N. Eliseeva

The invariant equipments of structure Λ -subbundles of hypersurface Ω_{n-1}

A hypersurface $\Omega_{n-1} \subset P_n$ with three strongest mutual subbundles is studied [1]. The invariant equipments of structure Λ -subbundles of hypersurface Ω_{n-1} are constructed.

Key words: hypersurface, distribution, Cartan plane, Kenigs plane, $\nu\Lambda$ -virtual plane of Kenigs, Kenigs point, $\nu\Lambda$ -virtual point of Kenigs.

УДК 514.75

М. В. Кретов
Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград
blta@mail.ru

Комплексы однополостных гиперболоидов без фокальных многообразий

Продолжается исследование в трехмерном эквиаффинном пространстве комплексов (трехпараметрических семейств) однополостных гиперболоидов, у которых центр луча прямолинейной конгруэнции осей однополостного гиперболоида описывает линии с касательными, параллельными первому координатному вектору, а индикатрисы координатных векторов являются прямыми, параллельными этим векторам с пустым фокальным многообразием. Доказана теорема существования исследуемого многообразия. Геометрически охарактеризовано характеристическое многообразие образующего элемента рассматриваемого комплекса. Получены для него геометрические свойства.

Ключевые слова: комплекс, репер, однополостный гиперболоид, характеристическое многообразие, фокальное многообразие, эквиаффинное пространство, индикатриса вектора, конгруэнция.

В трехмерном эквиаффинном пространстве продолжается исследование трехпараметрических семейств (комплексов) $KO\Gamma_3^*$ однополостных гиперболоидов q, рассмотренных в работе [1] по методике, используемой в работах [2—9].

Будем изучать комплексы $\overline{KO\Gamma_3}$, выделенные из многообразий $KO\Gamma_3^*$, у которых фокальное многообразие является пустым.

Так же, как и в работе [1], отнесем исследуемое многообразие к реперу $r = \{A, \overline{e}_i\}$, $i, j, k = \overline{1,3}$, где A — центр луча прямолинейной конгруэнции Z_2 осей однополостного гиперболоида, векторы $\overline{e}_1$, $\overline{e}_2$ лежат в касательной плоскости S к поверхности центров и сопряжены между собой, концы этих векторов принадлежат сечению однополостного гиперболоида касательной плоскостью S, вектор $\overline{e}_3$ сопряжен с векторами $\overline{e}_1$ и $\overline{e}_2$ и его конец принадлежит однополостному гиперболоиду. Тогда уравнение однополостного гиперболоида запишется в виде

$$F \equiv (x^1)^2 + (x^2)^2 - (x^3)^2 - 1 = 0 . \qquad (1)$$

Так как в многообразии $KO\Gamma_3^*$, согласно работе [1], центр A луча конгруэнции Z_2 описывает линии с касательными, параллельными вектору $\overline{e}_1$, а индикатрисы векторов $\overline{e}_i$ являются прямыми, параллельными этим векторам, то приняв за базис $\theta^1 = \omega_1^1$, $\theta^2 = \omega_2^2$, $\theta^3 = \omega_3^3$ и используя рассуждения, проведенные в указанной выше работе, система уравнений Пфаффа комплекса $\overline{KO\Gamma_3}$ запишется в виде

$$\omega^1 = A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3 ,$$

$$\omega_1^2 = \omega_2^1 = \omega_1^3 = \omega_3^1 = \omega_3^2 = \omega_2^3 = \omega^2 = \omega^3 = 0 . \qquad (2)$$

Анализируя систему дифференциальных уравнений (2) в соответствии с методикой, содержащейся в работе [10], убеждаемся в том, что справедлива следующая теорема.

Теорема 1. *Комплексы* $\overline{KO\Gamma_3}$ *существуют и определяются с произволом одной функции двух аргументов.*

Характеристическое многообразие [11] однополостного гиперболоида q задается системой уравнений

$$F_1 = 0\,,\ F_2 = 0\,,\ F_3 = 0\,, \tag{3}$$

где F_k удовлетворяют уравнению $-\dfrac{1}{2}dF = F_k\theta^k$.

Для комплексов $\overline{KO\Gamma_3}$ система уравнений (3) имеет вид

$$(x^1)^2 = 0\,,\ A_2^1x^1 + (x^2)^2 = 0\,,\ A_3^1x^1 - (x^3)^2 = 0\,. \tag{4}$$

Из системы (4) вытекает следующая теорема.

Теорема 2. *Характеристическое многообразие [11] однополостного гиперболоида, описывающего комплекс* $\overline{KO\Gamma_3}$, *совпадает с центром луча прямолинейной конгруэнции* Z_2.

Обозначая через A_i концы векторов $\overline{e}_i$, M_i — текущие точки координатных осей (A, $\overline{e}_i$), M_{3+i} — текущие точки координатных плоскостей (A, $\overline{e}_1$, $\overline{e}_2$), (A, $\overline{e}_1$, $\overline{e}_3$) и (A, $\overline{e}_2$, $\overline{e}_3$) получаем:

$$dA = (A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3)\overline{e}_1\,,\ d\overline{e}_1 = \theta^1\overline{e}_1\,,\ d\overline{e}_2 = \theta^2\overline{e}_2\,,\ d\overline{e}_3 = \theta^3\overline{e}_3\,,$$

$$dA_1 = (A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3 + \theta^1)\overline{e}_1\,,\ dA_2 = (A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3)\overline{e}_1 + \theta^2\overline{e}_2\,,$$

$$dA_3 = (A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3)\overline{e}_1 + \theta^3\overline{e}_3\,, dM_1 = (dx^1 + x^1\theta^1 + A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3)\overline{e}_1\,,$$

$$dM_2 = (A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3)\overline{e}_1 + (dx^2 + x^2\theta^2)\overline{e}_2\,, \tag{5}$$

$$dM_3 = (A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3)\overline{e}_1 + (dx^3 + x^3\theta^3)\overline{e}_3\,,$$

$$dM_4 = (dx^1 + x^1\theta^1 + A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3)\overline{e}_1 + (dx^2 + x^2\theta^2)\overline{e}_2\,,$$

$$dM_5 = (dx^1 + x^1\theta^1 + A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3)\overline{e}_1 + (dx^3 + x^3\theta^3)\overline{e}_3\,,$$

$$dM_6 = (A_2^1\theta^2 + A_3^1\theta^3)\overline{e}_1 + (dx^2 + x^2\theta^2)\overline{e}_2 + (dx^3 + x^3\theta^3)\overline{e}_3\,.$$

Анализируя и дифференцируя формулы (5), получаем следующую теорему.

Теорема 3. *Комплексы* $\overline{КОГ_3}$ *обладают следующими геометрическими свойствами:*

1) центр луча прямолинейной конгруэнции Z_2 *осей образующего элемента описывает конгруэнцию линий с касательными, параллельными вектору* $\bar{e}_1$*;*

2) индикатрисы векторов $\bar{e}_i$ *неподвижны;*

3) конец вектора $\bar{e}_1$*, точки координатной прямой* $(A,\ \bar{e}_1)$*, а также координатных плоскостей* $(A,\ \bar{e}_1,\ \bar{e}_2)$ *и* $(A,\ \bar{e}_1,\ \bar{e}_3)$ *неподвижны;*

4) концы векторов $\bar{e}_2$ *и* $\bar{e}_3$*, а также точки координатных прямых* $(A,\ \bar{e}_2)$ *и* $(A,\ \bar{e}_3)$ *описывают конгруэнции цилиндрических поверхностей с образующими, параллельными вектору* $\bar{e}_1$.

Список литературы

1. *Кретов М. В.* Об одном комплексе однополостных гиперболоидов // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2016. Вып. 47. С. 77—82.
2. *Кретов М. В.* Комплексы эллипсоидов в аффинном пространстве // Там же. 1979. Вып. 10. С. 41—47.
3. *Кретов М. В.* Об одном комплексе центральных квадрик с вырождающимся многообразием центров // Матер. VII Всесоюзной конф. по современным проблемам геометрии. Минск, 1979. С. 99.
4. *Кретов М. В.* К геометрии комплексов эллипсоидов в аффинном пространстве // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1985. Вып. 16. С. 34—36.
5. *Кретов М. В.* Дифференцируемые отображения, ассоциированные с многообразиями гиперквадрик // Матер. Междунар. конф. по геометрии и приложениям. НРБ, 1986. С. 23.
6. *Кретов М. В.* Комплексы эллиптических цилиндров // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2005. Вып. 36. С. 34—36.
7. *Кретов М. В.* О трехпараметрическом семействе квадрик в аффинном пространстве // Вестник РГУ им. И. Канта. Калининград, 2008. Вып. 10. С. 95—98.
8. *Кретов М. В.* Комплексы эллиптических параболоидов // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2010. Вып. 41. С. 35—38.
9. *Кретов М. В.* Комплексы конусов // Там же. 2012. Вып. 43. С. 45—49.

10. *Малаховский В. С.* Введение в теорию внешних форм. Калининград, 1978.

11. *Малаховский В. С., Махоркин В. В.* Дифференциальная геометрия многообразий гиперквадрик в n-мерном проективном пространстве // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1974. Вып. 6. С. 113—133.

M. Kretov

Complexes of hyperboloids without focal manifolds

We continue to research in three-dimensional equiaffine space the complexes (three-parameter families) of hyperboloids of one sheet. The center of the beam axis of rectilinear congruence of this hyperboloid describes the line with tangents parallel to the first coordinate vector, and the indicatrix of the coordinate vectors are lines parallel these vectors with empty focal manifold. The existence theorem of the investigated diversity is proved. Characteristic manifold of the forming element of this complex is characterized geometrically. Geometric properties are obtained for it.

Key words: complex, frame, one-sheeted hyperboloid, characteristic variety, focal variety, equiaffine space, indicatrix of a vector, congruence.

УДК 514.75

А. В. Кулешов
Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград
arturkuleshov@yandex.ru

Об эквивалентности двух точек зрения на центропроективные реперы

Построен изоморфизм расслоения фактор-реперов $G(P_n)$ на расслоение центропроективных реперов $C(P_n)$ над проективным пространством P_n. Данная конструкция проясняет геометрический смысл формул в статье [2].

Ключевые слова: струя, фактор-репер, расслоение фактор-реперов, проективное пространство.