1. Четырехмерная риманова геометрия. М.:Мир, 1985. 334с.
2. *Stepanov S.E.* The seven classes of almost symplectic structures // Webs & Quasigrups. Tver, 1992. с.93-96.
3. *Tachibana S.* On conformal Killing tensor in a Riemannian space // Tohoku Math.Joun. 1969. Vol.21. с.56-64.
4. *Kashiwada T.* On conformal killing tensor // Natural Science Report Ochanomizu University. 1968. Vol.19. №2. с.67-74.
5. *Крамер Д. и др.* Точные решения уравнений Эйнштейна: М.: Энергоиздат, 1982. 416с.
6. *Бессе А.* Многообразия Эйнштейна: В 2 т. М.:Мир, 1990. 703с.
7. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М.: Наука, 1976. 432с.
8. *Степанов С.Е.* Симметрические 2-тензоры с постоянным следом // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1992. Вып. 23. с.94-96.

S. E. S t e p a n o v, V. V. R o d i o n o v

ADDITION TO ONE J.-P. BOURGIGNON′S WORK

Three fundamental differential operators on the space of sections $C^\infty S_0^2 M$ of a $S_0^2 M$ fibering of symmetric Bessel′s forms are found and a geometric interpretation of each kernel is given in the article.

УДК 514.76

ДВОЙСТВЕННЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ СВЯЗНОСТИ НА ГИПЕРПОЛОСНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ

А.В.С т о л я р о в

(Чувашский государственный techединститут)

Нормальные связности на нормализованных голономных подмногообразиях, погруженных в различные пространства, рассматривались в работах ряда геометров (см., например, обзор литературы в монографиях [6], [7]). Аналогичные исследования на неголономных подмногообразиях до настоящего времени не проводились. Предлагаемая работа, по-видимому, является первым шагом по исследованию этих вопросов на неголономных подмногообразиях; в ней рассматриваются двойственные центропроективные связности в нормальных расслоениях на гиперполосном распределении, погруженном в пространство проективной связности.

В работе индексы принимают следующие значения:

$$\bar{J},\bar{K},\bar{L}=\overline{0,n};\ J,K,L,P,Q=\overline{1,n};\ i,j,k=\overline{1,m};$$

$$\alpha,\beta,\gamma=\overline{m+1,n};\ \bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma}=0,m+1,..,n;\ u,\upsilon,W=\overline{m+1,n-1}.$$

Рассмотрим n-мерное пространство проективной связности $P_{n,n}$, определенное Э.Картаном с помощью $(n+1)^2$ форм Пфаффа, подчиненных структурным уравнениям

$$D\omega_{\bar{J}}^{\bar{K}}=\omega_{\bar{J}}^{\bar{L}}\Lambda\omega_{\bar{L}}^{\bar{K}}+\frac{1}{2}R_{\bar{J}PQ}^{\bar{K}}\omega_0^P\Lambda\omega_0^Q,\ \omega_{\bar{L}}^{\bar{L}}=0. \tag{1}$$

В уравнениях (1) функции $R_{\bar{J}PQ}^{\bar{K}}$ кососимметричны по P, Q и их совокупность представляет собой тензор кривизны-кручения пространства $P_{n,n}$; в случае $R_{\bar{J}PQ}^{\bar{K}}\equiv 0$ пространство $P_{n,n}$ представляет собой n-мерное проективное пространство P_n.

Известно [4], [6], что в репере первого порядка $\{A_{\bar{J}}\}$ дифференциальные уравнения регулярного гиперполосного распределения m-мерных линейных элементов H, погруженного в пространство $P_{n,n}$, имеют вид:

$$\omega_i^n=\Lambda_{iK}^n\omega_o^K,\ \omega_i^\upsilon=\Lambda_{iK}^\upsilon\omega_o^K,\ \omega_\upsilon^n=\mathrm{A}_{\upsilon\alpha}^n\omega_o^\alpha,\ \omega_\upsilon^i=\mathrm{N}_{\upsilon K}^i\omega_o^K. \tag{2}$$

В силу регулярности распределения $H\subset P_{n,n}$ тензор Λ_{ij}^n первого порядка невырожден; предполагается также, что тензор $\mathrm{A}_{u\upsilon}^n$ первого порядка также невырожден.

Заметим, что справедливы соотношения [6]

$$2\mathrm{A}_{\upsilon u}^n\Lambda_{[ij]}^u+2\mathrm{A}_{\upsilon n}^n\Lambda_{[ij]}^n+2\Lambda_{s[i}^nN_{|\upsilon|j]}^s=R_{\upsilon ij}^n-\mathrm{A}_{\upsilon\alpha}^nR_{0ij}^\alpha. \tag{3}$$

Показано [5], [6], что регулярное распределение $H\subset P_{n,n}$ во второй дифференциальной окрестности его образующего элемента индуцирует: а) пространство проективной связности $\bar{P}_{n,n}$, двойственное $P_{n,n}$ относительно инволютивного преобразования $J:\omega_{\bar{J}}^{\bar{K}}\to\bar{\omega}_{\bar{J}}^{\bar{K}}$ форм связности, определяемого внутренним образом самим многообразием H; при этом пространства $P_{n,n}$ и $\bar{P}_{n,n}$ могут быть проективными лишь одновременно; б) многообразие $\bar{H}\subset\bar{P}_{n,n}$, двойственное исходному H.

Пусть распределение $H\subset P_{n,n}$ нормализовано в смысле Нордена-Чакмазяна [4], [6] полями нормалей первого $N_{n-m}(\nu)$ и второго $N_{m-1}(\nu)$ родов, определяемых полями квазитензоров ν_n^i и ν_i^0 соответственно:

$$\nabla\nu_n^i+\omega_n^i=\nu_{nK}^i\omega_0^K,\ \nabla\nu_i^0+\omega_i^0=\nu_{iK}^0\omega_0^K.$$

Возьмем систему форм $\left\{\overset{1}{\theta}{}_\beta^{\bar{\alpha}}\right\}$:

$$\overset{1}{\theta}{}_\upsilon^0=\omega_\upsilon^0-\nu_j^0\left(\omega_\upsilon^j-\nu_n^j\omega_\upsilon^n\right)+a_\upsilon^0\theta(\nu),\ \overset{1}{\theta}{}_\upsilon^n=\omega_\upsilon^n-a_\upsilon^0\omega_0^n$$

$$\overset{1}{\theta}{}^{0}_{n} = \omega^0_n + \nu^j_n\omega^0_j + a^u_n\omega^0_u + \nu^0_j\left(\nu^j_{nK}\omega^K_0 + a^u_n\omega^j_u - \nu^j_n\nu^k_n\omega^n_k - \nu^j_n a^u_n\omega^n_u\right) - \nu^0_n\theta(\nu),$$

$$\overset{1}{\theta}{}^{w}_{\upsilon} = \omega^w_\upsilon - \delta^w_\upsilon\left[\omega^0_0 - \theta(\nu) - \nu^0_j\left(\omega 0^j_0 - \nu^j_n\omega^n_0\right)\right] - a^w_n\left(\omega^n_\upsilon - a^0_\upsilon\omega^n_0\right) - a^0_\upsilon\omega^w_0, \quad (4)$$

$$\overset{1}{\theta}{}^{\upsilon}_{n} = a^\upsilon_{nK}\omega^K_0 + \nu^j_n\omega^\upsilon_j - a^\upsilon_n\left(\nu^j_n\omega^n_j + a^u_n\omega^n_u\right) + \nu^0_n\left(\omega^\upsilon_0 - a^\upsilon_n\omega^n_0\right),$$

$$\overset{1}{\theta}{}^{n}_{n} = \omega^n_n - \omega^0_0 - \theta(\nu) + \nu^0_j\left(\omega^j_0 - \nu^j_n\omega^n_0\right) + \nu^j_n\omega^n_j + a^u_n\omega^n_u + \nu^0_n\omega^n_0,$$

где квазитензоры первого a^υ_n и второго a^0_υ порядков определяются охватами

$$a^\upsilon_n = \frac{1}{m}\Lambda^\upsilon_{ij}\Lambda^{ji}_n,\ a^0_\upsilon = \frac{1}{m}N^i_{\upsilon i},$$

форма $\theta(\nu)$ имеет строение

$$\theta(\nu) = a^0_u\omega^u_0 - \left(a^0_u a^u_n + \nu^0_n\right)\omega^n_0$$

и функция ν^0_n удовлетворяет уравнению

$$\nabla\nu^0_n + \nu^j_n\omega^0_j + a^u_n\omega^0_u + \omega^0_n = \nu^0_{nK}\omega^K_0. \quad (5)$$

Известно [4], [6], что поля геометрических объектов $\{\nu^i_n\}$, $\{\nu^i_n, a^\upsilon_n, \nu^0_n\}$, $\{-a^0_\upsilon\}$ определяют оснащение в смысле Э.Картана распределения H полем плоскостей $N_{n-m-1}(\nu)$, натянутых на точки $M_\upsilon = -a^0_\upsilon A_0 + A_\upsilon$, $M_n = \nu^0_n A_0 + N_n$, $N_n = A_n + \nu^j_n A_j + a^u_n A_u$.

Для заданного поля нормалей ν^i_n существует ряд охватов, удовлетворяющих уравнению (5). Например, можно взять охваты:

а) $\nu^0_n = K^0_n(\nu) \overset{def}{=\!=} -\dfrac{1}{m}\left(\nu^j_{nj} - \Lambda^n_{jk}\nu^j_n\nu^k_n\right) - a^u_n a^0_u$;

оснащающая плоскость $N_{n-m-1}(\nu)$ при этом называется [6] плоскостью Кенигса нормали ν^i_n;

б) $\nu^0_n = H^0_n(\nu) \overset{def}{=\!=} \dfrac{1}{2}\left(S_n + a^n_{jk}\nu^j_n\nu^k_n + B^n_{uw}a^u_n a^{w\omega}_n\right) + \dfrac{1}{m+2}b_j\nu^j_n + b_u a^u_n$.

Встречающиеся здесь функции S_n, a^n_{ij}, B^n_{uw}, b_υ охвачены [6] внутренним образом в первых трех дифференциальных окрестностях текущего элемента распределения H; при этом охвате M_n есть точка пересечения инвариантной прямой $h(\nu) \equiv \left[A_0 N_n\right]$ с соприкасающейся гиперквадрикой [6] распределения в соответствующей его точке A_0.

Охваты а) и б) являются универсальными в том смысле, что они справедливы для любого поля нормалей ν^i_n первого рода. Следует заметить, что конкретное поле нормалей может иметь охваты ν^0_n, используемые лишь для данного поля ν^i_n. Например, охват

$$\nu^0_n = N^0_n \overset{def}{=\!=} -\frac{1}{n-m-1}A^{u\upsilon}_n\left(a^0_{\upsilon u} + a^0_\upsilon a^0_u\right) - a^0_\upsilon a^\upsilon_n \quad (6)$$

пригоден только для поля нормалей

$$\nu_n^i = N_n^i \overset{def}{=\!=} \frac{1}{n-m-1} A_n^{\upsilon u} N_{u\upsilon}^i . \tag{7}$$

Нами показано, что система форм $\left\{ \overset{1}{\theta}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta} \right\}$ (см. (4)) удовлетворяет структурным уравнениям Картана-Лаптева [1], [2]:

$$D\overset{1}{\theta}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta} = \overset{1}{\theta}{}^{\gamma}_{\beta} \wedge \overset{1}{\theta}{}^{\overline{\alpha}}_{\gamma} + \frac{1}{2} \overset{1}{R}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta PQ}\, \omega_0^P \wedge \omega_0^Q .$$

Следовательно, система форм $\left\{ \overset{1}{\theta}{}^{0}_{\beta}, \overset{1}{\theta}{}^{\alpha}_{\beta} \right\}$ определяет центропроективную линейную связность в нормальном расслоении $N_{n-m}(H)$ (т.е. нормальную [7] центропроективную связность первого рода $\overset{1}{D}$ на распределении H).

Заметим, что в случае нормализованной регулярной гиперполосы $H_m \subset P_{n,n}$ в силу $\omega_0^\alpha = \omega_\upsilon^n = 0$ связность $\overset{1}{D}$ совпадает с нормальной связностью [6] в расслоении нормалей первого рода на H_m; но, в отличие от гиперполосы, на нормализованном гиперполосном распределении $H \subset P_{n,n}$ связность $\overset{1}{D}$ индуцируется лишь при задании дополнительного поля оснащающих в смысле Э.Картана плоскостей $N_{n-m-1}(\nu)$.

Система функций $\overset{1}{R}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta PQ}$ представляет собой тензор кривизны-кручения связности $\overset{1}{D}$:

$$d\overset{1}{R}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta PQ} + 2\overset{1}{R}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta PQ}\, \omega_0^0 + \overset{1}{R}{}^{\gamma}_{\beta PQ}\, \overset{1}{\theta}{}^{\overline{\alpha}}_{\gamma} - \overset{1}{R}{}^{\overline{\alpha}}_{\gamma PQ}\, \overset{1}{\theta}{}^{\gamma}_{\beta} - \overset{1}{R}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta JQ}\, \omega_P^J - \overset{1}{R}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta PJ}\, \omega_Q^J = (\ldots)_J\, \omega_0^J .$$

Компоненты тензора $\overset{1}{R}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta PQ}$ имеют вполне определенные значения. Например,

$$\begin{aligned} \overset{1}{R}{}^{n}_{\upsilon JK} = {} & R^n_{\upsilon JK} - a_\upsilon^0 R^n_{0JK} + 2N^s_{\upsilon[J} \Lambda^{}_{|s|K]} - 2\nu_n^j A^n_{\nu\alpha} \delta^\alpha_{[J} \Lambda^n_{|j|K]} - 2\nu_n^0 A^n_{\upsilon\alpha} \delta^\alpha_{[J} \delta^n_{K]} + \\ & + 2a^0_{\upsilon[J} \delta^n_{K]} - 2a_\upsilon^0 \left(\delta^j_{[J} \Lambda^n_{|j|K]} - \nu_n^j \delta^n_{[J} \Lambda^n_{|j|K]} \right) - 2a_n^u a_u^0 A^n_{\upsilon\alpha} \delta^\alpha_{[J} \delta^n_{K]} - 2a_\upsilon^0 a_u^0 \delta^u_{[J} \delta^n_{K]} \end{aligned} . \tag{8}$$

Очевидно, что каждая из систем функций $\overset{1}{R}{}^{n}_{\upsilon JK}$, $\overset{1}{R}{}^{\upsilon}_{nJK}$ образует подтензор тензора $\overset{1}{R}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta PQ}$.

С использованием соотношений (3), (6)-(8) доказывается следующее предложение: если для нормализованного взаимного [4], [6] распределения $H \subset P_n$ с полем симметрического тензора Λ^n_{ij} подтензор $\overset{1}{R}{}^{n}_{\upsilon JK}$ тензора кривизны-кручения связности $\overset{1}{D}$ обращается в нуль, то подмногообразие H является голономным, причем нормаль ν_n^i и оснащающая плоскость $N_{n-m-1}(\nu)$ определяются, соответственно, охватами N_n^i и N_n^0 (см. (7) и (6)).

Пусть $P_{n,n} \equiv P_n$, $N_p(A_0)$ - p-мерная плоскость, проходящая через центр A_0 распределения H и $N_p(A_0) \subset N_{n-m}(\nu)$, $p \le n-m$. По аналогии с [7], приведем

Определение. Поле $N_p(A_0)$ называется параллельным в нормальной связности $\overset{1}{D}$, если при инфинитезимальном перемещении точки A_0 вдоль любой кривой, принадлежащей базисному распределению подмногообразия $H \subset P_n$, смещение p-мерной плоскости происходит в $(m+p)$-мерной плоскости, натянутой на текущий элемент базисного распределения и на плоскость $N_p(A_0)$.

Если $[A_0 M]$ - гладкое поле одномерных направлений, принадлежащее полю $N_{n-m}(\nu)$, то точка M имеет разложение $M = A_0 + x^\alpha N_\alpha$, где не все x^α одновременно равны нулю и $N_\upsilon = A_\upsilon$, $N_n = A_n + \nu_n^j A_j + a_n^u A_u$; при $x^n = 0$ это поле принадлежит полю характеристик $\Pi_{n-m-1}(A_0)$, а при $x^\upsilon = 0$ совпадает с полем инвариантных прямых $h(\nu) \equiv [A_0 N_n]$. Аналогично монографии [6] показывается, что условием параллельности поля направлений $[A_0 M]$ в нормальной связности $\overset{1}{D}$ является

$$dx^\alpha + x^\beta \overset{1}{\theta}{}^\alpha_\beta - x^\alpha x^\beta \overset{1}{\theta}{}^0_\beta = x^\alpha \Omega (\operatorname{mod} l), \; D\Omega = \Omega \Lambda \Omega_0^0;$$

здесь кривая l, принадлежащая базисному распределению, имеет уравнения [3]

$$\omega_0^i = \mu^i \theta, \; \omega_0^a = 0; \; D\overline{\theta} = \overline{\theta} \Lambda \overline{\theta}_0^0, \; \nabla_d \mu^i - \mu^i \left(\omega_0^0 + \overline{\theta}_0^0\right) = \mu_1^i \overline{\theta}\ .$$

Доказаны следующие предложения: 1) поле характеристик $\Pi_{n-m-1}(A_0)$ нормализованного распределения $H \subset P_n$ является параллельным в нормальной связности $\overset{1}{D}$; 2) условием параллельности поля инвариантных прямых $h(\nu)$ (а следовательно, и поля нормалей первого рода $N_{n-m}(\nu)$) в связности $\overset{1}{D}$ на нормализованном распределении $H \subset P_n$ является обращение в нуль тензора $A_{nk}^\upsilon(\nu)$:

$$A_{nk}^\upsilon(\nu) \overset{def}{=\!=} a_{nk}^\upsilon + \nu_n^j \left(\Lambda_{jk}^\upsilon - a_n^\upsilon \Lambda_{jk}^n\right) = 0 .$$

В силу наличия подмногообразия $\overline{H} \subset \overline{P}_{n,n}$, двойственного исходному распределению $H \subset P_{n,n}$, в системе (4), определяющей центропроективную связность $\overset{1}{D}$ в расслоении нормалей первого рода ν_n^i, соответствует двойственная ей система форм $\left\{\overset{2}{\theta}{}^{\overline{\alpha}}_\beta\right\}$, имеющих строения вида (4); эта система определяет нормальную связность $\overset{2}{D}$ в расслоении нормалей второго рода ν_i^0, являющуюся двойственной [6] по отношению к связности $\overset{1}{D}$ относительно инволютивного преобразования $J: \omega_{\overline{J}}^{\overline{K}} \to \overline{\omega}_{\overline{J}}^{\overline{K}}$. Формы и функции, входящие в выражения форм

$\left\{ \overset{1}{\theta}{}^{\overline{\alpha}}_{\beta} \right\}$ (см. (4)), пишутся с черточкой сверху. Например, функции с черточкой и без черточки связаны соотношениями [6]:

$$\overline{\Lambda}^n_{ij} = -\Lambda^n_{ji},\ \overline{A}^n_{u\upsilon} = -A^n_{\upsilon u},\ \overline{\nu}^i_n = -\Lambda^{ik}_n \nu^0_k,\ \overline{\nu}^0_i = \Lambda^n_{ki}\nu^k_n,\ \overline{\nu}^i_{nj} = -\Lambda^{ik}_n \nu^0_{kj},$$

$$\overline{\nu}^0_{ij} = \Lambda^n_{ki}\nu^k_{nj},\ \overline{a}^{\upsilon}_n = A^{\upsilon w}_n a^0_w,\ \overline{a}^0_{\upsilon} = -A^n_{w\upsilon} a^w_n,\ \overline{a}^{\upsilon}_{nu} = A^{\upsilon w}_n a^0_{wu};$$

в работах [5], [6] приведена также связь между формами $\omega^{\overline{K}}_{\overline{J}}$ и $\overline{\omega}^{\overline{K}}_{\overline{J}}$. Связь между функциями ν^0_n, $\overline{\nu}^0_n$ и формами $\theta, \overline{\theta}$ зависит от строений ν^0_n и θ; например, при универсальном охвате $\nu^0_n = K^0_n$ связь между ними следующая:

$$K^0_n + \overline{K}^0_n = -\frac{1}{m}\left[\nu^k_{nk} - \Lambda^n_{kj}\nu^k_n \nu^j_n - \Lambda^{kj}_n\left(\nu^0_{jk} - \nu^0_j \nu^0_k\right)\right],$$

$$\overline{\theta} = \theta + \left(a^0_{\upsilon} - A^n_{u\upsilon}a^u_n\right)\omega^{\upsilon}_0 - A^n_{\upsilon n}a^{\upsilon}_n\omega^n_0 + \frac{1}{m}\left[\nu^j_{nj} - \Lambda^n_{kj}\nu^k_n\nu^j_n - \Lambda^{kj}_n\left(\nu^0_{jk} - \nu^0_j\nu^0_k\right)\right]\omega^n_0.$$

Указанные двойственные построения позволяют исследовать геометрии двойственных нормальных связностей $\overset{1}{D}$ и $\overset{2}{D}$ на распределении $H \subset P_{n,n}$ во взаимосвязи.

Библиографический список

1. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1979. Т.9. 246 с.
2. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Тр.Моск. матем. о-ва. 1953. Т.2. С.275-382.
3. *Лаптев Г.Ф., Остиану Н.М.* Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности. 1 // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1971. Т.3. С.49-94.
4. *Столяров А.В.* Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения m-мерных линейных линейных элементов // Проблемы геометрии / Итоги науки и техники ВИНИТИ АН СССР. 1975. Т.7. С.117-151.
5. *Столяров А.В.* Двойственная теория гиперполосного распределения и ее приложения // Диффференциальная геометрия многообразий фигур / Калиниград, 1982. Вып.13. С.95-102.
6. *Столяров А.В.* Двойственная теория оснащенных многообразий: Монография. 2-е изд. Чебоксары: Чуваш. педин-т, 1994. 290 с.
7. *Чакмазян А.В.* Нормальная связность в геометрии подмногообразий: Монография. Ереван: Армян. педин-т, 1990. 116 с.

A.V.S t o l y a r o v

DUAL NORMAL CONNECTIONS ON THE HYPERBAND DISTRIBUTION

Normal connections on normalized holonomic submanifolds, submerged into different spaces, were considered in the works of some geometricians. Similar researches on non-holonomic submanifolds haven't been carried out by mathematicians so far. The present work covers dual centre projective connections in normal fiberings on a non-holonomic submanifold, that is on the hyperband distribution, submerged into the space of the projective connection.

УДК 514.75

К ГЕОМЕТРИИ n-ПОВЕРХНОСТЕЙ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ E^{2n+1}

М.А. Ч е ш к о в а

(Алтайский государственный университет)

В евклидовом пространстве E^{2n+1} рассматриваются две гладкие n-поверхности $M,\overline{M}$ и диффеоморфизм $f:M\to\overline{M}$. Исследуется случай, когда касательные n-плоскости в соответствующих точках $p\in M$, $f(p)\in\overline{M}$ ортогональны, $\overline{pf(p)}$ – общая нормаль, причем $|\overline{pf(p)}|=\rho=\mathrm{const}$. Назовем такое преобразование f преобразованием В.

Теорема 1. Если f есть преобразование В, то имеет место равенство

$$\langle R^{\perp}(X,Y)df\, Z,df\, W\rangle=\overline{g}(\overline{R}(X,Y)Z-\tfrac{1}{\rho^2}\overline{g}(Y,Z)X+\tfrac{1}{\rho^2}\overline{g}(X,Z)Y,W),$$

где $\overline{R}(X,Y)Z=\overline{\nabla}_X\overline{\nabla}_Y Z-\overline{\nabla}_Y\overline{\nabla}_X Z-\overline{\nabla}_{[X,Y]}Z$

– кривизна связности Леви-Чивита метрики $\overline{g}(X,Y)=\langle df\, X, df\, Y\rangle$, $\langle,\rangle$–скалярное произведение в E^{2n+1} ,

$R^{\perp}(X,Y)\xi=\nabla^{\perp}_X\nabla^{\perp}_Y\xi-\nabla^{\perp}_Y\nabla^{\perp}_X\xi-\nabla^{\perp}_{[X,Y]}\xi$

–кривизна нормальной связности $\nabla^{\perp}$,$X,Y,Z,W\in TM$.

Теорема 2. Если f есть преобразование В, то следующие утверждения эквивалентны: 1) поверхности М, $\overline{M}$ имеют плоские нормальные связности; 2) М, $\overline{M}$ локально есть пространства постоянной кривизны $\frac{1}{\rho^2}$.

1. Основные формулы. Пусть М, $\overline{M}$ – две гладкие n-поверхности в евклидовом пространстве E^{2n+1},$f:M\to\overline{M}$ – диффеоморфизм, F(M) – R-алгебра дифференцируемых на M функций, $T^q_s(M)$ –F-модуль дифференцируемых на М тензорных полей типа (q,s), ∂ –дифференцирование в E^{2n+1}.

Формулы Гаусса-Вейнгартена поверхности М имеют вид [1,с.23]