

$$-(-1)^{\sigma(\eta \cdot a^{-1}) + \sigma(a)} \eta \cdot a^{-1} * a * B * a^{-1} + (-1)^{\sigma(\eta \cdot a^{-1})} \eta \cdot a^{-1} * \delta^* a * a^{-1} = \\ = (\delta^* \eta - (-1)^{\sigma(\eta)} \eta * B) * a^{-1} = (\nabla_\eta \eta) * a^{-1}. \\ \text{так как } \delta^* a * a^{-1} + (-1)^{\sigma(a)} a * \delta^* a^{-1} = 0.$$

Действие линейной группы  $GL(M)$  на сумме  $TM \oplus T^*M$  является редукцией действия группы  $O_{n,n}(M)$ , то есть связности  $A$  и  $B$  обобщают линейную связность. Кроме того, действие линейной группы  $GL(M)$  на сумме  $TM \wedge T^*M$  есть редукция действия симплектической группы  $Sp_{2n}(M)$ , оставляющей инвариантную форму  $\omega$ . Действительно,

$$\omega(A\xi, A\xi) = \frac{1}{2} (\eta A^{-1} A \xi - \eta A^{-1} A \xi) = \omega(\xi, \xi).$$

Действие симплектической группы  $Sp_{2n}(M)$  позволяет определить ковариантное продолжение дифференцирований кольца  $C_{n,n}(M)$  при помощи симплектических связностей, которые тоже обобщают линейные связности.

#### Библиографический список

1. Кириллов А.А. Элементы теории представлений. М.: Наука, 1972.
2. Васильев А.М. Теория дифференциально-геометрических структур. М.: Изд-во МГУ, 1987.
3. Бурлаков М.П. Клиффордовы расслоения и калиброчные поля // Гравитация и теория относительности. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1986. Вып. 23.
4. Бурлаков М.П. Клиффордовы расслоения / Чечено-Ингушский ун-т. Грозный, 1984. Т. Ос. Деп. в ВИНИТИ 10.05.84, № 2984-84.
5. Стернберг С. Лекции по дифференциальной геометрии. М.: Мир, 1970. 412с.
6. Широков А.П. Структуры на дифференцируемых многообразиях. // В сб. Алгебра. Топология. Геометрия. 1967. Итоги науки. ВИНИТИ. М. 1969. С. 127-188.
7. Sternberg S., On the role of field theories in our physical conception of geometry. Lect. Notes Math., 1978, 676, s. 1-80.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГОБРАЗИЙ ФИГУР  
Вып. 19  
1988

УДК 514.75

ФОКАЛЬНЫЕ МНОГООБРАЗИЯ, АССОЦИИРОВАННЫЕ С  
 $H(M(\Lambda))$ -РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ АФФИННОГО ПРОСТРАНСТВА

М.Ф.Гребенюк

(Киевское ВВАИУ)

В ( $n+1$ )-мерном аффинном пространстве  $A_{n+1}$  изучаются фокальные многообразия, ассоциированные с  $H(M(\Lambda))$ -распределением, которые позволяют построить однопараметрический пучок плоскостей Нордена-Тимофеева — пучок инвариантных нормалей 2-го рода  $H$ -плоскости [7]-[9].

В работе используются результаты, полученные в работах [4]-[6]. Все построения проведены в реальном нулевого порядка  $R^0$ .

Фокальной точкой текущего элемента  $H(M(\Lambda))$ -распределения с центром в точке  $M$ , соответствующей определенному направлению смещения центра  $M$ , называется [2] точка  $F$  этого элемента, которая принадлежит также (с точностью до величин первого порядка малости) соседнему элементу этого распределения, полученному смещением центра  $M$  в данном направлении.

1. При смещении центра  $M$  вдоль кривых, принадлежащих  $\Lambda$ -распределению, многообразие фокальных точек  $F$  гиперплоскости  $H(M)$  определяется системой уравнений [1], [4]:

$$y^z - \chi_u^z y^u = 0, \quad y^{u+1} = 0, \quad (1)$$

где

$$\chi_i^z = -M_{iq} \Lambda^q, \quad \chi_\alpha^z = -H_{\alpha q} \Lambda^q, \quad \nabla \chi_u^p + \omega_u^p = \chi_{u k}^p \omega^k.$$

В общем случае эта система в гиперплоскости  $H$  определяет  $(n-r)$ -мерную плоскость, проходящую через центр  $M$ . Плоскость  $\chi(M)$  является характеристикой гиперплоскости  $H(M)$  при смещении центра по кривым, принадлежащим  $\Lambda$ -распределению.

2. Аналогично получаем, что квазитензор

$$\varphi_\alpha^c = -F_{\alpha b}^{u+1} F_{u+1}^b, \quad \nabla \varphi_\alpha^c + \omega_{\alpha k}^c = \varphi_{\alpha k}^c \omega^k, \quad (2)$$

$$\text{где } F_{\alpha\beta}^{\text{def}} = \{H_{\alpha\beta}, H_{\alpha\beta}\}, F_{\alpha\beta}^{n+1} = \begin{vmatrix} \Lambda_{pq} & \Lambda_{pj} \\ M_{iq} & M_{ij} \end{vmatrix}, F_{\alpha\beta}^{n+1} F_{\alpha\beta}^{ca} = \delta_c^a,$$

определяет в общем случае в гиперплоскости  $H(M)$   $(n-m)$ -мерную плоскость  $\Phi_{n-m}(M)$  ( $\Phi$ -плоскость), проходящую через центр  $M$  элемента распределения  $H(M(\Lambda))$ , конечные уравнения которой имеют вид:

$$y^c - \varphi_a^c y^a = 0, \quad y^{n+1} = 0. \quad (3)$$

Плоскость  $\Phi$  является характеристикой гиперплоскости  $H$  при смещении центра  $M$  по кривым, принадлежащим оснащающему  $M$ -распределению.

3. Поле нормалей первого рода (поле прямых  $y$ )  $H$ -распределения определяется полем квазитензора  $\{\gamma_{n+1}^\sigma\}$ , компоненты которого удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\nabla \gamma_{n+1}^\sigma + \omega_{n+1}^\sigma - \gamma_{n+1}^\sigma \omega_{n+1}^{n+1} = \gamma_{n+1,\chi}^\sigma \omega_x^x. \quad (4)$$

Следуя [2], [1], строим фокальное многообразие  $F_{n-\tau}(\Lambda)$  в плоскости  $N_{n-\tau+1}(M) = [y, \chi]$  при смещении центра  $M$  по кривым, принадлежащим  $\Lambda$ -распределению:

$$\left\{ \begin{array}{l} \det \|\delta_q^r + y^u [\chi_{uq}^r - H_{uq} (y_{n+1}^p - \chi_{uq}^p y_{n+1}^v) - \chi_u^t \Lambda_{tq} (y_{n+1}^p - \chi_v^p y_{n+1}^v) - \chi_v^t \chi_u^t \Lambda_{tq}^v] + y^{n+1} [\chi_{n+1,q}^p - \chi_{uq}^p y_u^u - \chi_u^p \chi_{n+1,q}^v - \chi_u^t \Lambda_{tq}^u (y_{n+1}^t - \chi_v^t y_{n+1}^v) - \Lambda_{tq} (y_{n+1}^t - \chi_u^t y_{n+1}^v)] \| = 0, \\ y^e - \gamma_{n+1}^e y^{n+1} = 0. \end{array} \right. \quad (5)$$

Плоскость  $\chi$  пересекает многообразие  $F_{n-\tau}(\Lambda)$  по алгебраическому многообразию  $F_{n-\tau-1}(\chi, \Lambda)$  порядка  $\tau$  размерности  $(n-\tau-1)$ , которое определяется системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \det \|\delta_q^r + y^u [\chi_{uq}^r - H_{uq} (y_{n+1}^p - \chi_{uq}^p y_{n+1}^v) - \chi_u^t \Lambda_{tq} (y_{n+1}^p - \chi_v^p y_{n+1}^v) - \chi_v^t \chi_u^t \Lambda_{tq}^v] \| = 0, \\ y^p = \chi_u^p y^u, \quad y^{n+1} = 0. \end{array} \right. \quad (6)$$

Линейная поляра центра  $M$  относительно фокального многообразия  $F_{n-\tau-1}(\chi, \Lambda)$ , ассоциированного с одномерной нормалью  $y$ , в локальном репере  $R^o$  определяется системой уравнений:

$$1 - \chi_u y^u = 0, \quad y^p = \chi_u^p y^u, \quad y^{n+1} = 0, \quad (7)$$

где

$$\chi_u = -\frac{1}{\tau} [\chi_{uq}^p - H_{uq} (y_{n+1}^p - \chi_{uq}^p y_{n+1}^v) - \chi_u^t \Lambda_{tq} (y_{n+1}^p - \chi_v^p y_{n+1}^v) - \chi_v^t \chi_u^t \Lambda_{tq}^v]; \quad \nabla \chi_u = \chi_{u\kappa} \omega^x.$$

Квазитензор второго порядка  $\{\chi_u^p, \chi_u\}$  определяет в  $\chi$ -плоскости  $(n-\tau-1)$ -мерную плоскость  $k(M)$  (7), не проходящую через центр  $M$ , которая является аналогом плоскости Кенигса [2] для пары распределений  $(\Lambda, \chi)$  [9].

4. Поле квазитензора  $\{\gamma_{n+1}^u\}$ , компоненты которого удовлетворяют уравнениям

$$\nabla \gamma_{n+1}^u + \omega_{n+1}^u - \gamma_{n+1}^u \omega_{n+1}^{n+1} = \gamma_{n+1,\chi}^u \omega_x^x, \quad (8)$$

определяет поле нормалей первого рода  $N_{\tau+1}(M) = [\lambda, \gamma]$   $\chi$ -распределения.

Фокальное многообразие  $f_\chi(\chi)$  плоскости  $N_{\tau+1}(M)$  при смещении центра  $M$  по кривым, принадлежащим  $\chi$ -распределению,

$$\left\{ \begin{array}{l} \det \|\delta_w^u + y^p [\chi_w^q (\Lambda_{pq}^u - \gamma_{n+1}^u \Lambda_{pq}) + \Lambda_{pw}^u - \gamma_{n+1}^u \Lambda_{pw}] + y^{n+1} [\chi_w^q (\gamma_{n+1,q}^u - \gamma_{n+1}^u M_{iq} - \gamma_{n+1}^u y_{n+1}^q H_{aq}) + \gamma_{n+1,w}^u - \gamma_{n+1}^u (\gamma_{n+1,i}^q M_{iw} + \gamma_{n+1}^q H_{aw})] \| = 0, \\ y^u - \gamma_{n+1}^u y^{n+1} = 0, \end{array} \right. \quad (9)$$

пересекает плоскость  $\Lambda(M)$  по  $(\tau-1)$ -мерному алгебраическому многообразию  $f_{\tau-1}(\Lambda, \chi)$  порядка  $n-\tau-1$ , которое задается системой уравнений

$$\det \|\delta_w^u + y^p [\chi_w^q (\Lambda_{pq}^u - \gamma_{n+1}^u \Lambda_{pq}) + \Lambda_{pw}^u - \gamma_{n+1}^u \Lambda_{pw}] \| = 0, \quad y^u = 0. \quad (10)$$

Линейная поляра центра  $M$  относительно фокального многообразия  $f_{\tau-1}(\Lambda, \chi)$ , ассоциированного с одномерной нормалью  $y$ , в локальном репере  $R^o$  определяется системой уравнений

$$1 - f_p y^p = 0, \quad y^u = 0, \quad (II)$$

где

$$f_p = -\frac{1}{n-\tau} [\chi_w^q (\Lambda_{pq}^u - \gamma_{n+1}^u \Lambda_{pq}) + \Lambda_{pw}^u - \gamma_{n+1}^u \Lambda_{pw}], \quad \nabla f_p = f_{px} \omega^x.$$

Таким образом, тензор  $\{f_p\}$  в плоскости  $\Lambda(M)$  задает  $(\tau-1)$ -мерную плоскость  $f(M)$  (II), не проходящую через центр  $M$ .

Плоскости  $k$  и  $f$  в текущем элементе  $H(M)$  распределения  $H(M(\Lambda))$  определяют  $(n-1)$ -мерную плоскость  $y = [k, f]$ , не проходящую через центр  $M$ , которая в репере  $R^o$  задается системой уравнений [7-9]:

$$1 - y_\sigma y^\sigma = 0, \quad y^{n+1} = 0, \quad (12)$$

где  $\gamma_p = f_p$ ,  $\gamma_u = \chi_u - f_p \chi'_u$ ,  $\nabla \gamma_\sigma = \gamma_{\sigma k} \omega^k$ .

5. Аналогично строим многообразие  $\Psi_{m-1}(M, \Phi)$ , являющееся пересечением  $M$ -плоскости с фокальным многообразием  $\Psi_m(\Phi)$  плоскости  $N_{m+1}(M) = [\gamma, M]$  при смещении центра  $M$  по кривым, принадлежащим  $\Phi$ -распределению:

$$\det \|\delta_\beta^\alpha + \gamma^\rho \Psi_{\beta\rho}^\alpha + \gamma^i \Psi_{i\rho}^\alpha\| = 0, \quad \gamma^\alpha = 0, \quad (13)$$

где

$$\Psi_{\beta\rho}^\alpha = \Lambda_{\beta\rho}^\alpha - \gamma^\alpha + (\Lambda_{\beta\rho}^\alpha - \gamma^\alpha) \varphi_\beta^\alpha, \quad \Psi_{i\rho}^\alpha = M_{i\rho}^\alpha - \gamma^\alpha M_{i\rho} + (M_{ia}^\alpha - \gamma^\alpha M_{ia}) \varphi_\beta^\alpha.$$

Линейная поляра центра  $M$  относительно многообразия  $\Psi_{m-1}(M, \Phi)$ , ассоциированного с одномерной нормалью  $\gamma$ , задается системой уравнений:

$$1 - h_a \gamma^a = 0, \quad \gamma^2 = 0, \quad (14)$$

где  $h_a = -\frac{1}{n-m} \Psi_{aa}^\alpha$ ,  $\nabla h_a = h_{ak} \omega^k$ .

Значит, тензор  $\{h_a\}$  определяет в  $M$ -плоскости  $(m-1)$ -мерную плоскость, не проходящую через центр  $M$ , которую назовем  $h$ -плоскостью.

6. Введем в рассмотрение аналогично пункту 3 алгебраическое многообразие  $h_{n-m}(M)$  размерности  $n-m$  порядка  $m$  — фокальное многообразие плоскости  $N_{n+m} = [\gamma, \Phi]$ , полученное при смещении центра  $M$  вдоль кривых, принадлежащих  $M$ -распределению:

$$\left\{ \begin{array}{l} \det \|\delta_\beta^\alpha + \gamma^\rho (\varphi_{\alpha\rho}^\alpha - \varphi_{n+1}^\alpha H_{\alpha\rho} - \varphi_\gamma^\rho \varphi_\alpha^\rho \Lambda_{\rho\rho}^\gamma - \varphi_\gamma^\rho \varphi_\alpha^\rho M_{i\rho}^\gamma - \varphi_{n+1}^\rho \varphi_\alpha^\rho \Lambda_{\rho\rho} - \varphi_{n+1}^\rho \varphi_\alpha^\rho M_{i\rho}) + \\ + \gamma^{n+1} (\varphi_{n+1}^\alpha - \varphi_\alpha^\rho \varphi_{n+1}^\rho \Lambda_{\rho\rho}^\alpha - \varphi_\alpha^\rho \varphi_{n+1}^\rho M_{i\rho}^\alpha - \varphi_{n+1}^\rho \varphi_{n+1}^\rho \Lambda_{\rho\rho} - \varphi_{n+1}^\rho \varphi_{n+1}^\rho M_{i\rho}) \| = 0, \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\gamma^\alpha = \varphi_\alpha^\alpha \gamma^\alpha + \varphi_{n+1}^\alpha \gamma^{n+1}, \quad \text{где } \varphi_{n+1}^\alpha = \gamma_{n+1}^\alpha - \varphi_\alpha^\alpha \gamma_{n+1}^\alpha.$$

Пересечение  $\Phi$ -плоскости с многообразием  $h_{n-m}(M)$  есть алгебраическое многообразие того же порядка  $m$  размерности  $(n-m-1)$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \det \|\delta_\beta^\alpha + \gamma^\rho (\varphi_{\alpha\rho}^\alpha - \varphi_{n+1}^\alpha H_{\alpha\rho} - \varphi_\gamma^\rho \varphi_\alpha^\rho \Lambda_{\rho\rho}^\gamma - \varphi_\gamma^\rho \varphi_\alpha^\rho M_{i\rho}^\gamma - \varphi_{n+1}^\rho \varphi_\alpha^\rho \Lambda_{\rho\rho} - \varphi_{n+1}^\rho \varphi_\alpha^\rho M_{i\rho}) \| = 0, \\ \gamma^{n+1} = 0, \quad \gamma^\alpha = \varphi_\alpha^\alpha \gamma^\alpha. \end{array} \right. \quad (16)$$

Это многообразие (16) обозначим  $h_{n-m-1}(\Phi, M)$ . Линейная поляра центра  $M$  относительно многообразия  $h_{n-m-1}(\Phi, M)$  в репере  $R^o$

определяется системой уравнений

$$1 - \varphi_\alpha \gamma^\alpha = 0, \quad \gamma^\alpha = \varphi_\alpha^\alpha \gamma^\alpha, \quad \gamma^{n+1} = 0, \quad (17)$$

где

$$\varphi_\alpha = -\frac{1}{m} (\varphi_{\alpha a}^\alpha - \varphi_{n+1}^\alpha H_{\alpha a} - \varphi_\gamma^\alpha \varphi_\alpha^\rho \Lambda_{\rho a}^\gamma - \varphi_\gamma^\alpha \varphi_\alpha^\rho M_{i a}^\gamma - \varphi_{n+1}^\alpha \varphi_\alpha^\rho \Lambda_{\rho a} - \varphi_{n+1}^\alpha \varphi_\alpha^\rho M_{i a}),$$

$$\varphi_{n+1}^\alpha = \gamma_{n+1}^\alpha - \varphi_\alpha^\alpha \gamma_{n+1}^\alpha.$$

Геометрический объект  $\{\varphi_\alpha, \varphi_\alpha^\alpha\}$  определяет в плоскости  $\Phi(M)$   $(n-m-1)$ -мерную плоскость  $\varphi$  (17), не проходящую через центр  $M$ , которая является аналогом плоскости Кенигса [2] для пары распределений  $(M, \Phi)$ .

В текущей  $H$ -плоскости распределения  $H(M(\Lambda))$  плоскости  $\varphi$  и  $\varphi$  натягивают  $(n-1)$ -мерную плоскость  $q = [\varphi, \varphi]$ , не проходящую через центр  $M$ . Относительно репера  $R^o$  плоскость  $q(M)$  определяется системой уравнений [8], [9]:

$$1 - q_\sigma \gamma^\sigma = 0, \quad \gamma^{n+1} = 0, \quad (18)$$

где

$$q_a = h_a, \quad q_\alpha = \varphi_\alpha - h_a \varphi_\alpha^\alpha, \quad \nabla q_\sigma = q_{\sigma k} \omega^k.$$

В общем случае объекты  $\{\gamma_t\}$  и  $\{q_t\}$  не совпадают. Следовательно, построено два различных поля плоскостей Нордена-Тимофеева [3] — поля плоскостей  $\gamma$  и  $q$ . Имеет место

Теорема. Поля объектов  $\{\gamma_t\}$  и  $\{q_t\}$  определяют на дифференциальной окрестности порядка  $t > 2$  поле однопараметрического пучка  $u(\epsilon) = q_\epsilon + \epsilon(q_t - \gamma_t)$  плоскостей Нордена-Тимофеева, инвариантным образом связанное с  $H(M(\Lambda))$ -распределением ( $\epsilon$  — абсолютный инвариант).

Замечание 1. Пучок  $u(\epsilon)$  внутренним образом присоединен к  $H(M(\Lambda))$ -распределению, если в качестве одномерной нормали  $\gamma$  взята любая одномерная нормаль, внутренним образом связанная с  $H(M(\Lambda))$ -распределением ( $H$ -распределением).

Замечание 2. Если тензор  $\{f_p\}$  первого или второго порядка, то охват тензора  $\{\gamma_t\}$  осуществляется в окрестности второго порядка, а если тензор  $\{f_p\}$  ( $\{h_a\}$ ) построен в окрестности третьего (четвертого) порядка, то охват тензора  $\{\gamma_t\}$  ( $\{q_t\}$ ) осуществляется в окрестности третьего (чет-

второго) порядка.

#### Библиографический список

1. Балазук Т.Н. Дифференциальная геометрия  $m$ -мерных линейных элементов, оснащенных конусом / ВИНИТИ. М., 1978. 35 с. Библиогр. 13 назв. Деп. в ВИНИТИ 24.01.1978, № 267-78.

2. Лаптев Г.Ф., Остиану Н.М. Распределения  $m$ -мерных линейных элементов в пространстве проективной связности. I // Тр. геометр. семинара / ВИНИТИ. М., 1971. Т. 3. С. 49-94.

3. Норден А.П., Тимофеев Г.Н. Инвариантные признаки специальных композиций многомерных пространств // Изв. высш. учеб. заведений. Математика. 1972. № 8. С. 81-89.

4. Попов Ю.И. Инвариантные подпространства, ассоциированные с  $\mathcal{H}(M(\Lambda))$ -распределением проективного пространства. I / Калинингр.ун-т. Калининград, 1984. 93с. Библиогр. 21 назв. Деп. в ВИНИТИ 2.07.1984. № 4481-84.

5. Шкевич Т.Н. К геометрии аффинного трехсоставного распределения  $\mathcal{H}(M(\Lambda))$  // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр.ун-т. Калининград, 1986. Вып. 17. С. II4-II7.

6. Попов Ю.И. Поля геометрических объектов гиперболического распределения аффинного пространства / Калинингр.ун-т. Калининград, 1987. 50с. Библиогр. 12 назв. Деп. в ВИНИТИ 21.09.87. № 6807-887.

7. Попов Ю.И. Инвариантные подпространства, ассоциированные с  $\mathcal{H}(M(\Lambda))$ -распределением / Тезисы докл. VI Прибалтийской геометр. конф. по современным проблемам дифференциальной геометрии и их приложениям. Таллин. 1984. С. 96-97.

8. Попов Ю.И. Инвариантные подпространства, ассоциированные с  $\mathcal{H}(M(\Lambda))$ -распределением проективного пространства. II. / Калинингр.ун-т. Калининград. 1984. 36с. Библиогр. 8 назв. Деп. в ВИНИТИ 9.01.85. № 252-85 Деп.

9. Попов Ю.И. Трехсоставные распределения проективного пространства // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. сб. науч. тр. / Калинингр.ун-т. Калининград. 1987. Вып. 18. С. 65-86.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР

Вып. 19

1988

УДК 514.76

#### К ГЕОМЕТРИИ МНОГООБРАЗИЙ ПОЧТИ КОМПЛЕКСНОЙ И ПОЧТИ КВАТЕРНИОННОЙ СТРУКТУРЫ

Р.Ф. Домбровский, М.М. Похила  
(Черновицкий университет)

I. Пусть  $M_n$  - комплексно-аналитическое многообразие и  $T_z(M_n)$  - касательное пространство в точке  $z \in M_n$ . Умножение векторов из  $T_z(M_n)$  на мнимую единицу порождает в касательном пространстве  $T_x(M_{2n})$  соответствующего действительного многообразия  $M_{2n}$  автоморфизм  $\varphi$  такой, что  $\varphi^2 = -I$ .  $\varphi \in T_x \otimes T_x^*$ . Если  $\{\vec{e}_x\}$  - базис в  $T_x(M_n)$  и  $\{\vec{\xi}^j\}$  - взаимный базис из  $T_x^*(M_{2n})$ , то  $\varphi = \varphi_k^j(x) \vec{e}_x \otimes \vec{\xi}^k$ ,  $d\varphi_k^j = \varphi_L^j \omega_x^L + \varphi_x^L \omega_L^j = \varphi_{KL}^j \omega^L$ ;  $j, k, L, \dots = 1, 2n$ .

Формы  $\omega^j$  - главные формы многообразия, и, следовательно,  $d\omega^j = \omega^L \wedge \omega_L^j$ ,  $d\omega_x^j = \omega_x^L \wedge \omega_L^j + \omega^L \wedge \omega_{KL}^j$ . Мы будем пользоваться терминологией и основными результатами, изложенными в главе 3 монографии [1].

Почти комплексную структуру называют интегрируемой, если она порождена некоторой комплексно-аналитической структурой. Признаком интегрируемой почти комплексной структуры есть тождественное обращение в ноль тензора Нейенхайса

$$N_{jk}^l = \varphi_k^l (\varphi_{l\bar{j}}^j - \varphi_{j\bar{l}}^j) - \varphi_{\bar{j}}^l (\varphi_{lk}^j - \varphi_{jk}^l).$$

Рассмотрим комплексифицированное касательное расслоение  $T^c(M_{2n})$  над  $M_{2n}$ . Слои этого расслоения представляют собой прямую сумму подпространств  $S_{(\varphi)}^c(x)$  и  $\bar{S}_{(\varphi)}^c(x)$  - собственных векторов оператора  $\varphi(x)$ , относящихся к собственным значениям  $\pm i$  соответственно.

Почти комплексную структуру  $\varphi$  на многообразии  $M_{2n}$  назовем полуинтегрируемой, если одно из распределений  $S_{(\varphi)}^c$  или  $\bar{S}_{(\varphi)}^c$  интегрируемо. Многообразие интегрируемой почти комплексной структуры геометрически характеризуется интегрируемостью обоих распределений  $S_{(\varphi)}^c$  и  $\bar{S}_{(\varphi)}^c$ . Оно локально гомеоморфно комплексно-