# Р. Ю. Гниздор, К. Н. Козубский, О. А. Митрофанова

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ СТАЦИОНАРНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Представлена методика проведения расчетов магнитного поля СПД в пакете NISA, которая дает возможность с достаточной точностью определять его параметры и топологию. Расчеты позволяют оптимизировать конструкцию магнитных систем двигателей, определять электрические и ресурсные характеристики, места установки анода и катодов-компенсаторов до проведения огневых испытаний.

Method of making calculations of magnetic field in application programs package NISA is presented, which makes possible to determine its parameters and topology with acceptable accuracy. Calculations allow to optimize construction of thruster's magnetic systems, to determine electrical and life's characteristics, anode and cathodes positions before fire tests.

Ключевые слова: стационарный плазменный двигатель, расчет магнитных полей, магнитная система, место установки катода.

Key words: stationary plasma thruster, calculation of magnetic field, magnetic system, cathode position.

Стационарные плазменные двигатели (СПД) успешно применяются в космической технике с 1972 г. Сфера использования СПД расширяется, и возрастают требования к тяговым, удельным и ресурсным характеристикам двигателей. Один из главных узлов СПД, определяющий его характеристики, — магнитная система. Поэтому актуальной является задача создания оптимальных магнитных систем, обеспечивающих эффективную работу двигателей.

Эффективная работа двигателя зависит от индукции, энергопотребления, массы, конфигурации и конструктивных особенностей элементов, формирующих магнитное поле. Поэтому при разработке перспективных магнитных систем с целью снижения затрат и времени на экспериментальную отработку изделия рекомендуется использовать численное моделирование, позволяющее достаточно полно охарактеризовать параметры и конфигурацию магнитного поля, создаваемого системой. Результат предварительного расчета — определение, исходя из заданных требований, величины ампервитков, массы, энергопотребления, индукции в канале разрядной камеры и в элементах конструкции, месторасположения катодов-компенсаторов и габаритов СПД.

Сегодня разработаны и применяются пакеты прикладных программ (ППП), позволяющие рассчитывать параметры и топологию магнитного поля. Один из них — ППП NISA, совокупность программных кодов, построенных по методу конечных элементов для решения инженерных задач. Работа в ППП NISA делится на три основных этапа: препроцессирование, решение задачи моделирования и постпроцессирование, или анализ результатов. В этап препроцессирования входит: построение геометрии модели; дискретизация области моделирования на выбранные типы конечных элементов; задание свойств материалов. Перед решением задачи моделирования задаются области с токовыми нагрузками (определяется плотность тока) и граничные условия. Постпроцессирование заключается в получении результатов расчетов: распределения индукции; напряженности; векторного потенциала; топологии; индуктивности магнитного поля и так далее. Все результаты выводятся как в графическом виде, так и виде таблицы распределения по узлам модели. После компьютерного расчета необходимо проведение верификации модели, то есть идентификации расчетных результатов с экспериментальными данными и при их расхождении введение в модель поправок и уточнений с учетом погрешности измерений.

Общая задача расчета магнитного поля — поиск вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  или вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ :

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H},\tag{1}$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м — магнитная постоянная;  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость среды. В NISA расчет осуществляется на основе математической модели, базирующейся на уравнениях Максвелла. Основные уравнения Максвелла для магнитостатического поля, записанные в дифференциальной форме, имеют следующий вид.

1. Закон полного тока:

Вестник Российского государственного университета им. И. Канта. 2010. Вып. 10. С. 137 – 144.

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J}, \tag{2}$$

где  $I = \int_{S_1} Jds; J$  — плотность тока в сечении проводника S1.

2. Принцип непрерывности магнитного потока:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \tag{3}$$

Исходя из формулы (3) вектор магнитной индукции запишем как

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A},$$
 (4)

так как всегда div rot A = 0, где A — векторный магнитный потенциал.

После подстановки (4) и (1) в (2) имеем:  $\nabla \times v \nabla \times \vec{A} = \vec{J}$ ,  $v = 1 / \mu$ .

Подчинив  $\vec{A}$  условию div  $\vec{A} = 0$ , то есть считая, что поле вектора  $\vec{A}$  не имеет источников, получаем:  $(\nabla \cdot v \nabla)\vec{A} = -\vec{J}$ .

Действительно, при условии div  $\vec{A} \neq 0$  можно положить  $\vec{A} = \vec{A}' + \vec{A}''$ , причем div  $\vec{A}' = 0$  и div  $\vec{A}'' \neq 0$ . Поле составляющей  $\vec{A}''$ , как созданное источниками, является потенциальным и, следовательно, rot  $\vec{A}'' = 0$ . Поэтому  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A} = \text{rot } \vec{A}'$  и можно принять  $\vec{A}'' = 0$ .

После нахождения векторного магнитного потенциала по уравнению (4) вычисляется индукция магнитного поля. Магнитный поток сквозь некоторую поверхность S равен  $\Phi = \int B ds = \int rot A ds = \int A dl$ .

Система уравнений, полученная в результате преобразований по методу конечных элементов исходных дифференциальных уравнений поля, решается итерационным методом Ньютона – Рафсона.

С целью упрощения модели и минимизации времени расчета, в случае, когда рассматривается поле токов, протекающих по круговым контурам, лежащих в параллельных плоскостях и имеющих центры на общей оси, вместо трехмерной задачи достаточно рассмотреть картину поля в одной плоскости, проходящей через эту ось, так как всё поле получается вращением найденной картины вокруг оси. Тем самым трехмерная задача сводится к двумерной осесимметричной задаче магнитостатики, которая решается лишь относительно ф-составляющей магнитного векторного потенциала. Таким образом, магнитный расчет сводится к решению одного уравнения в частных производных для азимутальной составляющей векторного потенциала:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mathbf{v}}{r} \frac{\partial (rA_{\mathbf{\phi}})}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mathbf{v} \frac{\partial A_{\mathbf{\phi}}}{\partial z} \right) = -\vec{J}.$$

Решив это уравнение и зная распределение векторного магнитного потенциала в области моделирования, можно найти распределение составляющей вектора магнитной индукции согласно соотношениям:

$$B_r = -\frac{\partial A_{\phi}}{\partial z}, \ B_z = \frac{\partial A_{\phi}}{\partial r}, \ B_{\phi} = \sqrt{B_r^2 + B_z^2}.$$

Для того чтобы уравнения имели единственное решение, они дополняются граничными условиями: граничными условиями 1-го рода (Дирихле) — на границе задается значение искомой функции, или граничными условиями 2-го рода (Неймана) — для них задается изменение искомой функции по нормали к границе.

С помощью ППП NISA было исследовано магнитное поле нескольких конструкций двигателей типа СПД. Для создания расчетных моделей использовались упрощенные эквивалентные двумерные осесимметричные магнитные схемы двигателей, полученные заменой наружных катушек двумя цилиндрическими катушками так, что площади их сечения были равны. При построении моделей необходимая точность результатов расчетов достигалась разбиением магнитных схем на простейшие элементы сеткой, состоящей из не менее четырех, пяти элементов как по высоте, так и по ширине каждой детали. Общее количество узлов доходило до  $6 \cdot 10^5$ . Элементам были присвоены свойства материалов деталей магнитной системы, определенные с использованием кривых B(H), полученных по данным ГОСТ, измерениям ОКБ «Факел», а также экстраполяцией на более широкий диапазон данных.

Верификация расчетных моделей выполнялась: по параметрам поля (по распределению радиальной индукции путем сопоставления с результатами прямых измерений) (рис. 1, 2), по топологии поля в рабочей зоне (путем сравнения с топологией, полученной экспериментально при помощи железных опилок) (рис. 3, 4).



Рис. 1. Распределение радиальной индукции у внутренней поверхности



Рис. 2. Распределение радиальной индукции по центру разрядной камеры (СПД-100Д)



Рис. 3. Топология силовых линий СПД-70



Рис. 4. Топология силовых линий СПД-100

Из рисунков 1, 2 видно, что разница в значениях радиальной индукции приблизительно 3— 6%. Топологии полей СПД, полученные при расчетах, идентичны полученным экспериментальным путем. Таким образом, можно считать, что разработанные модели достаточно хорошо согласуются с измерениями и, следовательно, могут быть применены для поверочных и проектных расчетов, а предложенный метод определения магнитных характеристик может быть использован для решения ряда задач по оптимизации работы СПД без проведения прямых огневых испытаний. С помощью магнитных расчетов можно еще на этапе разработки изделия определить, исходя из особенности, электрические и магнитные характеристики, а именно распределения индукции в элементах, значение которой не должно превышать предельно допустимое, распределение индукции в ускорительном канале, топологию силовых линий в рабочей и периферийной зонах и др.

Зная распределение радиальной заданных требований, необходимый тип магнитной системы двигателя, ее конструктивные индукции в канале разрядной камеры, можно решить проблему определения места установки анода. Считается, что индукция у анода должна быть равной нулю или даже иметь противоположный знак [1; 2]. Сведения о топологии силовых линий магнитного поля в рабочей зоне позволяют оценить форму магнитной линзы и спрогнозировать величину зоны эрозии стенок разрядной камеры на начальном этапе отработки. Кроме того, расчеты магнитного поля СПД дают возможность решить не менее актуальную с точки зрения повышения эффективности, надежности и ресурсных характеристик двигателя задачу по определению оптимального места расположения катода-компенсатора, обеспечивающего, с одной стороны, высокие энергетические параметры СПД и, с другой стороны, необходимый срок безотказной работы катода. Как правило, катод-компенсатор выдвигают в зону среза разрядной камеры, где магнитные силовые линии замыкаются между магнитными полюсами [3]. Однако при этом элементы и узлы катода-компенсатора оказываются под воздействием истекающего потока плазмы и подвергаются распылению, что недопустимо [4]. При испытаниях в случае неоптимального расположения катода в периферийной зоне наблюдается характерное фиолетовое свечение возбужденных атомов. При помощи расчетов можно изначально определить периферийную область, в которую не следует устанавливать катод-компенсатор. Рисунок 5 иллюстрирует типичную картину периферийной зоны магнитного поля для двух схем магнитных систем.



Рис. 5. Топология магнитного поля: *a* — бронированная магнитная система; *б* — система с несколькими наружными катушками; *β* — оптимизированная магнитная система с несколькими наружными катушками

На рисунке 5, *в* показан один из вариантов конструкции оптимизированной магнитной системы, обеспечивающей и ресурс, и оптимум тяговых и удельных характеристик. Это осуществляется при введении дополнительного источника магнитодвижущей силы, примыкающего к наружному магнитному полюсу. В такой конструкции граница раздела силовых линий, замыкающихся между полюсами, и силовых линий на периферии анодного блока может изменяться путем подбора ампервитков основных и дополнительной магнитных катушек.

Как вариант рассматривалось размещение катода-компенсатора в отверстии, выполненном в наружном магнитном полюсе. Работа СПД с боковым расположением катода и с катодом-компенсатором, размещенным в наружном полюсе, показана на рисунке 6. По расчетам в варианте размещения катода в наружном полюсе он находится в области силовых линий магнитного поля, замыкающихся на внутренний полюс. Эффективность двигателя при этом возросла примерно на 2,5 %.



Рис. 6. Внешний вид работающего двигателя: *а* — боковое расположение катода; *б* — катод в отверстии наружного магнитного полюса

Однако следует заметить, что в связи с принятыми упрощениями данные магнитные расчеты, являясь двумерными осесимметричными, не позволяют выявить влияние нескольких наружных катушек на параметры и топологию магнитного поля. Поэтому в дальнейшем планируется решение трехмерной задачи, позволяющей оценить и азимутальную неравномерность поля.

Итак, использование данной методики расчета магнитных полей СПД еще на этапе проектирования дает возможность оценивать различные варианты конструкций магнитных систем, обеспечивающие как эффективную работу двигателя, так и его ресурс, и является важным инструментом при создании перспективных конструкций двигателей.

#### Список литературы

1. *Hofer R. R., Jankovsky R. S.* The influence of current density and magnetic field topography in optimizing the performance, divergence, and plasma oscillations of high specific impulse hall thrusters // 28th International Electric Propulsion Conference, IEPC – 2003 – 142. March 2003.

2. *HoferR.R* development and characterization of high-efficiency, high-specific impulse xenon hall thrusters // NASA/CR-2004 – 213099, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.

3. Sommerville J. D., King L. B. Effect of cathode position on hall-effect thruster performance and cathode coupling voltage // IEPC-2007 \_ 78. Presented at the 30th International Electric Propulsion Conference, Florence, Italy, September 17 \_ 20, 2007.

4. *Arkhipov B. et al.* The results of 7000 hour SPT-100 life testing // IEPC-95-039, 24th International Electric Propulsion Conference. Moscow, Russia, 1995.

#### Об авторах

Константин Николаевич Козубский — канд. техн. наук, гл. конструктор по направлению, ОКБ «Факел».

Роман Юрьевич Гниздор — ст. науч. сотр., ОКБ «Факел». Ольга Александровна Митрофанова — асп., РГУ им. И. Канта.

### Athours

Dr Konstantin Kozubsky — chief designer of EP direction, EDB "Fakel". Roman Gnizdor — chief scientist, EDB "Fakel". Olga Mitrofanova — PhD student, IKSUR.