

УДК 51(092)

М. Б. Банару, Г. А. Банару

Смоленский государственный университет, Россия

mihail.banaru@yahoo.com

doi: 10.5922/0321-4796-2023-54-1-4

Об основных достижениях В. Ф. Кириченко в теории дифференцируемых многообразий

Описаны основные результаты выдающегося отечественного геометра Вадима Фёдоровича Кириченко в теории почти эрмитовых и почти контактных метрических многообразий.

Ключевые слова: дифференцируемое многообразие, почти эрмитово многообразие, почти контактное метрическое многообразие, многообразие Кенмоцу

1. В мае 2022 года исполнилось 75 лет со дня рождения отечественного геометра Вадима Фёдоровича Кириченко (1947—2021), профессора, доктора физико-математических наук. Научная карьера В. Ф. Кириченко была тесно связана с механико-математическим факультетом Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, где он получил образование и защитил кандидатскую и докторскую диссертации, а также с Московским энергетическим институтом и Московским педагогическим государственным университетом. В МПГУ В. Ф. Кириченко проработал пятнадцать лет в должности заведующего кафедрой геометрии.

2. Вадим Фёдорович Кириченко был разносторонним специалистом. Первой его значительной работой, которая не ут-

Поступила в редакцию 02.05.2023 г.

© Банару М. Б., Банару Г. А., 2023

ратила актуальности и в настоящее время, была статья в «Вестнике МГУ» о 6-мерных приближенно келеровых подмногообразиях алгебры октав [1]. Этой тематикой в то время, в начале 70-х годов прошлого века, занимались многие известные геометры, среди которых особо выделялся американский специалист Альфред Грей. В. Ф. Кириченко удалось быстро освоить данную тематику (геометрию почти эрмитовых многообразий) и получить интересные и значительные результаты в данном направлении. Со временем научные интересы молодого отечественного геометра существенно расширились — Вадим Фёдорович стал получать результаты в области геометрии почти контактных метрических структур, почти кватернионных структур и др.

Если кратко охарактеризовать область, в которой В. Ф. Кириченко много лет плодотворно работал, то это многомерная дифференциальная геометрия, главным образом такой ее объемный и важнейший раздел, как геометрия дифференцируемых многообразий. Главные научные достижения В. Ф. Кириченко заключаются в разработке и применении методов исследования упомянутых выше и других дифференциально-геометрических структур, получении новых прорывных результатов в каждом из выбранных им направлений. Метод так называемых присоединенных G -структур был известен и ранее, но именно Вадим Фёдорович осуществил точное и результативное применение этого метода к изучению различных структур на многообразиях.

Отметим удивительную восприимчивость В. Ф. Кириченко ко всему новому, к достижениям коллег, а позже и к достижениям своих учеников. Особое место в его становлении как геометра мирового уровня занимает коллектив механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, где Вадим Фёдорович получил образование, окончил аспирантуру, защитил кандидатскую и докторскую диссертации. Значительную роль в судьбе В. Ф. Кириченко сыграл его научный руководитель — известнейший советский специалист в обла-

сти дифференциальной геометрии Анатолий Михайлович Васильев. Школа мехмата МГУ внесла, на наш взгляд, существенный вклад в становление Вадима Фёдоровича не только как ученого; она стала той благодатной почвой, на которой поддержку и развитие получили и многие его человеческие качества, ярко проявившиеся в годы обучения в МГУ: чувство достоинства, независимость.

Работа референтом в отделе геометрии ВИНТИ была полезна В.Ф. Кириченко в его собственной профессиональной деятельности, поскольку в ходе этой работы молодой специалист имел возможность оперативно знакомиться практически со всеми статьями и книгами, которые выходили по близкой ему тематике. Весьма существенное влияние на Вадима Фёдоровича оказали коллеги-геометры — и те, что окружали его на месте работы, и те, с кем он сотрудничал как ученый. Отметим, что Вадим Фёдорович имел разнообразные научные связи с представителями геометрических школ Казани, Минска, Одессы и других городов на советском и постсоветском пространстве.

В немалой степени своими успехами В.Ф. Кириченко был обязан своей супруге Ольге Евгеньевне Арсеньевой, которая была ему и добрым помощником, и верным другом. Она помогала ему в научной работе, во всем поддерживала.

3. В.Ф. Кириченко является автором большого числа научных работ по тематике проводившихся им исследований. В обзоре [2] указано более 140 его научных и учебно-методических работ; в ZbMATH выделены 122 статьи В.Ф. Кириченко, опубликованные в журналах высокого уровня.

На наш взгляд, монография «Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях» [3] — это тот труд, который будет еще в течение продолжительного времени востребован как начинающими исследователями, так и опытными специалистами в области дифференциальной геометрии. Тщательно и продуманно написанная книга содержит не только обширный набор вводных сведений, но и многие результаты,

полученные Вадимом Фёдоровичем. Наиболее интересны, по нашему мнению, восьмая, девятая и двенадцатая главы этой монографии. В них излагаются основы геометрии почти эрмитовых, приближенно келеровых и почти контактных многообразий. Такого изложения этих современных и активно развивающихся разделов дифференциальной геометрии нет ни в одном другом отечественном издании. В.Ф. Кириченко формулирует основные определения и ключевые результаты по соответствующим темам, приводит краткие, но строгие доказательства. Собрав воедино и систематизировав результаты в каждом из перечисленных выше разделов дифференциальной геометрии, он дает специалисту, осваивающему его труд, основу для продвижения вперед, для получения новых результатов. Книга содержит все важнейшие достижения геометров различных школ и направлений, показывает взаимосвязь между их результатами. Остается лишь сожалеть, что монография В.Ф. Кириченко издана только на русском языке. Англоязычное издание, без сомнения, было бы востребовано во всем мире, особенно в Индии, Китае и других странах азиатско-тихоокеанского региона, куда медленно, но верно смещается центр развития мировой дифференциальной геометрии (а возможно, и математики в целом). Как ни печально признавать, но для развития мировой науки полезнее, когда серьезная монография по математике сразу выходит на английском языке. Если книгу В.Ф. Кириченко перевести на английский язык и опубликовать в хорошем издательстве, то она займет то место, которого достойна. Эта монография сопоставима по своему уровню и качеству с известнейшей книгой Яно и Кона [4].

Гораздо труднее выделить статьи В.Ф. Кириченко с самыми важными результатами. Как мы уже отмечали, Вадим Фёдорович был очень разносторонним математиком, который брался за самые сложные задачи; часто это были задачи на стыке различных направлений или связанные с глубокими обобщениями. Все же назовем пятерку его самых интересных, на наш взгляд, работ. Конечно, мы не претендуем на объективность, поскольку это в первую очередь работы по близкой нам тематике, хорошо нам знакомые.

Начнем с упомянутой выше первой значительной работы В. Ф. Кириченко [1]. Уже в ней были получены результаты такого уровня — прежде всего по вопросу классификации 6-мерных приближенно келеровых подмногообразий алгебры Кэли, — что статья эта поставила Вадима Фёдоровича в один ряд с ведущими геометрами в данной области. К тематике 6-мерных почти эрмитовых подмногообразий алгебры Кэли В. Ф. Кириченко возвращался неоднократно — и в начале 80-х, и в начале 90-х годов; позднее он получил гораздо более мощные результаты в данной области, но именно эта первая его работа послужила основой значительной части его научных достижений как в данной области, так и во многих других.

Обзор [5] представляет особую ценность как труд, глубоко связывающий эрмитову и контактную геометрии, под которыми мы понимаем геометрии почти эрмитовых и почти контактных многообразий, соответственно. О разнообразных связях между этими важнейшими разделами современной дифференциальной геометрии было известно давно — наверное, с 50-х годов прошлого века. Однако именно работа [5] показала, что разработанные В. Ф. Кириченко универсальные методы позволяют как получать значительные результаты в каждой из этих областей, так и открывать новые направления для плодотворных исследований. Если мы говорим о статье [1] как о серьезной заявке В. Ф. Кириченко стать большим геометром, то выход в печать обзора [5] — это своего рода подтверждение этой заявки. Можно сказать, что именно данный обзор стал тем рубежом, переход через который превратил молодого многообещающего исследователя в Ученого с большой буквы.

Статьи [6] и [7] посвящены контактной геометрии, под которой обычно понимают геометрию почти контактных метрических структур. Они написаны в то время, когда Вадим Фёдорович был, на наш взгляд, в наилучшей «научной форме». Речь идет о рубеже XX и XXI веков. Уже миновали хлопоты, связанные с защитой докторской диссертации, организацией ас-

пирантуры, разработкой сложных спецкурсов. В. Ф. Кириченко получал новые сильные результаты, публиковал статьи и пособия, выступал на конференциях и семинарах; под его руководством один за другим защищали диссертации его ученики.

Статья [6] в «Докладах Академии наук» была подготовлена Вадимом Фёдоровичем на основе выступления на семинаре по дифференциальной геометрии и ее приложениям на мехмате МГУ (руководитель — академик А. Т. Фоменко). Там он представил новые результаты в области геометрии многообразий Кенмоцу, которые вместе с различными их обобщениями были в то время, пожалуй, самыми популярными объектами исследования в контактной геометрии. Эти результаты ставят его в первый ряд специалистов в данном разделе дифференциальной геометрии. Среди прочего В. Ф. Кириченко доказал следующие замечательные теоремы [6]:

Теорема 1. *Класс многообразий Кенмоцу совпадает с классом почти контактных метрических многообразий, получаемых из косимплектических многообразий каноническим конциркулярным преобразованием косимплектической структуры.*

Теорема 2. *Многообразие Кенмоцу является пространством постоянной кривизны -1 тогда и только тогда, когда оно канонически конциркулярно многообразию $S^n \times R$, снабженному канонической косимплектической структурой. Не существует многообразий Кенмоцу постоянной кривизны, отличной от -1 .*

Теорема 3. *Многообразие Кенмоцу M^{2n+1} является многообразием точно постоянной голоморфной секционнй кривизны -1 тогда и только тогда, когда оно канонически конциркулярно одному из следующих многообразий:*

$$1) S^{2n} \times R; \quad 2) S^n \times R; \quad 3) S^{2n} \times R; \quad 4) M^{2n} \times R,$$

снабженных канонической косимплектической структурой. При этом оно является многообразием глобально постоянной

голоморфной секционной кривизны тогда и только тогда, когда оно является многообразием постоянной кривизны -1 , то есть только во втором случае.

Статья [7], написанная Вадимом Фёдоровичем в соавторстве с А. Р. Рустановым, одним из самых талантливых его учеников, является, по нашему мнению, самым глубоким исследованием в области квазисасакиевых многообразий. Эти многообразия ввел в рассмотрение и детально изучал выдающийся американский специалист в области контактной геометрии Дэвид Блэр. Но именно объемная и глубокая работа В. Ф. Кириченко и А. Р. Рустановы стала самой значительной в данной области; эта статья — образец для многих исследователей в различных областях современной дифференциальной геометрии.

К теме взаимосвязи почти эрмитовых и почти контактных метрических структур, глубоко проработанной в [5], Вадим Фёдорович планировал вернуться в середине 2010-х годов. Отправной точкой должна была стать открытая и разработанная им совместно с его ученицей Л. В. Степановой теория почти контактных метрических структур на ориентируемых гиперповерхностях почти эрмитовых многообразий. О существовании почти эрмитовых структур на таких гиперповерхностях было кое-что известно с середины прошлого века — опубликовано несколько небольших работ японских геометров в этом направлении. Но В. Ф. Кириченко задумал создать стройную теорию по данной тематике. По ряду причин (тяжелая болезнь Вадима Фёдоровича и семейные обстоятельства Лидии Васильевны) участие в подготовке обзора [8] принял в итоге один из авторов настоящей заметки.

Освещая вклад В. Ф. Кириченко в науку, нельзя не сказать о более чем тридцати аспирантах, защитивших под его руководством кандидатские диссертации. Их достижения, отраженные в выступлениях на конференциях, статьях и диссертациях, в очень большой степени можно назвать и достижениями

их научного руководителя. Кроме А. Р. Рустанова и Л. В. Степановой, учениками В. Ф. Кириченко являются такие талантливые геометры, как Х. Абоуд, А. Абу-Салим, И. П. Борисовский, Б. В. Заятуев, Л. А. Игнаточкина, А. В. Никифорова, С. В. Харитонова.

Список литературы

1. *Кириченко В. Ф.* Почти келеровы структуры, индуцированные 3-векторными произведениями на 6-мерных подмногообразиях алгебры Кэли // Вестник Московского университета. Сер. Математика. Механика. 1973. №3. С. 70—75.

2. *Арсеньева О. Е., Банару М. Б., Булаков М. П. и др.* Вадим Федорович Кириченко // Итоги науки и техн. Современ. матем. и ее прилож. Темат. обзоры. 2023. Т. 220. С. 3—16.

3. *Кириченко В. Ф.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях. Одесса, 2013.

4. *Yano K., Kon M.* Structures on manifolds. Singapore, 1984.

5. *Кириченко В. Ф.* Методы обобщенной эрмитовой геометрии в теории почти контактных структур // Итоги науки и техн. Проблемы геометрии. 1986. Т. 18. С. 25—71.

6. *Кириченко В. Ф.* О геометрии многообразий Кенмоцу // Доклады Академии наук. 2001. Т. 380, №5. С. 585—587.

7. *Кириченко В. Ф., Рустанов А. Р.* Дифференциальная геометрия квазисасакиевых многообразий // Матем. сб. 2002. Т. 193, №8. С. 71—100.

8. *Banaru M. B., Kirichenko V. F.* Almost contact metric structures on the hypersurface of almost Hermitian manifolds // J. Math. Sci. (New York). 2015. Vol. 207, №4. P. 513—537.

Для цитирования: *Банару М. Б., Банару Г. А.* Об основных достижениях В. Ф. Кириченко в теории дифференцируемых многообразий // ДГМФ. 2023. №54 (1). С. 29—38. <https://doi.org/10.5922/0321-4796-2023-54-1-4>.



MSC 2010: 01A70

M. B. Banaru, G. A. Banaru
Smolensk State University
4, Przhevalsky St., Smolensk, 214000, Russia
mihail.banaru@yahoo.com
doi: 10.5922/0321-4796-2023-54-1-4

On the most important achievements of V. F. Kirichenko
in Theory of differentiable manifolds

Submitted on May 02, 2023

We mark out the most important results obtained by outstanding Russian geometer Vadim Feodorovich Kirichenko in the theory of almost Hermitian and almost contact metric manifolds.

Keywords: differentiable manifold, almost Hermitian manifold, almost contact metric manifold, Kenmotsu manifold

References

1. *Kirichenko, V.F.*: On nearly-Kählerian structures induced by means of 3-vector cross products on six-dimensional submanifolds of Cayley algebra. Mosc. Univ. Math. Bull., 3, 70—75 (1973).
2. *Arsen'eva, O.E., Banaru, M.B., Burlakov, M.P. et al.*: Vadim Feodorovich Kirichenko. Itogi Nauki i Tekhn. Sovrem. Math. and its App. Theme Reviews, 220, 3—16 (2023).
3. *Kirichenko, V.F.*: Differential-geometric structures on manifolds. Odessa (2013).
4. *Yano, K., Kon, M.*: Structures on manifolds. Singapore (1984).
5. *Kirichenko, V.F.*: Methods of generalized Hermitian geometry in the theory of almost contact manifolds. J. Soviet Math., 42:5, 1885—1919 (1988).
6. *Kirichenko, V.F.*: On the geometry of Kenmotsu manifolds. Dokl. Math., 64:2, 230—232 (2001).
7. *Kirichenko, V.F., Rustanov, A.R.*: Differential geometry of quasi-Sasakian manifolds. Sb. Math., 193:8, 1173—1202 (2002).

8. *Banaru, M.B., Kirichenko, V.F.*: Almost contact metric structures on the hypersurface of almost Hermitian manifolds. *J. Math. Sci. (New York)*, **207**:4, 513—537 (2015).

For citation: Banaru, G.A., Banaru, M.B. On the most important achievements of V.F. Kirichenko in Theory of differentiable manifolds. *DGMF*, 54 (1), 29—38 (2023). <https://doi.org/10.5922/0321-4796-2023-54-1-4>.



SUBMITTED FOR POSSIBLE OPEN ACCESS PUBLICATION UNDER THE TERMS AND CONDITIONS OF THE CREATIVE COMMONS ATTRIBUTION (CC BY) LICENSE ([HTTP://CREATIVECOMMONS.ORG/LICENSES/BY/4.0/](http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/))