УДК 514.75

Н.А. Е л и с е е в а

(Калининградский государственный университет)

КАСАТЕЛЬНО ОСНАЩЕННЫЕ ГИПЕРПОЛОСЫ H_{n-2} АФФИННОГО ПРОСТРАНСТВА A_n

Изучаются гиперполосы $H_{n-2}\subset A_n$, оснащенные полем m-мерных касательных плоскостей Λ. Поле Λ-плоскостей порождает сопряженное ему поле касательных (n-m-2)-мерных плоскостей L относительно асимптотического пучка тензоров базисной поверхности V_{n-2} гиперполосы H_{n-2}. Гиперполосу H_{n-2}, несущую сопряженную систему (Λ,L) касательно оснащающих плоскостей, обозначим SH_{n-2} . Приведено задание гиперполосы в репере 1-го порядка. В дифференциальной окрестности 2-го порядка построены инвариантные пучки нормалей 1-го рода в смысле Нордена [1] для Λ-,L-,T-распределений, где T-распределение - это распределение касательных плоскостей базисной поверхности V_{n-2} гиперполосы H_{n-2}. Введены соответствия Бомпьяни-Пантази между нормалями 1-го и 2-го рода Λ-,L-,T-распределений. С помощью указанных биекций в дифференциальной окрестности 2-го порядка найдены по два пучка внутренних нормализаций в смысле Нордена для Λ-,L-,T-распределений, ассоциированных с гиперполосой SH_{n-2}.

Используем обозначения работы [2] и следующую систему индексов:

$$I,J,K=\overline{1,n}\,;\; p,q,r=\overline{1,m}\,;\; a,b,c=\overline{m+1,n-2}\,;\; i,j,k=\overline{1,n-2}\,;\; \alpha=n-1,n.$$

1. Рассмотрим n-мерное аффинное пространство A_n, отнесенное к подвижному реперу R={M,e_I}, инфинитезимальные перемещения которого имеют вид :

$$dM=\omega^I\vec{e}_I,\quad d\vec{e}_I=\omega_I^K\vec{e}_K.$$

Инвариантные формы ω^I,ω_I^K аффинной группы удовлетворяют структурным уравнениям аффинного пространства:

$$d\omega^I=\omega^K\wedge\omega_K^I,\quad d\omega_I^K=\omega_I^J\wedge\omega_J^K.$$

Известно [3], что необходимым и достаточным условием сопряженности плоскостей Λ(A) и L(A) является обращение в нуль тензора a_{pa}^{α}, т.е. a_{pa}^{α}=0.

Совместим вершину M репера R с текущей точкой A базисной поверхности V_{n-2} , причем векторы $\{\vec{e}_p\}$ поместим в касательную m-плоскость Λ(A), а векторы $\{\vec{e}_a\}$- в (n-m-2)-плоскость L(A). Вектор $\vec{e}_{n-1}$ направим параллельно характеристике χ_1, а вектор $\vec{e}_n$ пусть занимает произвольное положение, образуя с векторами $\vec{e}_p,\vec{e}_a,\vec{e}_{n-1}$ репер {A, $\vec{e}_I$} пространства A_n, который назовем репером

1-го порядка R^1. В выбранном репере R^1 гиперполоса SH_{n-2} задается уравнениями (соответствующие замыкания не выписываются):

$$\omega^n = 0, \omega^{n-1} = 0, \omega^n_{n-1} = 0, \omega^n_p = a^n_{pq}\omega^q, \omega^n_a = a^n_{ab}\omega^b, \omega^a_p = \Lambda^a_{pi}\omega^i,$$

$$\omega^{n-1}_p = a^{n-1}_{pq}\omega^q, \omega^{n-1}_a = a^{n-1}_{ab}\omega^b, \omega^p_a = L^p_{ai}\omega^i, \omega^p_{n-1} = a^p_{n-1,i}\omega^i, \omega^a_{n-1} = l^a_{n-1,i}\omega^i,$$

где $a^\alpha_{[ab]} = 0, a^\alpha_{[pq]} = 0, l^k_{n-1[i}a^n_{j]k} = 0, a^\alpha_{pq}L^q_{[ab]} - \Lambda^c_{p[a}a^\alpha_{b]c} = 0, a^\alpha_{ab}\Lambda^b_{[pq]} - L^s_{a[p}a^\alpha_{q]s} = 0.$

Геометрические объекты $\Gamma_1 = \{a^n_{pq}, a^n_{ab}, a^{n-1}_{pq}, a^{n-1}_{ab}\}$,

$$\Gamma_2 = \{\Gamma_1, a^n_{pqi}, a^n_{abi}, a^{n-1}_{pqi}, a^{n-1}_{abi}, \Lambda^a_{pi}, L^p_{ai}, l^a_{n-1,i}, l^p_{n-1,i}\}, \qquad \Gamma_3 = \{\Gamma_2, \Lambda^a_{pij}, L^p_{aij}, l^a_{n-1,ij}, l^p_{n-1,ij}\}$$

являются фундаментальными объектами [4] 2-го и 3-го порядка гиперполосы SH_{n-2}.

2. Плоскость $N_{n-m}(A)$, удовлетворяющую условиям

$$N_{n-m}(A) \supset L(A),\ N_{n-m}(A) \supset \chi_1(A),\ N_{n-m}(A) \cap \Lambda(A) = A,$$

назовем нормалью 1-го рода для плоскости $\Lambda(A)$. Соответственно, плоскость $N_{m+2}(A)$, удовлетворяющую условиям

$$N_{m+2}(A) \supset L(A),\ N_{m+2}(A) \supset \chi_1(A),\ N_{m+2}(A) \cap L(A) = A,$$

назовем нормалью 1-го рода для плоскости $L(A)$. Аналогично, нормалью 1-го рода плоскости $T_{n-2}(A)$ назовем плоскость N_2 такую, что

$$N_2(A) \supset \chi_1(A),\ N_2(A) \cap T_{n-2}(A) = A.$$

Поля нормалей 1-го рода в смысле Нордена Λ-,L-,T-распределений задаются соответственно уравнениями

$$\nabla x^p_n + \omega^p_n = x^p_{ni}\omega^i, \nabla x^a_n + \omega^a_n = x^a_{ni}\omega^i, \nabla x^i_n + \omega^i_n = x^i_{nj}\omega^j. \qquad (1)$$

Последовательно строим функции

$$t_p = \frac{1}{n-m-2} a^n_{abp} a^{ba}_n, \quad \nabla t_p = a^n_{pq}\omega^q_n + t_{pq}\omega^q;$$

$$t_a = \frac{1}{n-m} a^n_{cba} a^{bc}_n, \qquad \nabla t_a = a^n_{ac}\omega^c_n + t_{ac}\omega^c; \qquad (2)$$

$$t_i = \{t_p, t_a\}, \qquad \nabla t_i = a^n_{ij}\omega^j_n + t_{ij}\omega^j.$$

С помощью функций (2) соответственно получаем квазитензоры

$$t^p_n = -a^{pq}_n t_q, \qquad \nabla t^p_n + \omega^p_n = t^p_{ni}\omega^i;$$

$$t^a_n = -a^{ab}_n t_b, \qquad \nabla t^a_n + \omega^a_n = t^a_{ni}\omega^i; \qquad (3)$$

$$t^i_n = \{t^p_n, t^a_n\}, \qquad \nabla t^i_n + \omega^i_n = t^i_{nj}\omega^j.$$

Аналогично находим , удовлетворяющие уравнениям (1), функции

$$T^p_n = a^{pq}_n T_q, \quad T^a_n = a^{ab}_n T_b, \quad T^i_n = \{T^p_n, T^a_n\}, \qquad (4)$$

где

$$T_p = \frac{1}{m+2} a^n_{sqp} a^{qs}_n, \quad T_a = \frac{1}{m} a^n_{pqa} a^{qp}_n, \quad T_i = \{T_p, T_a\}. \qquad (5)$$

Теорема 1. *Инвариантные поля нормалей 1-го рода в смысле Нордена соответственно для Λ-,L-,T-распределений внутренним образом присоединяются к гиперполосе SH_{n-2} в ее дифференциальной окрестности 2-го порядка.*

Найденные нормали 1-го рода (3), (4) Λ-,L-,T-распределений позволяют построить пучки нормалей 1-го рода этих распределений:

$$K^p_n(\varepsilon) = t^p_n + \varepsilon\Pi^p_n,\ K^a_n(\varepsilon) = t^a_n + \varepsilon\Pi^a_n,\ K^i_n(\varepsilon) = t^i_n + \varepsilon\Pi^i_n, \qquad (6)$$

где

$$\Pi^p_n = T^p_n - t^p_n, \qquad \nabla\Pi^p_n = \Pi^p_{ni}\omega^i;$$

$$\Pi^a_n = T^a_n - t^a_n, \qquad \nabla\Pi^a_n = \Pi^a_{ni}\omega^i;$$

$$\Pi^i_n = T^i_n - t^i_n, \qquad \nabla\Pi^i_n = \Pi^i_{nj}\omega^j.$$

Теорема 2. *В дифференциальной окрестности 2-го порядка внутренним образом присоединяются инвариантные пучки нормалей 1-го рода (6) соответственно Λ-,L-,T-распределений, ассоциированных с гиперполосой SH_{n-2}.*

3. Введем биекции между нормалями 1-го и 2-го рода Λ-,L-,T-распределений, определяемых соотношениями

$$\mu_i = a^n_{ik}\nu^k_n + t_i, \qquad \nabla\mu_i = \mu_{ik}\omega^k; \qquad (7)$$

$$\mu_p = a^n_{pq}\nu^q_n + t_p, \qquad \nabla\mu_p = \mu_{pi}\omega^i; \qquad (8)$$

$$\mu_a = a^n_{ab}\nu^b_n + t_a, \qquad \nabla\mu_a = \mu_{ai}\omega^i. \qquad (9)$$

Биекции (7)-(9) являются обобщением на случай гиперполос известного соответствия Бомпьяни - Пантази [5], [6]. Аналогично с помощью величин (5) устанавливаем еще одно соответствие Бомпьяни - Пантази между нормалями 1-го и 2-го рода Λ-,L-,T-распределений:

$$\psi_i = a^n_{ik}\nu^k_n + T_i, \quad \psi_p = a^n_{pq}\nu^q_n + T_p, \quad \psi_a = a^n_{ac}\nu^c_n + T_a. \qquad (10)$$

Пучки нормалей 1-го рода (6) в силу биекций (7)-(10) порождают в дифференциальной окрестности 2-го порядка по два пучка нормалей 2-го рода для Λ-,L-,T-распределений:

$$\mu_i(\varepsilon) = a^n_{ij}K^j_n(\varepsilon) + t_i, \qquad \psi_i(\varepsilon) = a^n_{ij}K^j_n(\varepsilon) + T_i,$$

$$\mu_p(\varepsilon) = a^n_{pq}K^q_n(\varepsilon) + t_p, \quad \psi_p(\varepsilon) = a^n_{pq}K^q_n(\varepsilon) + T_p,$$

$$\mu_a(\varepsilon) = a^n_{ac}K^c_n(\varepsilon) + t_a, \quad \psi_a(\varepsilon) = a^n_{ac}K^c_n(\varepsilon) + T_a.$$

Теорема 3. *В дифференциальной окрестности 2-го порядка внутренним инвариантным образом построены по два пучка двойственных нормализаций в смысле Нордена Λ-,L-,T-распределений, ассоциированных с гиперполосой SH_{n-2}.*

Библиографический список

1. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М., 1976.

2. *Попов Ю. И.* Общая теория регулярных гиперполос. Калининград, 1983. 82 с.

3. *Акивис М.А.* О строении двухкомпонентных сопряженных систем // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1966. Т.1. С.7-31.

4. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Тр. Моск. мат. о-ва. 1953. Т.2. С.275-382.

5. *Алшибая Э.Д.* К геометрии распределений геометрических элементов в аффинном пространстве // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1974. Т.5. С.169-193.

6. *Лаптев Г.Ф., Остиану Н.М.* Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности // Там же. 1971. Т.3. С.49-94.

N.A. E l i s e e v a

TANGENT EQUIPPED HYPERSTRIPS H_{n-2} OF AFFINE SPACE A_n

Hyperstrips $H_{n-2} \subset A_n$, equipped by the field of m-dimensional tangent planes Λ, are investigated. The field of Λ-planes generates conjugate to itself field of tangent (n-m-2)-dimensional planes about asymptotical bunch of tensors for base surface V_{n-2} of the hiperstrip H_{n-2} . We designate SH_{n-2} the hyperstrip H_{n-2}, with conjugate system (Λ,L) of the tangent equipping planes. In differential neighbourhood of the 2-nd order invariant bunches of Norden normals of the 1-st kind are construct for Λ-,L-,T-distributions where T-distribution is distribution of tangent planes to the base surface V_{n-2} of the hyperstrip H_{n-2}. Bompiani-Pantazi correspondences the 1-st and 2-nd kind normals of Λ-,L-,T- distributions are introduced. In twos bunchs of inner normalizations in Norden sense for Λ-,L-,T- distributions are found by means of indicated bijection in the differential neighbourhood of the 2-nd order.

УДК 514.75.

О.М. Ж о в т е н к о

(*Калининградский государственный университет*)

РОЛЬ ОСНАЩЕНИЯ БОРТОЛОТТИ КОНГРУЭНЦИИ ПЛОСКОСТЕЙ

В проективном пространстве исследуется групповая связность в расслоении, ассоциированном с конгруэнцией плоскостей. Показано, что объект кривизны этой связности является псевдотензором. Произведено оснащение Бортолотти конгруэнции, состоящие в задании поля дополнительных плоскостей. Введено понятие ковариантного дифференциала и ковариантных производных оснащающего квазитензора относительно групповой связности. Ковариантные производные компонент оснащающего квазитензора образуют псевдотензор. Доказано, что оснащение Бортолотти индуцирует два типа групповой связности в ассоциированном расслоении.