18. *Gray A., Hervella L.M.* The sixteen classes of almost Hermitian manifolds and their linear invariants // Ann. Mat. Pura Appl. 1980. V. 123. №4. P. 35—58.

M. Banaru, G. Banaru

ALMOST HERMITIAN STRUCTURES ON 6-DIMENSIONAL ORIENTED SUBMANIFOLDS OF THE OCTAVE ALGEBRA

Six-dimensional submanifolds of Cayley algebra equipped by almost Hermitian structures induced by means of three-fold vector cross products are considered. The Cartan structural equations of an arbitrary almost Hermitian structure and of $W_2 \oplus W_3$-structure on submanifolds are obtained.

УДК 514.75

О.О. Белова

(Российский государственный университет им. И. Канта, г. Калининград)

РЕДУКЦИИ СВЯЗНОСТЕЙ ПРОСТРАНСТВА ЦЕНТРИРОВАННЫХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРИ НОРМАЛИЗАЦИИ

В n-мерном проективном пространстве P_n рассмотрено пространство П центрированных плоскостей L^*_m размерности m. С ним ассоциировано главное расслоение, в котором задана групповая связность, неоднозначно индуцируемая нормализацией пространства П. Исследованы полунормализованные пространства 1-го рода Π^1, 2-го рода Π^2 и нормализованное пространство $\Pi^{1,2}$. Установлена динамика изменений соот-

ветствующих объектов связности при переходе от пространства П к пространству $\Pi^{1,2}$. Найдены условия совпадений редуцированных объектов с объектами, задающими связности в редуцированных расслоениях.

Отнесем n-мерное проективное пространство P_n к подвижному реперу $\{A, A_I\}$ $(I = 1,\ldots,n)$ с деривационными формулами

$$dA = \theta A + \omega^I A_I, \quad dA_I = \theta A_I + \omega_I^J A_J + \omega_I A,$$

где формы $\omega^I, \omega_I, \omega_J^I$ удовлетворяют структурным уравнениям Картана проективной группы GP(n):

$$D\omega^I = \omega^J \wedge \omega_J^I, \quad D\omega_I = \omega_I^J \wedge \omega_J,$$

$$D\omega_J^I = \omega_J^K \wedge \omega_K^I + \delta_J^I \omega_K \wedge \omega^K + \omega_J \wedge \omega^I.$$

В P_n рассмотрим пространство П центрированных плоскостей L_m^* (L_m^* — m-мерная плоскость; A — точка подвижного репера, расположенная в центре данной плоскости). Произведем дополнительную специализацию подвижного репера $\{A, A_a, A_\alpha\}$ $(a,\ldots = 1,\ldots, m;\ \alpha,\ldots = m+1,\ldots, n)$, помещая вершины A_a на центрированную плоскость L_m^*. Уравнения стационарности плоскости L_m^* имеют вид $\omega^\alpha = 0, \quad \omega^a = 0, \quad \omega_a^\alpha = 0.$

Над пространством П центрированных плоскостей L_m^* возникает главное расслоение G(П), типовым слоем которого является подгруппа стационарности G центрированной плоскости L_m^*, а базой — пространство П. В главном расслоении G(П) зададим фундаментально-групповую связность по Г.Ф. Лаптеву с помощью поля объекта связности

$$\Gamma = \{L_{b\alpha}^a, L_{bc}^a, \Gamma_{b\alpha}^{ac}, \Gamma_{a\alpha}, \Gamma_{ab}, \Pi_{a\alpha}^b, L_{\beta\gamma}^\alpha, L_{\beta a}^\alpha,$$

$$\Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha a}, L_{\alpha\beta}^a, L_{\alpha b}^a, \Gamma_{\alpha\beta}^{ab}, \Gamma_{\alpha\beta}, \Gamma_{\alpha a}, \Pi_{\alpha\beta}^a\}$$

на базе П, компоненты которого должны удовлетворять следующим сравнениям [1]:

$$\Delta L^a_{b\alpha} - L^a_{bc}\omega^c_\alpha + \Gamma^{ac}_{b\alpha}\omega_c - \delta^a_b\omega_\alpha \equiv 0,\ \Delta L^a_{bc} - \delta^a_c\omega_b - \delta^a_b\omega_c \equiv 0,$$
$$\Delta\Gamma^{ac}_{b\alpha} + \delta^c_b\omega^a_\alpha \equiv 0,$$
$$\Delta\Gamma_{a\alpha} - \Gamma_{ab}\omega^b_\alpha + (\Pi^b_{a\alpha} + L^b_{a\alpha})\omega_b \equiv 0,\ \Delta\Gamma_{ab} + L^c_{ab}\omega_c \equiv 0,$$
$$\Delta\Pi^b_{a\alpha} + \Gamma^{cb}_{a\alpha}\omega_c + \delta^b_a\omega_\alpha \equiv 0,$$
$$\Delta L^a_{\alpha\beta} - L^a_{\alpha b}\omega^b_\beta + \Gamma^{ab}_{\alpha\beta}\omega_b - L^a_{b\beta}\omega^b_\alpha + L^\gamma_{\alpha\beta}\omega^a_\gamma \equiv 0,$$
$$\Delta L^a_{\alpha b} - L^a_{cb}\omega^c_\alpha + L^\beta_{\alpha b}\omega^a_\beta - \delta^a_b\omega_\alpha \equiv 0,$$
$$\Delta\Gamma^{ab}_{\alpha\beta} - \Gamma^{ab}_{c\beta}\omega^c_\alpha + \Gamma^{\gamma b}_{\alpha\beta}\omega^a_\gamma \equiv 0,$$
$$\Delta L^\alpha_{\beta\gamma} - L^\alpha_{\beta a}\omega^a_\gamma + \Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma}\omega_a - \delta^\alpha_\beta\omega_\gamma - \delta^\alpha_\gamma\omega_\beta \equiv 0, \tag{1}$$
$$\Delta L^\alpha_{\beta a} - \delta^\alpha_\beta\omega_a \equiv 0,\ \Delta\Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma} - \delta^\alpha_\gamma\omega^a_\beta \equiv 0,$$
$$\Delta\Gamma_{\alpha\beta} - \Gamma_{\alpha a}\omega^a_\beta + (\Pi^a_{\alpha\beta} + L^a_{\alpha\beta})\omega_a - \Gamma_{a\beta}\omega^a_\alpha + L^\gamma_{\alpha\beta}\omega_\gamma \equiv 0,$$
$$\Delta\Gamma_{\alpha a} - \Gamma_{ba}\omega^b_\alpha + L^b_{\alpha a}\omega_b + L^\beta_{\alpha a}\omega_\beta \equiv 0,$$
$$\Delta\Pi^a_{\alpha\beta} + \Gamma^{ba}_{\alpha\beta}\omega_b - \Pi^a_{c\beta}\omega^c_\alpha + \Gamma^{\gamma a}_{\alpha\beta}\omega_\gamma \equiv 0,$$

где символ «$\equiv$» означает сравнение по модулю базисных форм ω^α, ω^a, ω^α_a.

Теорема 1. *Объект групповой связности содержит пять простых [3] геометрических подобъектов* $\Gamma_1 = \{L^a_{b\alpha}, L^a_{bc}, \Gamma^{ac}_{b\alpha}\}$, $\Gamma_2 = \{L^\alpha_{\beta\gamma}, L^\alpha_{\beta a}, \Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma}\}$, $\Gamma_3 = \{\Gamma_1, \Gamma_{a\alpha}, \Gamma_{ab}, \Pi^b_{a\alpha}\}$, $\Gamma_4 = \{\Gamma_1, \Gamma_2, L^a_{\alpha\beta}, L^a_{\alpha b}, \Gamma^{ab}_{\alpha\beta}\}$, $\Gamma_5 = \{\Gamma_3 \setminus \Gamma_1, \Gamma_4\}$, *задающих связности в соответствующих фактор-расслоениях [2].*

Произведем нормализацию пространства Π полями плоскостей P_{n-m} ($P_{n-m} \cap L^*_m = A$) и P_{m-1} ($A \notin P_{m-1} \subset L^*_m$). Проследим динамику изменений связности Γ при последовательных канонизациях: 1) при размещении вершин A_α в нормали 1-го рода; 2) при размещении вершин A_a в нормали 2-го рода; 3) при одновременном размещении данных вершин в соответствующих нормалях.

1. Поместим вершины A_α в нормаль 1-го рода P_{n-m}, при этом

$$\omega^a_\alpha = g^a_{\alpha\beta}\omega^\beta + g^a_{\alpha b}\omega^b + g^{ab}_{\alpha\beta}\omega^\beta_b, \qquad (2)$$

а объект связности Γ сужается до объекта $\Gamma^1 = \Gamma \setminus (\Gamma_4 \setminus (\Gamma_1 \cup \Gamma_2))$. Дифференциальные сравнения компонент объекта Γ^1 имеют вид

$$\Delta L^a_{b\alpha} + \Gamma^{ac}_{b\alpha}\omega_c - \delta^a_b\omega_\alpha \equiv 0,\ \Delta L^a_{bc} - \delta^a_c\omega_b - \delta^a_b\omega_c \equiv 0,\ \Delta\Gamma^{ac}_{b\alpha} \equiv 0,$$
$$\Delta\Gamma_{a\alpha} + (\Pi^b_{a\alpha} + L^b_{a\alpha})\omega_b \equiv 0,\ \Delta\Gamma_{ab} + L^c_{ab}\omega_c \equiv 0,$$
$$\Delta\Pi^b_{a\alpha} + \Gamma^{cb}_{a\alpha}\omega_c + \delta^b_a\omega_\alpha \equiv 0,\ \Delta L^\alpha_{\beta\gamma} + \Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma}\omega_a - \delta^\alpha_\beta\omega_\gamma - \delta^\alpha_\gamma\omega_\beta \equiv 0,$$
$$\Delta L^\alpha_{\beta a} - \delta^\alpha_\beta\omega_a \equiv 0, \Delta\Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma} \equiv 0, \Delta\Gamma_{\alpha\beta} + (\Pi^a_{\alpha\beta} + g^a_{\alpha\beta})\omega_a + L^\gamma_{\alpha\beta}\omega_\gamma \equiv 0, \qquad (3)$$
$$\Delta\Gamma_{\alpha a} + g^b_{\alpha a}\omega_b + L^\beta_{\alpha a}\omega_\beta \equiv 0,\ \Delta\Pi^a_{\alpha\beta} + g^{ba}_{\alpha\beta}\omega_b + \Gamma^{\gamma a}_{\alpha\beta}\omega_\gamma \equiv 0.$$

Теорема 2. *При адаптации подвижного репера полю нормалей 1-го рода объект связности* Γ^1 *содержит три подобъекта* Γ^1_1, Γ^1_2, Γ^1_3, *задающих связности в фактор-расслоениях плоскостных линейных реперов, нормальных линейных реперов и плоскостных коаффинных реперов.*

2. Если отказаться от предыдущей канонизации и поместить вершины A_a в нормаль 2-го рода P_{m-1}, то

$$\omega_a = g_{a\alpha}\omega^\alpha + g_{ab}\omega^b + g^b_{a\alpha}\omega^\alpha_b, \qquad (4)$$

а объект связности Γ сужается до объекта $\Gamma^2 = \Gamma \setminus (\Gamma_3 \setminus \Gamma_1)$. Сравнения для компонент объекта Γ^2 выглядят следующим образом:

$$\Delta L^a_{b\alpha} - L^a_{bc}\omega^c_\alpha - \delta^a_b\omega_\alpha \equiv 0,\ \Delta L^a_{bc} \equiv 0,\ \Delta\Gamma^{ac}_{b\alpha} + \delta^c_b\omega^a_\alpha \equiv 0,$$
$$\Delta L^a_{\alpha\beta} - L^a_{\alpha b}\omega^b_\beta - L^a_{b\beta}\omega^b_\alpha + L^\gamma_{\alpha\beta}\omega^a_\gamma \equiv 0,$$
$$\Delta L^a_{\alpha b} - L^a_{cb}\omega^c_\alpha + L^\beta_{\alpha b}\omega^a_\beta - \delta^a_b\omega_\alpha \equiv 0,\ \Delta\Gamma^{ab}_{\alpha\beta} - \Gamma^{ab}_{c\beta}\omega^c_\alpha + \Gamma^{\gamma b}_{\alpha\beta}\omega^a_\gamma \equiv 0,$$
$$\Delta L^\alpha_{\beta\gamma} - L^\alpha_{\beta a}\omega^a_\gamma - \delta^\alpha_\beta\omega_\gamma - \delta^\alpha_\gamma\omega_\beta \equiv 0,\ \Delta L^\alpha_{\beta a} \equiv 0, \qquad (5)$$
$$\Delta\Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma} - \delta^\alpha_\gamma\omega^a_\beta \equiv 0,\ \Delta\Gamma_{\alpha\beta} - \Gamma_{\alpha a}\omega^a_\beta - g_{a\beta}\omega^a_\alpha + L^\gamma_{\alpha\beta}\omega_\gamma \equiv 0,$$
$$\Delta\Gamma_{\alpha a} - g_{ba}\omega^b_\alpha + L^\beta_{\alpha a}\omega_\beta \equiv 0,\ \Delta\Pi^a_{\alpha\beta} - g^a_{b\beta}\omega^b_\alpha + \Gamma^{\gamma a}_{\alpha\beta}\omega_\gamma \equiv 0.$$

Теорема 3. *При адаптации подвижного репера полю нормалей 2-го рода объект связности* Γ^2 *содержит три подобъекта* Γ_1^2, Γ_2^2, Γ_4^2, *задающих связности в фактор-расслоениях плоскостных линейных реперов, нормальных линейных реперов и аффинном фактор-расслоении.*

3. Произведем одновременно канонизации, рассмотренные в пунктах 1 и 2, т.е. $A_\alpha \in P_{n-m}$, $A_a \in P_{m-1}$. Тогда дифференциальные сравнения компонент объекта $\Gamma^{1,2} = \Gamma \setminus ((\Gamma_4 \setminus (\Gamma_1 \cup \Gamma_2)) \cup (\Gamma_3 \setminus \Gamma_1))$ примут вид

$$\Delta L^a_{b\alpha} - \delta^a_b \omega_\alpha \equiv 0,\ \Delta L^a_{bc} \equiv 0,\ \Delta \Gamma^{ac}_{b\alpha} \equiv 0,\ \Delta L^\alpha_{\beta\gamma} - \delta^\alpha_\beta \omega_\gamma - \delta^\alpha_\gamma \omega_\beta \equiv 0,$$
$$\Delta L^\alpha_{\beta a} \equiv 0,\ \Delta \Gamma^{\alpha a}_{\beta\gamma} \equiv 0,\ \Delta \Gamma_{\alpha\beta} + L^\gamma_{\alpha\beta}\omega_\gamma \equiv 0, \tag{6}$$
$$\Delta \Gamma_{\alpha a} + L^\beta_{\alpha a}\omega_\beta \equiv 0,\ \Delta \Pi^a_{\alpha\beta} + \Gamma^{\gamma a}_{\alpha\beta}\omega_\gamma \equiv 0 .$$

Теорема 4. *При адаптации подвижного репера нормализации пространства П объект связности* $\Gamma^{1,2}$ *содержит два подобъекта* $\Gamma_1^{1,2}$, $\Gamma_2^{1,2}$.

Если учесть условия (2) в дифференциальных сравнениях (1) и опустить несущественные сравнения ($1_7 - 1_9$), то компоненты редуцированного объекта связности Γ^{I} будут удовлетворять сравнениям (3) при выполнении условий

$$g^a_{\alpha\beta} = L^a_{\alpha\beta},\ g^b_{\alpha a} = L^b_{\alpha a},\ g^{ab}_{\alpha\beta} = \Gamma^{ab}_{\alpha\beta}. \tag{7}$$

Теорема 5. *Редуцированный объект* Γ^{I} *совпадает с объектом* Γ^1, *задающим связность в редуцированном расслоении, которое возникает при адаптации подвижного репера полю нормалей 1-го рода, лишь в случае (7).*

Подставляя условия (4) в дифференциальные сравнения компонент объекта связности Г, получим сравнения (5) с учтенными условиями

$$g_{a\beta} = \Gamma_{a\beta},\ g_{ab} = \Gamma_{ab},\ g^a_{b\alpha} = \Pi^a_{b\alpha} \tag{8}$$

для компонент редуцированного объекта связности Γ^{II}.

Теорема 6. *Редуцированный объект* Γ^{II} *совпадает с объектом* Γ^2*, который задает связность в редуцированном расслоении при адаптации подвижного репера полю нормалей 2-го рода, лишь в случае (8).*

Учитывая условия (2; 4) в дифференциальных сравнениях ($1_1 - 1_3$, $1_{10} - 1_{15}$), получим, что компоненты редуцированного объекта связностей $\Gamma^{\mathrm{I,II}}$ удовлетворяют сравнениям (6).

Теорема 7. *Редуцированный объект связности* $\Gamma^{\mathrm{I,II}}$ *совпадает с объектом* $\Gamma^{1,2}$*, задающим связность в редуцированном ассоциированном расслоении при адаптации подвижного репера нормализации пространства центрированных плоскостей* Π.

Вывод. Адаптации подвижного репера вызывают редукции ассоциированного расслоения и дифференциальных сравнений компонент объекта групповой связности, но редуцированные объекты связностей могут отличаться от объектов, задающих связности в редуцированных расслоениях.

Список литературы

1. *Белова О.О.* Связности трех типов в расслоении над пространством центрированных плоскостей // Тр. мат. центра им. Н.И. Лобачевского. Казань, 2001. Т. 12. С. 23—24.

2. *Belova O.O.* Fibering reductions of the centred planes space by normalization // Избр. вопр. совр. матем. Калининград, 2005. С. 10—13.

3. *Шевченко Ю.И.* Оснащения центропроективных многообразий. Калининград, 2000.

O. Belova

REDUCTONS OF CONNECTIONS OF THE CENTRED PLANES SPACE BY NORMALIZATION

The space Π of centred m-dimensional planes L_m^* is considered in the n-dimensional projective space P_n. Principal fiber bundle is associated with it. A fundamental-group connection is given in this fibering. Heminormalized spaces of the 1-st kind Π^1, 2-nd kind Π^2

and normalized space $\Pi^{1,2}$ are investigated. Dynamics of changes of the connection is established by the crossing from the space Π to the space $\Pi^{1,2}$. The conditions of coincidences of reduced objects with objects giving the connections in reduced fiberings are found.

УДК 514.75

С.Ю. Волкова

(Балтийский военно-морской институт)

ВВЕДЕНИЕ НОРМАЛЬНЫХ СВЯЗНОСТЕЙ НА S-РАСПРЕДЕЛЕНИИ

Рассмотрены нормальные связности, индуцируемые в расслоениях нормалей 1-го рода Λ-подрасслоения данного S-распределения [1], оснащенного в смысле Нордена — Картана.

Схема использования индексов в статье такова:

$$J, K, P, Q = \overline{1,n};\ \ \bar{J}, \bar{K} = \overline{0,n};\ p, q = \overline{1,r};\ \ u, v, w = \overline{r+1, n-1};$$

$$\hat{u}, \hat{v}, \hat{w} = \overline{r+1, n};\ \ i, j = \overline{r+1, m};\ \ \alpha, \beta = \overline{m+1, n-1};$$

$$\hat{\alpha}, \hat{\beta} = \overline{m+1, n};\ \ \hat{A}, \hat{B} = \{p; \overline{m+1, n}\}.$$

1. Пусть P_n — n-мерное проективное пространство, отнесенное к подвижному точечному реперу $R = \{A_{\bar{J}}\}$. Деривационные формулы репера R имеют вид

$$dA_{\bar{J}} = \omega_{\bar{J}}^{\bar{K}} A_{\bar{K}}, \tag{1}$$

где формы Пфаффа $\omega_{\bar{J}}^{\bar{K}}$ подчинены уравнениям структуры проективного пространства

$$D\omega_{\bar{J}}^{\bar{K}} = \omega_{\bar{J}}^{\bar{L}} \wedge \omega_{\bar{L}}^{\bar{K}}, \quad \sum_{\bar{J}=0}^{n} \omega_{\bar{J}}^{\bar{J}} = 0. \tag{2}$$