

УДК 621.391, 621.396, 621.369

**В. А. Пахотин, С. В. Молостова, В. А. Бессонов**

### **ФИЛЬТРАЦИЯ РАДИОИМПУЛЬСОВ МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ**

*Представлено решение задачи разрешения двух радиоимпульсов методом максимального правдоподобия. Получены выражения для оптимальной обработки совокупности двух радиоимпульсов в области их ортогональности и в области, когда радиоимпульсы неортогональны, а также выражения для дисперсии параметров радиоимпульсов (дисперсии Рао-Крамера). Приведены результаты модельных расчетов, иллюстрирующих возможности разрешения двух радиоимпульсов методом максимального правдоподобия. Дана оценка области решения задачи разрешения двух радиоимпульсов методом максимального правдоподобия.*

*This article presents a solution to the problem of resolution of two radio impulses through the maximum likelihood method. The authors have obtained expressions for the optimum processing of a set of two radio impulses in the domains of their orthogonality and non-orthogonality, as well as expressions for the dispersion of radio impulse parameters (Rao-Cramér dispersion). The article presents the results of model calculations showing the possibilities of resolving two radio impulses using the maximum likelihood method. The authors assess the area of solution of the problem of resolving two radio impulses using the maximum likelihood method.*

**Ключевые слова:** теория оптимального приема, метод максимального правдоподобия, корреляционная функция, область ортогональности, неортогональности сигналов, дисперсия Рао-Крамера.

**Key words:** optimum reception theory, maximum likelihood method, correlation function, domain of orthogonality, non-orthogonality of signals, Rao-Cramér dispersion.



## Введение

В области обработки сигналов одной из важных задач становится разделение (фильтрация) радиоимпульсов, содержащихся в принятом сообщении, с оценкой времени приема и амплитуды. Для решения этой задачи используется корреляционная обработка. Однако она имеет релейское ограничение, позволяющее разделять лишь ортогональные радиоимпульсы, то есть такие радиоимпульсы, различие по времени приема которых более длительности радиоимпульса. В системах локации, если отраженные от двух близких по дальности целей радиоимпульсы являются неортогональными, то принимается решение о приеме сигнала от одной цели. В системах связи с временным разделением каналов, в системах телевидения для приема лишь ортогональных радиоимпульсов создают между ними защитные интервалы, в результате чего пропускная способность каналов связи, каналов телевидения уменьшается.

В настоящей работе задача разделения (фильтрации) радиоимпульсов решается на основе положений теории оптимального приема [1; 2] методом максимального правдоподобия. В этом случае возможно разделение неортогональных радиоимпульсов с оценкой амплитуд, фаз, времен приема. В работе приводятся основы теории, результаты модельных расчетов при решении задачи разделения двух неортогональных радиоимпульсов, содержащихся в принятом сообщении. На основе выражения для дисперсии Рао-Крамера оценивается область, в которой возможно решение задачи неортогональных радиоимпульсов.

## Основы теории

Запишем принятое сообщение  $\hat{y}(t)$  в комплексном виде:

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_1 e^{i\omega(t-t_1)} + \hat{U}_2 e^{i\omega(t-t_2)} + \hat{U}_u(t), \quad (1)$$

где  $\hat{U}_1, \hat{U}_2$  – комплексные амплитуды двух радиоимпульсов;  $\omega$  – круговая частота;  $t_1, t_2$  – время приема первого и второго радиоимпульсов;  $\hat{U}_u(t)$  – аддитивный шум с нормальным распределением, средним значением, равным нулю, дисперсией  $\sigma^2$  и интервалом корреляции  $\tau_k$ .

На основании (1) запишем логарифм функции правдоподобия [1; 2]:

$$\ln(L(\bar{\lambda}')) = -\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1' e^{i\omega(t-t_1')} + \hat{U}_2' e^{i\omega(t-t_2')} \right|^2 dt, \quad (2)$$

где  $\bar{\lambda}'$  – вектор оцениваемых параметров двух радиоимпульсов; штрихами обозначены оцениваемые параметры радиоимпульсов.



Логарифм функции правдоподобия представляет собой плотность распределения, максимум которой дает наиболее правдоподобную оценку параметров сигнала. В связи с этим, дифференцируя (2) по амплитудам  $\hat{U}'_1, \hat{U}'_2$  и приравнявая дифференциалы к нулю, можно получить систему двух уравнений. Решая эту систему относительно оценочных амплитуд, получим

$$\begin{aligned} \hat{U}'_1 &= \frac{\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega(t-t'_1)}} - \hat{R}\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega(t-t'_2)}}}{1 - |\hat{R}|^2}; \\ \hat{U}'_2 &= \frac{\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega(t-t'_2)}} - \hat{R}^*\overline{\hat{y}(t)e^{-i\omega(t-t'_1)}}}{1 - |\hat{R}|^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где черта сверху означает интегрирование по  $t$ ;  $\hat{R} = \overline{e^{i\omega(t_2-t_1)}}$  – нормированный коэффициент корреляции двух радиоимпульсов;  $\hat{R}^*$  – комплексно-сопряженный коэффициент корреляции.

Оценочные значения амплитуд  $\hat{U}'_1, \hat{U}'_2$  в (3) зависят от неизвестных оценочных времен приема  $t'_1, t'_2$ . В связи с этим подставим выражения из (3) в функционал правдоподобия

$$\Delta(t'_1, t'_2) = \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{U}'_1 e^{i\omega(t-t'_1)} + \hat{U}'_2 e^{i\omega(t-t'_2)} \right|^2 dt. \quad (4)$$

Этой подстановкой исключается зависимость функционала от амплитуд  $\hat{U}'_1, \hat{U}'_2$ , и функционал (4) будет представлять собой поверхность в двухмерном пространстве  $t'_1, t'_2$ . Максимум этой поверхности определяет решение – оценочные значения амплитуд  $\hat{U}'_1, \hat{U}'_2$  и времен приема  $t'_1, t'_2$ . Значение функционала (4) в минимуме определяет дисперсию шума  $\sigma^2$ .

Дадим оценку дисперсий амплитуд радиоимпульсов в минимуме поверхности функционала при  $\hat{U}'_1 = \hat{U}_1, \hat{U}'_2 = \hat{U}_2, t'_1 = t_1, t'_2 = t_2$ . Для этого получим элементы информационной матрицы Фишера согласно выражению [1; 2]

$$J_{ij} = -M \left( \frac{d^2(\ln(L(\bar{\lambda})))}{d\lambda_i d\lambda_j} \right) \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, \quad (5)$$

где  $M$  – оператор математического ожидания;  $\lambda'_i = \hat{U}'_i, \lambda'_j = \hat{U}'_j$ .



Выполнив дифференцирование, получим информационную матрицу Фишера:

$$\hat{J} = \frac{T}{\sigma^2 \tau_k} \begin{pmatrix} 1 & \hat{R} \\ \hat{R}^* & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Диагональные элементы матрицы  $\hat{D}$ , обратной матрице Фишера, определяют дисперсии амплитуд  $D_{u1}$ ,  $D_{u2}$ :

$$D_{u1} = D_{u2} = \frac{\sigma^2}{N(1 - |\hat{R}|^2)}, \quad (7)$$

где  $N = \frac{T}{\tau_k}$  – количество некоррелированных отсчетов шума.

Выражение для дисперсий (7) при  $|\hat{R}| = 0$  определяет дисперсию амплитуд ортогональных радиоимпульсов ( $D_{u0}$ ); следовательно, относительная дисперсия амплитуд будет

$$\frac{D_u}{D_{u0}} = \frac{1}{1 - |\hat{R}|^2}. \quad (8)$$

При изменении модуля коэффициента корреляции в пределах  $0 \div 0,9$  относительная дисперсия увеличивается незначительно ( $0 \div 7$  дБ). В области, где  $|\hat{R}| > 0,9$ , относительная дисперсия резко увеличивается. Таким образом, областью полученного решения можно считать область, в которой модуль коэффициента корреляции меняется в пределах  $0 \div 0,9$ .

### Результаты модельных расчетов

В модельных расчетах приняты следующие значения параметров двух радиоимпульсов: амплитуды  $U_1 = 1$ ,  $U_2 = 0,8$ , начальные фазы  $\varphi_1 = 30^\circ$ ,  $\varphi_2 = 230^\circ$ , время приема  $t_1 = 80$  мс,  $t_2 = 90$  мс длительность радиоимпульсов  $T = 80$  мс, частота  $f = 100$  КГц, интервал между отсчетами  $\tau_k = 1$  мс.

На рисунке 1 показан вид суперпозиции двух радиоимпульсов при коэффициенте корреляции  $|\hat{R}| = 0,875$ . При использовании классического корреляционного анализа корреляционная функция имеет сложный вид (рис. 2) и не позволяет дать оценку времен приема и амплитуд двух радиоимпульсов.

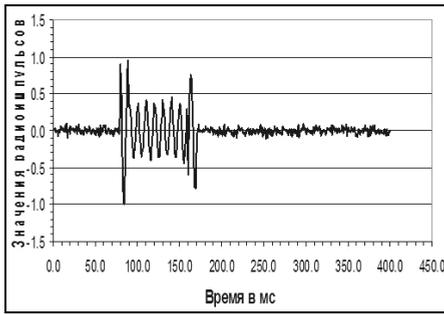


Рис. 1. Суперпозиция двух неортогональных радиопульсов.  
 $R = 0,875$

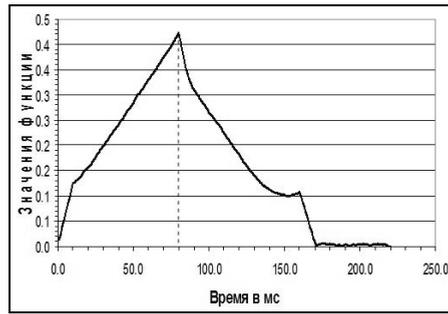


Рис. 2. Огибающая функции корреляции при  $R = 0,875$

На рисунке 3 показаны три корреляционные функции. Корреляционная функция (ряд 3) получена классическим корреляционным анализом. Корреляционные функции (ряд 1 и 2) получены с использованием метода максимального правдоподобия. Максимумы этих корреляционных функций дают оценки амплитуд и времен приема двух радиопульсов. Данный результат показывает, что на основе метода максимального правдоподобия возможно создание адаптивного корреляционного фильтра, который фильтрует (разделяет) радиопульсы с оценкой времен приема и амплитуд.

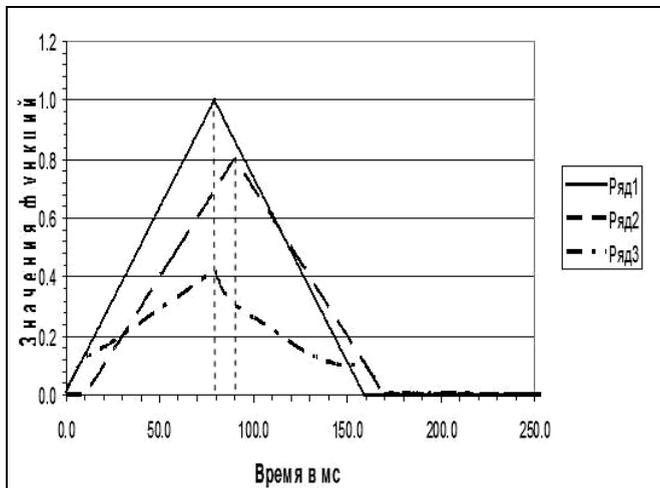


Рис. 3. Огибающие корреляционных функций при  $R = 0,875$

На рисунке 4 приведена зависимость оценок времени приема  $t'_1, t'_2$  при изменении времени приема второго радиопульса  $t'_2$ . Данный рисунок позволяет оценить разрешающую способность метода максимального правдоподобия. Классический корреляционный анализ разрешает радиопульсы, если  $|t_2 - t_1| \geq 80$  мс (в этом случае  $t_2 \geq 160$  мс).



Метод максимального правдоподобия позволяет разрешать радиоимпульсы, если  $|t_2 - t_1| \geq 2$  мс. Следовательно, разрешающая способность может быть увеличена в  $\sim 40$  раз.

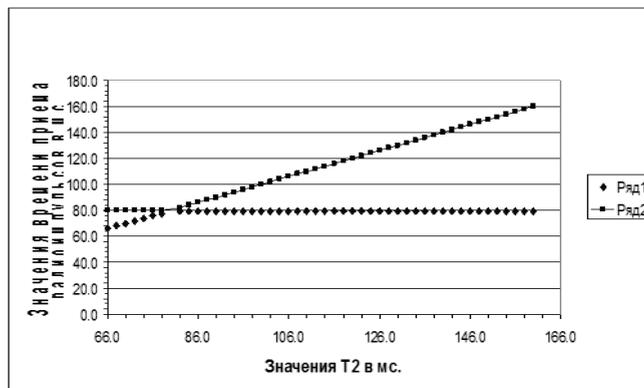


Рис. 4. Зависимости времени приема от T2.  $U_c/U_{ш} = 28$  дБ

### Заключение

В настоящей работе представлено решение задачи разрешения двух радиоимпульсов методом максимального правдоподобия. Изложены элементы теории. Приведены результаты модельных расчетов, иллюстрирующие возможности метода. Основным результатом работы заключается в следующем. Метод максимального правдоподобия позволяет разрешать неортогональные радиоимпульсы при коэффициенте взаимной корреляции, достигающем значения 0,9 при отношении сигнал/шум более 10 дБ. Это позволяет в системах связи с временным разделением радиоимпульсов увеличить пропускную способность каналов связи.

### Список литературы

1. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем : учебное пособие для вузов. М., 2003.
2. Пахотин В.А., Бессонов В.А., Молостова С.В., Власова К.В. Курс лекций для радиофизических специальностей. Калининград, 2008.
3. Пахотин В.А., Пахотина К.В., Жукова Н.В. Метод обработки данных, полученных при приеме ионосферных сигналов // Геомагнетизм и аэронавигация. 2004. Т. 44, № 4. С. 511 – 517.
4. Пахотин В.А., Бессонов В.А., Иванова С.В. и др. Частотное разделение сигналов в области высокой корреляции несущих частот // Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2005. Вып. 4. С. 117 – 123.
5. Власова К.В., Пахотин В.А., Власов А.А., Брух Я.Р. Решение задачи разрешения по дальности в локации методом максимального правдоподобия // XIV Международная научно-практическая конференция «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж, 2007. С. 344 – 353.



### **Об авторах**

Валерий Анатольевич Пахотин — д-р физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: VPakhotin@kantianf.ru

Светлана Валерьевна Молостова — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: VPakhotin@kantianf.ru

Владимир Александрович Бессонов — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: VBessonov@kantiana.ru

67

### **About the authors**

Prof. Valery Pakhotin, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: VPakhotin@kantiana.ru

Dr Svetlana Molostova, Associate Professor, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: VPakhotin@kantiana.ru

Dr Vladimir Bessonov, Associate Professor, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: VBessonov@kantiana.ru