamma, \dots = \overline{1,n})$, инфинитезимальные перемещения которого определяются формулами $dA = \omega^\alpha \bar{e}_\alpha$, $d\bar{e}_\alpha = \omega^\beta_\alpha \bar{e}_\beta$, где формы Пфаффа ω^α, ω^β_α удовлетворяют уравнениям структуры аффинного пространства

$$\mathcal{D}\omega^\alpha = \omega^\beta \wedge \omega^\alpha_\beta, \quad \mathcal{D}\omega^\gamma_\beta = \omega^\alpha_\beta \wedge \omega^\gamma_\alpha.$$

В пространстве A_n рассмотрим конгруэнцию (n-1)-параметрическое семейство) π нецентральных квадратичных элементов ((n-2)-мерных параболоидов второго порядка) $\mathcal{F}$ и проведем специализацию репера $R = \{A, \bar{e}_\alpha\}$ следующим образом: начало репера точку A и векторы $\bar{e}_i$ $(i, j, k, \dots = \overline{1, n-1})$ поместим на гиперплоскость P обра-