УДК 519.6

В. А. Миряха, А. В. Санников, И. Б. Петров

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ГИДРОУПРУГИХ ЗАДАЧАХ РАЗРЫВНЫМ МЕТОДОМ ГАЛЕРКИНА НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ ТРЕУГОЛЬНЫХ СЕТКАХ

С помощью разрывного метода Галёркина на треугольных неструктурных сетках моделируется волновые процессы в гидроупругих задачах, в частности, в задачах шельфовой сейсморазведки, исследовании модели флюидонасыщенной трещины в сейсморазведке, при моделировании возмущений от подводных объектов.

Wave propagation through coupled elastic-acoustic media for marine seismology, comparison of reflected waves in fluid-filled and infinite thin crack model and underwater objects detection are simulated using discontinuous Galerkin method on triangle unstructured meshes.

Ключевые слова: разрывный метод Галёркина, механика деформируемого твердого тела, гидроупругие задачи, шельфовая сейсморазведка, модель флюидонасыщенной трещины.

Key words: discontinuous Galerkin method, the mechanics of deformable solids, wave problems in coupled elastic-acoustic media, marine seismology, fluid-filled crack, structural acoustics.

Введение

Данная работа посвящена численному моделированию волновых процессов в контактирующих акустической и упругой средах. Из-за волновой специфики в задачах такого типа применяются численные методы с высоким порядком сходимости по пространственным координатам и времени. К таким методам относится использованный авторами разрывный метод Галёркина.

1. Постановка задачи

Для описания динамических процессов в твердых телах используем модель упругого твердого тела с реологическими соотношениями, соответствующими линейной связи напряжений и деформаций в виде закона Гука для изотропных тел, в жидкостях — модель идеальной жидкости [1]:

- среда сжимаемая, где плотность изменяется за счет изменения давления, то есть $\rho = \rho(p)$;
- среда невязкая;
- нет потока через замкнутую поверхность, то есть $\nabla \cdot \mathbf{v}_0 = 0$, где $\mathbf{v}_0, p_0, \rho_0$ — решение стационарного уравнения Эйлера;
- флуктуации давления и плотности малы: $\rho' \ll \rho_0, p' \ll p_0$.

Соответствующие линейные системы уравнений упругости и акустики в явном виде выписаны, например, в [2].

Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2014. Вып. 10. С. 16 – 20.

2. Численный метод

Для решения системы дифференциальных уравнений гиперболического типа в частных производных второго порядка используется разрывный метод Галёркина [3]. В данной работе в качестве системы базисных полиномов использовались полиномы Лагранжа [4]. Интегрирование по времени проводилось с помощью 7-стадийного интегратора Дорманда — Принтца 5-го порядка с адаптивным шагом по времени.

3. Гидроупругие задачи

Имеется довольно большой класс задач, в которых требуется моделирование контакта упругой и акустической сред: задачи сейсморазведки, дефектоскопии, травматологии, исследования землетрясений, обнаружения подводных объектов. В данной работе использовался подход [5], суть которого заключается в аналитическом решении задачи Римана [6] на контакте акустической и упругой сред.

3.1. Шельфовая сейсморазведка

В данный момент сейсморазведка на шельфе арктических морей — это одно из очень перспективных направлений, которое тесно связано с большим потенциалом добычи углеводородов в северных регионах России.

Разрывный метод Галёркина позволяет использовать полиномы высокого порядка, тем самым добиваясь высокого порядка сходимости по пространственным координатам, что является критичным при моделировании волновых процессов в гетерогенных средах, которые, в свою очередь, играют ключевую роль для задач сейсморазведки.

На рисунке 1 приведен пример расчета волновой картины, инициированной серией синхронных сферических взрывов в многослойной среде, верхний слой которой имеет акустические характеристики с параметрами воды, остальные — упругие характеристики, соответствующие грунтам [7].

С целью увеличения контрастности изображения показана величина $\sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2}$, где v — абсолютная величина скорости. В расчете использовались полиномы 8-го порядка.

3.2. Исследование модели флюидонасыщенной трещины в сейсморазведке

В качестве модели нефтесодержащих трещин при численном исследовании откликов в задачах сейсморазведки зачастую используется модель [8; 9] бесконечно тонкой флюидонасыщенной трещины, основное преимущество которой — отсутствие необходимости сильного измельчения расчетной сетки в трещиноватой области, что приводит значительному увеличению времени счета. Исследовалось отличие волновых откликов от флюидонасыщенного разлома с размерами $1\,\text{м} \times 100\,\text{м}$ (см. рис. 2) и бесконечно тонкой трещины (см. рис. 3) в одинаковые моменты времени.

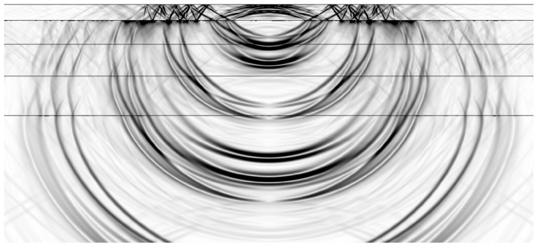

Рис. 1. Волновая картина в многослойной среде

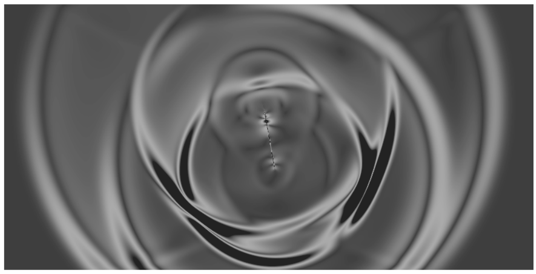

Рис. 2. Отклик от флюидонасыщенного разлома

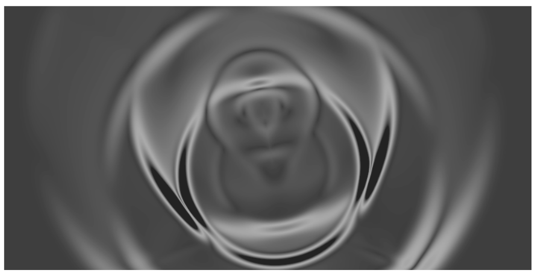

Рис. 3. Отклик от бесконечно тонкой трещины

Обычно наблюдается существенное различие волновых картин, которое связано с конечностью размера разлома в первом. На рисунке 4 показаны так называемые волны Крауклиса, характерные для случая трещины конечного размера [10]. В этих расчетах использовались полиномы 4-го порядка.

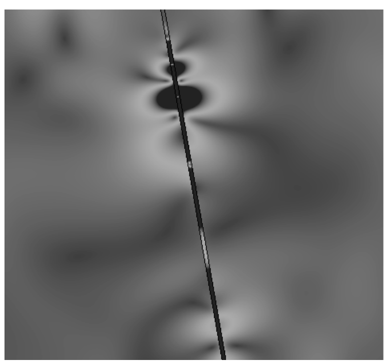

Рис. 4. Волны Крауклиса во флюидонасыщенном разломе

Планируется исследовать влияние на отклик конечности трещины с отношением продольных и поперечных размеров $1:10^3 \div 1:10^4$, которые уже встречаются в практических задачах сейсморазведки.

3.3. Моделирование возмущений от подводных объектов

Спектр задач гидроакустики велик [11]. Одна из них — задача обнаружения подводных объектов, которую решают активным и пассивным методами. В данной работе проводилось численное моделирование пассивного способа обнаружения. Решалась только прямая задача генерации возмущения объектом. На рисунке 5 приведена волновая картина возмущений в толще воды в результате низкочастотной вибрации обшивки объекта. В расчете использовались полиномы 4-го порядка.

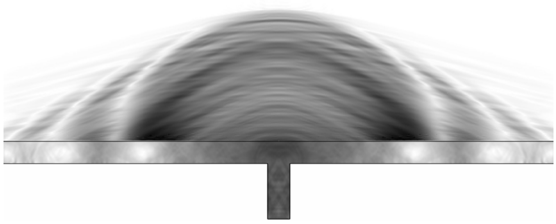

Рис. 5. Волновая картина от низкочастотной вибрации обшивки объекта

Заключение

Был рассмотрен высокоточный численный метод, позволяющий рассчитывать широкий круг волновых задач в акустических и упругих средах, а также постановку контактных условий между ними. Данный метод был реализован и показал хорошие показатели точности и производительности на прикладных задачах, включая задачи шельфовой сейсморазведки, исследования модели флюидонасыщенной трещины в сейсморазведке и моделирования возмущений от подводных объектов.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 14-11-00263.

Список литературы

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. М., 1987. Т. 7.

2. *Käser M., Dumbser M.* Highly. Accurate discontinuous Galerkin method for complex interfaces between solids and moving fluids // Geophysics. 2008. № 73(3).

3. *Käser M., Dumbser M.* An arbitrary high order discontinuous Galerkin method for elastic waves on unstructured meshes I: The two-dimensional isotropic case with external source terms // Geophys. J. Int. 2006. № 166. P. 855—877.

4. *Hesthaven J. S., Warburton T.* Nodal discontinuous Galerkin methods: algorithms, analysis, and applications. Texts in Applied Mathematics. Springer, 2008. Vol. 54.

5. *Wilcox L. C., Stadler G., Burstedde C. et al.* A high-order discontinuous Galerkin method for wave propagation through coupled elastic–acoustic media // J. of Comp. Phys. 2010. № 229. P. 9373—9396.

6. *LeVeque R. L.* Finite volume methods for hyperbolic problems. Cambridge, 2002.

7. *Голубев В. И., Петров И. Б., Хохлов Н. И.* Численное моделирование сейсмической активности сеточно-характеристическим методом // Журнал вычисл. мат. и мат. физ. 2013. Т. 53, № 10. С. 1709—1720.

8. *Муратов М. В., Петров И. Б.* Расчет волновых откликов от систем субвертикальных макротрещин с использованием сеточно-характеристического метода // Математическое моделирование. 2013. Т. 25, № 3. С. 89—104.

9. *Квасов И. Е., Петров И. Б.* Численное моделирование волновых процессов в геологических средах в задачах сейсморазведки с помощью высокопроизводительных ЭВМ // Журнал вычисл. мат. и мат. физики. 2012. Т. 52, № 2. С. 330—341.

10. *Frehner M.* Krauklis wave initiation in fluid-filled fractures by seismic body waves // Geophysics. 2014. Vol. 79, № 1. C. 27—35.

11. *Etter P. C.* Underwater acoustic modelling and simulation. L., 2003.

Об авторах

Владислав Андреевич Миряха — асп., ассист., Московский физико-технический институт, Долгопрудный.

E-mail: vlad.miryaha@gmail.com

Александр Владимирович Санников — асп., ассист., Московский физико-технический институт, Долгопрудный.

E-mail: donxenapo@gmail.com

Игорь Борисович Петров — д-р физ.-мат. наук, профессор, чл.-кор. РАН, Московский физико-технический институт, Долгопрудный.

E-mail: petrov@mipt.ru

About the authors

Vladislav Miryakha — PhD student, Ass., Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny.

E-mail: vlad.miryaha@gmail.com

Alexandr Sannikov — PhD student, Ass., Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny.

E-mail: donxenapo@gmail.com

Prof. Igor Petrov — corresponding member of RAS, Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny.

E-mail: petrov@mipt.ru