УДК 514.75

ОСНАЩЕНИЕ ПОЛОСНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В АФФИННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

О.С. Р у м я н ц е в а

(*Калининградский государственный университет*)

В аффинном пространстве A_n рассмотрено полосное распределение S, т.е. n-мерное многообразие троек (X, L_r, L_m), где X- точка, L_r, L_m- плоскости, причем $X \in L_r \subset L_m$. С распределением S ассоциируется главное подрасслоение над областью пространства A_n, описанной точкой X, типовым слоем которого является подгруппа аффинной группы, действующая на тройке (X, L_r, L_m). Композиционное оснащение распределения S состоит из полей двух проходящих через точку X плоскостей N_{m-r} $(L_r + N_{m-r} = L_m)$ и N_{n-m} $(L_m + N_{n-m} = A_n)$. Доказано, что композиционное оснащение полосного распределения S индуцирует групповую связность в ассоциированном подрасслоении.

В работе применяется следующая система индексов:

$I,J,K,L=\overline{1,n}$; $p,q,r,s=\overline{1,r}$; $i,j,k,l=\overline{r+1,m}$; $\alpha,\beta,\gamma=\overline{m+1,n}$.

Отнесем аффинное пространство A_n к подвижному реперу $R = \{A, \vec{e}_I\}$, инфинитезимальные перемещения которого :

$$d\vec{A} = \omega^I \vec{e}_I, \quad d\vec{e}_I = \omega_I^K \vec{e}_K,$$

причем инвариантные формы ω^I, ω_I^K аффинной группы GA_n удовлетворяют структурным уравнениям :

$$d\omega^I = \omega^L \wedge \omega_L^I, \qquad (1)$$

$$d\omega_I^K = \omega_I^L \wedge \omega_L^K, \qquad (2)$$

Обобщим понятие гиперполосного распределения, которое введено А.В. Столяровым [1] в проективном пространстве.

Определение 1. Семейство размерности n, описанное тройкой (A, L_r, L_m) с соотношением инцидентности : $A \in L_r \subset L_m$, называется полосным распределением S, в котором плоскость L_r назовем внутренней, а плоскость L_m- внешней.

Совместим вершину A репера R с точкой X, вектора $\vec{e}_p$ расположим в плоскости L_r, а вектора $\vec{e}_i$- в плоскости L_m, тогда получим репер нулевого порядка R^0. Относительно репера R^0 дифференциальные уравнения распределения S имеют вид:

$$\omega_p^i = \Lambda_{pK}^i \omega^K, \quad \omega_p^\alpha = \Lambda_{pK}^\alpha \omega^K, \quad \omega_i^\alpha = \Lambda_{iK}^\alpha \omega^K. \qquad (3)$$

Продолжая эти уравнения, получим

$$\nabla\Lambda_{pK}^i + \Lambda_{pK}^\alpha \omega_\alpha^i \equiv 0, \quad \nabla\Lambda_{pK}^\alpha \equiv 0, \quad \nabla\Lambda_{iK}^\alpha - \Lambda_{pK}^\alpha \omega_i^p \equiv 0, \qquad (4)$$

где символ $\equiv$ означает сравнение по модулю базисных форм ω^K, а дифференциальный оператор ∇ действует следующим образом :

$$\nabla\Lambda_{pK}^i = d\Lambda_{pK}^i - \Lambda_{pL}^i \omega_K^L - \Lambda_{qK}^i \omega_p^q + \Lambda_{pK}^j \omega_j^i.$$

Объект $\Lambda = \{\Lambda_{pK}^i, \Lambda_{pK}^\alpha, \Lambda_{iK}^\alpha\}$ называется фундаментальным объектом 1-го порядка распределения S.

С полосным распределением S ассоциируется главное расслоение $G(S)$, базой которого является распределение S, а типовым слоем - подгруппа стационарности $G \subset GA_n$ тройки (X, L_r, L_m). Рассмотрим подрасслоение $H(S)$ расслоения $G(S)$, задаваемое системой структурных уравнений (1) и вытекающей из (2) с учетом (3) следующей системой

$$\begin{aligned} &d\omega_p^q = \omega_p^r \wedge \omega_r^q + \omega^K \wedge \omega_{pK}^q, \quad d\omega_i^j = \omega_i^k \wedge \omega_k^j + \omega^K \wedge \omega_{iK}^j, \\ &d\omega_i^p = \omega_i^q \wedge \omega_q^p + \omega_i^j \wedge \omega_j^p + \omega^K \wedge \omega_{iK}^p, \end{aligned} \qquad (5)$$

где

$$\omega_{pK}^q = \Lambda_{pK}^i \omega_i^q + \Lambda_{pK}^\alpha \omega_\alpha^q, \quad \omega_{iK}^j = \Lambda_{iK}^\alpha \omega_\alpha^j - \Lambda_{pK}^j \omega_i^p, \quad \omega_{iK}^p = \Lambda_{iK}^\alpha \omega_\alpha^p.$$

Типовым слоем главного подрасслоения $H(S)$ над распределением S служит группа $H \subset G$, действующая на тройке (X, L_r, L_m).

Для задания групповой связности в главном подрасслоении $H(S)$ способом Лаптева [2] рассмотрим вспомогательные формы

$$\tilde{\omega}_p^q = \omega_p^q - \Gamma_{pK}^q \omega^K, \quad \tilde{\omega}_i^j = \omega_i^j - \Gamma_{iK}^j \omega^K, \quad \tilde{\omega}_i^p = \omega_i^p - \Gamma_{iK}^p \omega^K.$$

Дифференцируя их внешним образом и используя (5), по теореме Картана-Лаптева [3] получаем следующую систему дифференциальных сравнений:

$$\nabla\Gamma_{pK}^q + \omega_{pK}^q \equiv 0, \nabla\Gamma_{iK}^j + \omega_{iK}^j \equiv 0, \nabla\Gamma_{iK}^p - \Gamma_{qK}^p \omega_i^q + \Gamma_{iK}^j \omega_j^p + \omega_{iK}^p \equiv 0. \quad (6)$$

Множество функций $\Gamma = \{\Gamma_{pK}^q, \Gamma_{iK}^j, \Gamma_{iK}^p\}$, удовлетворяющих этим дифференциальным сравнениям, являются объектом, определяющим связность в главном подрасслоении $H(S)$.

Определение 2. Композиционным оснащением [4] распределения S назовем поля двух проходящих через точку X плоскостей:

а) N_{m-r}, дополняющей внутреннюю плоскость L_r до внешней L_m $(L_r + N_{m-r} = L_m)$;

б) N_{n-m}, дополняющей внешнюю плоскость L_m до всего пространства A_n $(L_m + N_{n-m} = A_n)$.

Оснащающие плоскости N_{m-r} и N_{n-m} зададим векторами :

$$\vec{E}_i = \vec{e}_i + \lambda_i^p \vec{e}_p, \quad \vec{E}_\alpha = \vec{e}_\alpha + \lambda_\alpha^p \vec{e}_p + \lambda_\alpha^i \vec{e}_i,$$

где $\lambda_i^p, \lambda_\alpha^p, \lambda_\alpha^i$ - некоторые функции. Из условий инвариантности данных плоскостей получаем

$$\nabla\lambda_i^p + \omega_i^p \equiv 0, \quad \nabla\lambda_\alpha^i + \omega_\alpha^i \equiv 0, \quad \nabla\lambda_\alpha^p + \lambda_\alpha^i \omega_i^p + \omega_\alpha^p \equiv 0. \qquad (7)$$

Охватим объект связности Γ фундаментальным объектом Λ и оснащающим квазитензором $\lambda = \{\lambda_i^p, \lambda_\alpha^i, \lambda_\alpha^p\}$:

$$\Gamma_{pK}^q = \Lambda_{pK}^\alpha \lambda_\alpha^q - \Lambda_{pK}^\alpha \lambda_\alpha^i \lambda_i^q + \Lambda_{pK}^i \lambda_i^q,$$

$$\Gamma_{iK}^j = \Lambda_{iK}^\alpha \lambda_\alpha^j + \Lambda_{pK}^\alpha \lambda_\alpha^j \lambda_i^p - \Lambda_{pK}^j \lambda_i^p,$$

$$\Gamma_{iK}^p = \Lambda_{iK}^\alpha \lambda_\alpha^p + \Lambda_{qK}^\alpha \lambda_\alpha^j \lambda_j^p \lambda_i^q - \Lambda_{qK}^j \lambda_j^p \lambda_i^q.$$

Эти формулы проверяются с помощью сравнений (4), (6), (7).

Теорема. Композиционное оснащение полосного распределения S индуцирует групповую связность в ассоциированном подрасслоении $H(S)$.

Библиографический список

1. *Столяров А.В.* Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения m-мерных линейных элементов // Проблемы геометрии / ВИНИТИ . М., 1975. Т. 7. С. 117-151.

2. *Лаптев Г.Ф.* Многообразия, погруженные в обобщенные пространства // Тр. 4-го Всесоюз. мат. съезда. Ленинград, 1964. Т. 2. С. 226-233.

3. *Остиану Н.М., Рыжков В.В., Швейкин П.И.* Очерк научных исследований Германа Федоровича Лаптева // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1973. Т. 4. С. 7-70.

4. *Шевченко Ю.И.* Структура оснащения многообразия линейных фигур // Тез. докл. VI Прибалт. геом. конф. Таллин, 1984. С. 137-138.

O.S. R u m y a n t s e v a

EQUIPMENT OF STRIP DISTRIBUTION IN THE AFFINE SPACE

In the affine space A_n strip distribution S is considered, i.e. n-dimensional manifold of triples (X,L_r,L_m), where X-a point, L_r,L_m-planes, $X \in L_r \subset L_m$. Principal subbundle H(S) is associated with the distribution S, typical fiber of it is subgroup $H \subset GA(n)$ operating on the triple (X,L_r,L_m). Composition equipment of the distribution consists of field of two planes $N_{m-r}(L_r \cap N_{m-r}=X)$ and $N_{n-m}(L_m \cap N_{n-m}=X)$. It is proved, that composition equipment of the strip distribution S induces group connection in the associated subbundle H(S).