Доказательство непосредственно вытекает из уравнений (14).

Список литературы

1. *Болсинов А.В., Фоменко А.Т.* Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. М., 1999. Т. 1, 2.

2. *Новиков С.П., Шмельцер И.* Периодические решения уравнений Кирхгофа для свободного движения твердого тела в жидкости и расширенная теория Люстерника-Шнирельмана-Морса (ЛШМ-1) // Функциональный анализ и его приложения. 1981. Т. 15. Вып. 3. С. 54 – 66.

3. *Амишева Н.В.* О семействах алгебраических элементов второго порядка в эквиаффинном пространстве // Геом. сб. Томск, Изд-во Томского ун-та, 1972. Т. 212. Вып. 9. С. 198 – 209.

N. Amisheva

ON INVARIANT DIRECTIONS AND THEIR PROPERTIES ON AN ISOENERGETIC SURFACE OF NON-INTEGRABLE DIFFERENTIAL KIRCHHOFF'S EQUATIONS

Non-integrable differential Kirchhoff's equations describing motion of a body in liquid are considered in this work. Invariant directions are found on the isoenergetic surface and some their properties are pointed.

УДК 513.82

М.Б. Банару
(Смоленский гуманитарный университет)

О ГИПЕРПОВЕРХНОСТЯХ КЕНМОЦУ 6-МЕРНЫХ ЭРМИТОВЫХ ПОДМНОГООБРАЗИЙ АЛГЕБРЫ КЭЛИ

Доказано, что гиперповерхность Кенмоцу 6-мерного эрмитова подмногообразия алгебры октав минимальна в том и только том случае, если ее типовое число равно четырем. Также доказано, что минимальная гиперповерхность Кенмоцу 6-мерного эрмитова подмногообразия алгебры октав не может быть вполне омбилической.

1. Теория почти контактных метрических структур занимает одно из ведущих мест в современных дифференциально-геометричес-

ких исследованиях. Это объясняется как многочисленными приложениями ее в математической физике (например, в классической механике [1] и в теории геометрического квантования [2]), так и богатством внутреннего содержания самой теории, а также ее теснейшими связями с другими разделами геометрии.

Напомним, что почти контактной метрической структурой на нечетномерном многообразии N называется такая система $\{\Phi,\ \xi,\ \eta,\ g\}$ тензорных полей на этом многообразии, где Φ – поле тензора типа $(1,1)$; ξ – векторное поле; η – ковекторное поле; $g=\langle\cdot,\cdot\rangle$ – риманова метрика. При этом должны выполняться условия:

$$\eta(\xi)=1;\ \Phi(\xi)=0;\ \eta\circ\Phi=0;\ \Phi^2=-id+\xi\otimes\eta;$$

$$<\Phi X,\Phi Y>=<X,Y>-\eta(X)\eta(Y),\ X,Y\in\aleph(N),$$

где $\aleph(N)$ – модуль гладких векторных полей на многообразии *N*. Примером почти контактной метрической структуры является косимплектическая структура, характеризуемая тождеством $\nabla\eta=\nabla\Phi=0$, где ∇ – риманова связность метрики g. Многообразия, наделенные такой структурой, локально эквивалентны произведению келерова многообразия на вещественную прямую [3].

Почти контактные метрические структуры тесно связаны с почти эрмитовыми (almost Hermitian, AH-) структурами. Например, если $(N,\{\Phi,\ \xi,\ \eta,\ g\})$ – почти контактное метрическое многообразие, то на многообразии $N\times R$ индуцируется почти эрмитова структура [4]. Если эта почти эрмитова структура интегрируема, то исходная почти контактная метрическая структура называется нормальной. Нормальная контактная метрическая структура называется сасакиевой [4]. Сасакиевы структуры можно охарактеризовать и с помощью тождества

$$\nabla_X(\Phi)Y=\langle X,Y\rangle\xi-\eta(Y)X,\quad X,Y\in\aleph(N). \tag{1}$$

Сасакиевы структуры, например, индуцируются на вполне омбилических гиперповерхностях келеровых многообразий [4]. Они обладают многими замечательными свойствами и играют фундаментальную роль в контактной геометрии.

В начале семидесятых годов двадцатого века Кенмоцу ввел в рассмотрение класс почти контактных метрических структур, характеризуемых тождеством [5]:

$$\nabla_X(\Phi)Y = \langle \Phi X, Y\rangle \xi - \eta(Y)\Phi X, \quad X, Y \in \aleph(N). \qquad (2)$$

Многообразия Кенмоцу нормальны и интегрируемы, но не являются контактными, и, стало быть, не могут являться сасакиевыми [5]. Несмотря на внешнее сходство тождеств (1) и (2), свойства многообразий Кенмоцу в определенном смысле полярны свойствам сасакиевых многообразий. Заметим, что исчерпывающее описание многообразий Кенмоцу, а также множество различных примеров таких многообразий содержится в новейшем исследовании [6] по данной тематике.

Данная статья посвящена гиперповерхностям Кенмоцу 6-мерных эрмитовых подмногообразий алгебры Кэли. Она является продолжением исследований автора, ранее рассматривавшего почти контактные метрические структуры на гиперповерхностях 6-мерных подмногообразий алгебры октав (см., например, [7 – 9] и др.). Отметим, что исследованием различных аспектов геометрии, 6-мерных почти эрмитовых подмногообразий алгебры Кэли занимались такие авторитетные геометры, как А. Грей, Е. Калаби (США) и В.Ф. Кириченко (Россия).

2. Как известно, почти эрмитовой структурой на четномерном многообразии M^{2n} называется пара $\{J, g = \langle\cdot,\cdot\rangle\}$, где J – почти комплексная структура; $g = \langle\cdot,\cdot\rangle$ – риманова метрика на этом многообразии. При этом J и $g = \langle\cdot,\cdot\rangle$ должны быть согласованы условием

$$\langle JX, JY\rangle = \langle X, Y\rangle, \quad X, Y \in \aleph(M^{2n}).$$

Здесь $\aleph(M^{2n})$ – модуль гладких (класса C^∞) векторных полей на многообразии M^{2n}. Многообразие с фиксированной на нем почти эрмитовой структурой называется почти эрмитовым (АН-) многообразием. С каждой АН-структурой $\{J, g = \langle\cdot,\cdot\rangle\}$ на многообразии M^{2n} связано поле дважды ковариантного кососимметрического тензора (т.е. 2-формы), определяемого равенством

$$F(X, Y) = \langle X, JY\rangle, \quad X, Y \in \aleph(M^{2n})$$

и называемого фундаментальной (или келеровой) формой структуры.

Пусть $\left(M^{2n}, \{J,\, g = \langle\cdot,\cdot\rangle\}\right)$ – почти эрмитово многообразие. Зафиксируем точку $p \in M^{2n}$. Пусть $T_p(M^{2n})$ – пространство, касательное к многообразию M^{2n} в точке p, $\{J_p,\, g_p = \langle\cdot,\cdot\rangle\}$ – почти эрмитова структура, порожденная парой $\{J,\, g = \langle\cdot,\cdot\rangle\}$. Реперы, адаптированные почти эрмитовой структуре (или A-реперы), устроены следующим образом: $(p, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n, \varepsilon_{\hat{1}}, \ldots, \varepsilon_{\hat{n}})$, где ε_a – собственные векторы оператора структуры, отвечающие собственному значению оператора $i = \sqrt{-1}$, а $\varepsilon_{\hat{a}}$ – собственные векторы, отвечающие собственному значению $-i$. Здесь индекс a принимает значения от 1 до n; $\hat{a} = a + n$. Матрица оператора структуры в A-репере в точке p имеет вид

$$\left(J_j^k\right) = \left(\begin{array}{c|c} iI_n & 0 \\ \hline 0 & -iI_n \end{array}\right),$$

где I_n – единичная матрица порядка n; k, j = 1,…, 2n. Хорошо известно [10], что матрицы римановой метрики g и фундаментальной формы F в A-репере примут соответственно вид

$$\left(g_{kj}\right) = \left(\begin{array}{c|c} 0 & I_n \\ \hline I_n & 0 \end{array}\right); \qquad \left(F_{kj}\right) = \left(\begin{array}{c|c} 0 & iI_n \\ \hline -iI_n & 0 \end{array}\right).$$

Пусть $\mathbf{O} \equiv \mathbf{R}^8$ – алгебра Кэли. Как известно [11], в ней определены два неизоморфных 3-векторных произведения:

$$P_1(X, Y, Z) = -X(\overline{Y}Z) + \langle X, Y\rangle Z + \langle Y, Z\rangle X - \langle Z, X\rangle Y;$$

$$P_2(X, Y, Z) = -(X\overline{Y})Z + \langle X, Y\rangle Z + \langle Y, Z\rangle X - \langle Z, X\rangle Y.$$

Здесь $X, Y, Z \in \mathbf{O}$; $\langle\cdot,\cdot\rangle$ – скалярное произведение в $\mathbf{O}$, $X \to \overline{X}$ – оператор сопряжения в $\mathbf{O}$. При этом любое другое 3-векторное произведение в алгебре октав изоморфно одному из вышеуказанных.

Пусть $M^6 \subset \mathbf{O}$ – 6-мерное ориентируемое подмногообразие алгебры Кэли. Тогда на нем индуцируется почти эрмитова структура $\{J_\alpha, g = \langle\cdot,\cdot\rangle\}$, определяемая в каждой точке $p \in M^6$ соотношением

$$J_\alpha(X) = P_\alpha(X, e_1, e_2), \quad \alpha = 1, 2,$$

где $\{e_1, e_2\}$ – произвольный ортонормированный базис нормального к M^6 подпространства в точке p, $X \in T_p(M^6)$ [11]. Подмногообразие M^6 называется эрмитовым, если индуцированная на нем почти эрмитова структура интегрируема. Напомним [12], что точка $p \in M^6$ называется общей, если $e_0 \notin T_p(M^6)$, где e_0 – единица алгебры Кэли. Подмногообразия, состоящие только из общих точек, называются подмногообразиями общего типа [12]. Все рассматриваемые далее подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$ подразумеваются подмногообразиями общего типа.

3. Прежде чем привести основные результаты данной статьи, отметим, что типовым числом гиперповерхности риманова многообразия называют ранг ее второй квадратичной формы [13].

Теорема 1. *Гиперповерхность Кенмоцу* $(N, \{\Phi, \xi, \eta, g\})$ *6-мерного эрмитова подмногообразия алгебры Кэли является минимальной в том и только том случае, если ее вторая квадратичная форма* σ *удовлетворяет условию* $\sigma(\xi,\xi) = 0$.

Доказательство. Воспользуемся первой группой структурных уравнений почти контактной метрической структуры на гиперповерхности эрмитова подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$ [8]:

$$d\omega^\alpha = \omega^\alpha_\beta \wedge \omega^\beta + B^{\alpha\beta}{}_\gamma \omega^\gamma \wedge \omega_\beta + \left(\sqrt{2}B^{\alpha 3}{}_\beta + i\sigma^\alpha_\beta\right)\omega^\beta \wedge \omega +$$

$$+\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}B^{\alpha\beta}{}_3 + i\sigma^{\alpha\beta}\right)\omega_\beta \wedge \omega,$$

$$d\omega_\alpha = -\omega^\beta_\alpha \wedge \omega_\beta + B_{\alpha\beta}{}^\gamma \omega_\gamma \wedge \omega^\beta + \left(\sqrt{2}B_{\alpha 3}{}^\beta - i\sigma^\beta_\alpha\right)\omega_\beta \wedge \omega +$$

$$+\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}B_{\alpha\beta}{}^3 - i\sigma_{\alpha\beta}\right)\omega^\beta \wedge \omega,$$

$$d\omega = \left(\sqrt{2}B^{3\alpha}{}_\beta - \sqrt{2}B_{3\beta}{}^\alpha - 2i\sigma^\alpha_\beta\right)\omega^\beta \wedge \omega_\alpha + \left(B_{3\beta}{}^3 + i\sigma_{3\beta}\right)\omega \wedge \omega^\beta +$$

$$+\left(B^{3\beta}{}_3 - i\sigma^\beta_3\right)\omega \wedge \omega_\beta.$$

Здесь $\{B^{ab}{}_c\}$ и $\{B_{ab}{}^c\}$ – компоненты тензоров Кириченко [7]. Условимся, что здесь и далее $a,b,c = 1, 2, 3$; $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2$; $k, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$; $\hat{a} = a + 3$.

Поскольку первая группа структурных уравнений структуры Кенмоцу должна иметь вид [6]

$$d\omega^{\alpha} = \omega^{\alpha}_{\beta} \wedge \omega^{\beta} + \omega \wedge \omega^{\alpha};\ d\omega_{\alpha} = -\omega^{\beta}_{\alpha} \wedge \omega_{\beta} + \omega \wedge \omega_{\alpha};\ d\omega = 0,$$

условия, одновременное выполнение которых есть критерий принадлежности почти контактной метрической структуры на N классу Кенмоцу, таковы:

$$\left.\begin{aligned} &\text{а) } B^{\alpha\beta}{}_{\gamma} = 0\text{; б) } \sqrt{2}B^{\alpha 3}{}_{\beta} + i\sigma^{\alpha}_{\beta} = -\delta^{\alpha}_{\beta}\text{; в) } -\frac{1}{\sqrt{2}}B^{\alpha\beta}{}_{3} + i\sigma^{\alpha\beta} = 0\text{;} \\ &\text{г) } \sqrt{2}B^{3\alpha}{}_{\beta} - \sqrt{2}B_{3\beta}{}^{\alpha} - 2i\sigma^{\alpha}_{\beta} = 0\text{; д) } B^{3\beta}{}_{3} - i\sigma^{\beta}_{3} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

и формулы комплексного сопряжения (ф.к.с.), запись которых мы опустим. Из условий $(3)_{\text{в}}$ следует $\sigma^{\alpha\beta} = -\frac{i}{\sqrt{2}}B^{\alpha\beta}{}_{3}$. Проальтернируем это соотношение

$$0 = \sigma^{[\alpha\beta]} = -\frac{i}{\sqrt{2}}B^{[\alpha\beta]}{}_{3} = -\frac{i}{2\sqrt{2}}\left(B^{\alpha\beta}{}_{3} - B^{\beta\alpha}{}_{3}\right) = -\frac{i}{\sqrt{2}}B^{\alpha\beta}{}_{3}.$$

Следовательно, $B^{\alpha\beta}{}_{3} = 0$, а значит, $\sigma^{\alpha\beta} = 0$. Аналогично, из $(3)_{\text{д}}$ получаем $\sigma^{\beta}_{3} = 0$.

Таким образом, условия (3) можно переписать так:

$$\text{а) } B^{\alpha\beta}{}_{\gamma} = 0\text{; б) } \sigma^{\alpha\beta} = 0\text{; в) } \sigma^{\beta}_{3} = 0\text{; г) } \sigma^{\alpha}_{\beta} = i\sqrt{2}B^{\alpha 3}{}_{\beta} + i\delta^{\alpha}_{\beta} \quad (4)$$

и ф.к.с.

Пусть теперь гиперповерхность N будет минимальным подмногообразием эрмитова подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$. Критерием минимальности является условие [14]:

$$g^{ps}\sigma_{ps} = 0, \quad p, s = 1, 2, 3, 4, 5.$$

Матрица контравариантного метрического тензора гиперповерхности N имеет вид [8]

$$(g^{ps}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В силу вышесказанного для гиперповерхности Кенмоцу N эрмитова подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$

$$g^{ps}\sigma_{ps} = g^{\alpha\beta}\sigma_{\alpha\beta} + g^{\hat{\alpha}\hat{\beta}}\sigma_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} + g^{\hat{\alpha}\beta}\sigma_{\hat{\alpha}\beta} + g^{\alpha\hat{\beta}}\sigma_{\alpha\hat{\beta}} + g^{33}\sigma_{33} =$$
$$= g^{\hat{\alpha}\beta}\sigma_{\hat{\alpha}\beta} + g^{\alpha\hat{\beta}}\sigma_{\alpha\hat{\beta}} + g^{33}\sigma_{33}.$$

Из (4) следует

$$g^{ps}\sigma_{ps} = i\sqrt{2}B^{\alpha 3}{}_{\alpha} + 2i - i\sqrt{2}B_{\alpha 3}{}^{\alpha} - 2i + \sigma_{33} = \sigma_{33}.$$

Поэтому $g^{ps}\sigma_{ps} = 0 \Leftrightarrow \sigma_{33} = 0$. Последнее равенство означает, что $\sigma(\xi,\xi) = 0$.

Итак, гиперповерхность Кенмоцу N эрмитова подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$ минимальна в том и только том случае, если $\sigma(\xi,\xi) = 0$, что и требовалось доказать.

Теорема 2. *Гиперповерхность Кенмоцу 6-мерного эрмитова подмногообразия алгебры Кэли минимальна в том и только том случае, если ее типовое число равно четырем.*

Доказательство.

1. Пусть N – минимальная гиперповерхность Кенмоцу эрмитова подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$. Тогда в силу условий (4) и доказанной теоремы 1 матрица второй квадратичной формы гиперповерхности имеет вид

$$\left(\sigma_{ps}\right) = \left(\begin{array}{cc|c|cc} \multicolumn{2}{c|}{\multirow{2}{*}{0}} & 0 & \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{$\sigma_{\alpha\hat{\beta}}$}} \\ & & 0 & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \multicolumn{2}{c|}{\multirow{2}{*}{$\sigma_{\hat{\alpha}\beta}$}} & 0 & \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{0}} \\ & & 0 & & \end{array}\right).$$

Поскольку $\sigma_{\hat{\alpha}\beta} = \overline{\sigma_{\alpha\hat{\beta}}}$, получаем, что $rang(\sigma_{ps}) = 2rang(\sigma_{\hat{\alpha}\beta})$.

Теперь воспользуемся выражениями для компонент тензора Кириченко 6-мерного эрмитова подмногообразия алгебры Кэли [7]:

$$B^{ab}{}_{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}\varepsilon^{abh}D_{hc},$$

где $D_{hc} = \pm T^8_{hc} + iT^7_{hc}$. Здесь $\{T^{\varphi}_{hc}\}$ – компоненты конфигурационного тензора эрмитова подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$ [15]; $\varphi = 7{,}8$; $\varepsilon^{abc} = \varepsilon^{abc}_{123}$, $\varepsilon_{abc} = \varepsilon^{123}_{abc}$ – компоненты тензора Кронекера третьего порядка [16].

Вычислим все компоненты «блока» $(\sigma_{\hat{\alpha}\beta})$ с помощью условия ($4_г$):

$$\sigma_{\hat{1}1} = \sigma^1_1 = i\sqrt{2}B^{13}{}_1 + i\delta^1_1 = i\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}\varepsilon^{13\gamma}D_{\gamma 1}) + i = -iD_{12} + i\,;$$

$$\sigma_{\hat{2}2} = \sigma^2_2 = i\sqrt{2}B^{23}{}_2 + i\delta^2_2 = i\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}\varepsilon^{23\gamma}D_{\gamma 2}) + i = iD_{12} + i\,;$$

$$\sigma_{\hat{1}2} = \sigma^1_2 = i\sqrt{2}B^{13}{}_2 + i\delta^1_2 = i\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}\varepsilon^{13\gamma}D_{\gamma 2}) = -iD_{22}\,;$$

$$\sigma_{\hat{2}1} = \sigma^2_1 = i\sqrt{2}B^{23}{}_1 + i\delta^2_1 = i\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}\varepsilon^{23\gamma}D_{\gamma 1}) = iD_{11}\,.$$

Покажем, что матрица $(\sigma_{\hat{\alpha}\beta})$ не может быть вырожденной. В самом деле

$$\det(\sigma_{\hat{\alpha}\beta}) = (-iD_{12} + i)(iD_{12} + i) - (-iD_{22})(iD_{11}) =$$
$$= (D_{12} - 1)(D_{12} + 1) - D_{11}D_{22} = (D_{12})^2 - D_{11}D_{22} - 1\,.$$

В силу того, что для эрмитова подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$ справедливо тождество [7] $(D_{12})^2 = D_{11}D_{22}$, получаем $\det(\sigma_{\hat{\alpha}\beta}) = -1 \neq 0$.

Итак, матрица $(\sigma_{\hat{\alpha}\beta})$ не может быть вырожденной, ее ранг равен двум, и поэтому $rang(\sigma_{ps}) = 4$, т.е. типовое число гиперповерхности N равно четырем.

2. Если же гиперповерхность Кенмоцу N эрмитова подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$ не является минимальной, то типовое число, согласно условиям (4), будет вычисляться так: $t = 2rang(\sigma_{\hat{\alpha}\beta}) + 1$. Следовательно, t – нечетное число, поэтому оно не может равняться четырем.

Следствие 1. Минимальная гиперповерхность Кенмоцу эрмитова подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$ не может быть вполне геодезической.

Естественно поставить вопрос: а может ли минимальная гиперповерхность Кенмоцу N эрмитова $M^6 \subset \mathbf{O}$ быть его вполне омбилическим подмногообразием?

Если допустить, что ответ на этот вопрос утвердительный, то тогда

$$\sigma_{ps} = \lambda g_{ps}, \quad \lambda - const\ ,$$

и, учитывая условия (4), получим $\lambda = 0$, что противоречит следствию 1. Таким образом, справедливо следствие 2.

Следствие 2. Минимальная гиперповерхность Кенмоцу эрмитова подмногообразия $M^6 \subset \mathbf{O}$ не может быть вполне омбилической.

Если же исключить требование минимальности для вполне омбилической гиперповерхности Кенмоцу 6-мерного эрмитова подмногообразия алгебры Кэли, то снова в силу условий (4) получим

$$\sigma_{33} = \lambda\ ,\ -iD_{12} + i = \lambda\ ,\ iD_{12} + i = \lambda\ ,\ iD_{11} = 0\ ,\ -iD_{22} = 0\ . \qquad (5)$$

Из соотношений (5) вытекает, что $D_{kj} = 0$. Таким образом, если допустить, что через каждую точку M^6 проходит вполне омбилическая гиперповерхность Кенмоцу, то условие

$$D_{kj} = 0 \qquad (6)$$

выполняется в каждой точке M^6. Но условие (6) есть критерий келеровости для 6-мерных почти эрмитовых подмногообразий алгебры октав [7]. Доказана

Теорема 3. *Если через всякую точку 6-мерного эрмитова подмногообразия* M^6 *алгебры Кэли проходит вполне омбилическая гиперповерхность Кенмоцу, то* M^6 *– келерово многообразие.*

Список литературы

1. *Арнольд В.И.* Математические методы классической механики. М.: Наука, 1989. 469 с.
2. *Харт Н.* Геометрическое квантование в действии. М.: Мир, 1985. 344 с.
3. *Kiritchenko V.F.* Sur la gèomètrie des variètès approximativement cosymplectiques // C.R. Acad. Sci. Paris, 1982. Ser. 1. Vol. 295. №12. P. 673 – 676.
4. *Blair D.E.* Contact manifolds in Riemannian geometry // Lect. Notes Math. 1976. Vol. 509. P.1 – 145.
5. *Kenmotsu K.* A class of almost contact Riemannian manifolds // Tôhoku Math. J. 1972. Vol. 24. P. 93 – 103.
6. *Кириченко В.Ф.* О геометрии многообразий Кенмоцу // ДАН. 2001. Т. 380. № 5. С. 585 – 587.
7. *Banaru M.* Six theorems on six-dimensional Hermitian submanifolds of Cayley algebra // Изв. АН Республики Молдова. 2000. Т. 34. № 3. С. 3 – 10.

8. *Idem.* On six-dimensional Hermitian submanifolds of Cayley algebra satisfying the G-cosymplectic hypersurfaces axiom // Annuaire de l'universite de Sofia «St. Kl. Ohridski». 2000. T. 94. P. 91 – 96.

9. *Он же.* Две теоремы о косимплектических гиперповерхностях 6-мерных эрмитовых подмногообразиях алгебры Кэли // Изв. вузов. Сер. мат. 2002. №1. С. 9 – 12.

10. *Арсеньева О.Е., Кириченко В.Ф.* Автодуальная геометрия обобщенных эрмитовых поверхностей // Математический сборник. 1998. Т.189. №1. С. 21 – 44.

11. *Gray A.* Vector cross products on manifolds // Trans. Amer. Math. Soc. 1969. Vol. 141. P. 465 – 504.

12. *Кириченко В.Ф.* Эрмитова геометрия 6-мерных симметрических подмногообразий алгебры Кэли // Вестн. МГУ. Сер. мат., мех. 1994. № 3. С. 6 – 13.

13. *Kurihara H.* The type number on real hypersurfaces in a quaternionic space form // Tsukuba J. Math. 2000. Vol. 24. P.127 – 132.

14. *Норден А.П.* Теория поверхностей. М.: Изд-во ГИТТЛ, 1956. 260 с.

15. *Gray A.* Some examples of almost Hermitian manifolds // Illinois J. Math. 1966. Vol. 10. № 2. P. 353 – 366.

16. *Лихнерович А.* Теория связностей в целом и группы голономий. М.: Изд-во ИИЛ, 1960. 216 с.

M. Banaru

ON KENMOTSU HYPERSURFACES IN SIX-DIMENSIONAL HERMITIAN SUBMANIFOLDS OF CAYLEY ALGEBRA

It is proved that a Kenmotsu hypersurface in a six-dimensional Hermitian submanifold of Cayley algebra is minimal if and only if its type number is equal to four. It is also proved that a Kenmotsu hypersurface in a six-dimensional Hermitian submanifold of the octave algebra cannot be totally umbilical.

УДК 514.75

О.О. Белова
(Калининградский государственный университет)

СВЯЗНОСТИ ТРЕХ ТИПОВ В РАССЛОЕНИИ НАД ОБЛАСТЬЮ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА

В проективном пространстве рассмотрена область, описанная точкой. Над областью возникает главное расслоение, типовым слоем которого является подгруппа стационарности точки.