

К ИСТОРИИ ТЕОРИИ ГРАФОВ. ЗАРОЖДЕНИЕ

Поступила в редакцию 26.12.2021 г.

Рецензия от 20.01.2022 г.

Показано, что генеалогическое древо как древнее ненаучное использование графов не всегда представляет собой дерево в математическом смысле и может включать циклы. Изображение звездного неба также является собой вариант древнего ненаучного использования графов, подразделяясь на следующие виды:

- просто рисунок звезд – граф без ребер;
- астеризмы и компоновки звезд созвездий – «минимальные» деревья либо графы с циклами;
- фигуры и области созвездий на звездном небе – гиперграфы.

Авторами предложен 1542 г. как год вероятного появления задачи о кёнигсбергских мостах. Показано, что первый доклад по теории графов был сделан Леонардом Эйлером в 1735 г. на конференции Петербургской академии наук и посвящен задаче о кёнигсбергских мостах, а первое письмо по теории графов послано Леонарду Эйлеру Карлом Леонардом Готтлибом Элером 9 (20) марта 1736 г. с вопросом о «построении семи кёнигсбергских мостов».

The family tree as an ancient unscientific use of graphs is not always a tree in the mathematical sense and may include cycles. Another ancient unscientific use of graphs is the image of the starry sky:

- just a drawing of stars – a graph without edges;
- asterisms and arrangements of stars of constellations can be both “minimal” trees and graphs with cycles;
- figures and regions of constellations in the starry sky are hypergraphs.

The authors proposed the year 1542 as the year of the probable appearance of the Königsberg bridges problem. The authors believe that the first report on graph theory was made by Leonhard Euler in 1735 at a Conference of the St. Petersburg Academy of Sciences and is devoted to the Königsberg bridges problem. The authors believe that the first letter on graph theory by Karl Leonhard Gottlieb Ehler was sent to Leonhard Euler on March 9 (20), 1736 with the question of “the construction of the seven Königsberg bridges”.

Ключевые слова: граф, генеалогия, дерево, созвездие, гиперграф, Порфирий, задача о кёнигсбергских мостах, Эйлер

Keywords: graph, genealogy, tree, constellation, hypergraph, Porphyry, Königsberg bridges problem, Euler

Итак, я не знаю, каким образом получается, что вопросы, имеющие совсем мало отношения к математике, скорее разрешаются математиками, чем другими [учеными].

Леонард Эйлер. Письмо к К. Л. Г. Элеру от 3 (14) апреля 1736 г.

Введение

Поворотным в теории графов стал 1976 год, когда была доказана теорема о четырех красках. С тех пор теория графов пережила взрывной рост, причем в значительной степени благодаря своей роли в каче-



стве важнейшей структуры, лежащей в основе современной прикладной математики. Информатика и комбинаторная оптимизация, в частности, опираются на развитие теории графов. Более того, в мире, где коммуникация имеет первостепенное значение, универсальность графов делает их незаменимыми инструментами при проектировании и анализе коммуникационных сетей [1, р. vii].

Граф — это множество точек (вершин, узлов), которые соединяются множеством линий (ребер, дуг) [2, с. 238]. Поэтому собственно изображение графа, его диаграмму, преимущественно в виде дерева, начали использовать еще в глубокой древности. Конечно, в те далекие времена математическое понятие графа еще не существовало.

24

1. Генеалогия

Считается, что одна из разновидностей графов использовалась в глубокой древности. Имеется в виду генеалогическое дерево, наглядно изображающее родственные связи. Такое использование графов считается ненаучным (рис. 1) [3, с. 288].

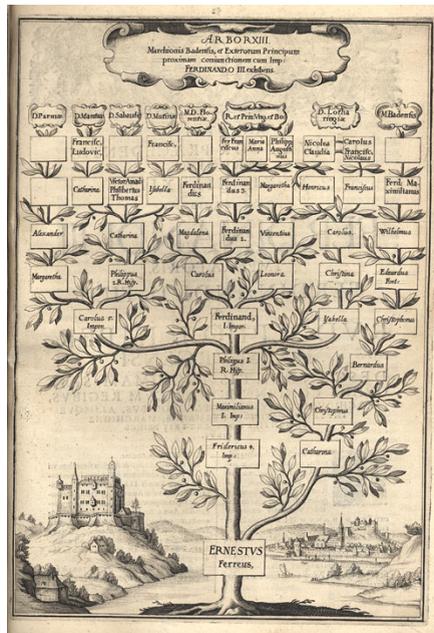


Рис. 1. Генеалогическое дерево, XVII в.

Источник: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gans_Stammbaum_Habsburg_Baden.jpg

Мы считаем, что генеалогическое дерево не всегда является деревом в математическом смысле. Если в брак вступают родственники, то на генеалогическом древе появляются замкнутые циклы (рис. 1). Поскольку брак среди родственников встречается достаточно редко, то многие генеалогические древа суть деревья в математическом смысле, и можно все же говорить о некотором тяготении генеалогического древа к математическому дереву.



3. Первое научное использование диаграммы

Первое научное использование диаграммы графа в виде дерева появилось в работе «Введение» (греч. Εἰσαγωγή, лат. *Isagoge*) комментатора работ Аристотеля римского философа и математика Порфирия (рис. 4). В этом труде, ставшем в Средневековье учебником по логике, была приведена иллюстрация дихотомической классификации материи в виде так называемого Древа Порфирия (лат. *Arbor Porphyriana*), современное изображение которого показано на рисунке 5 [3, с. 288].

26



Рис. 4. Порфирий

Источник: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Porphyry.jpg>

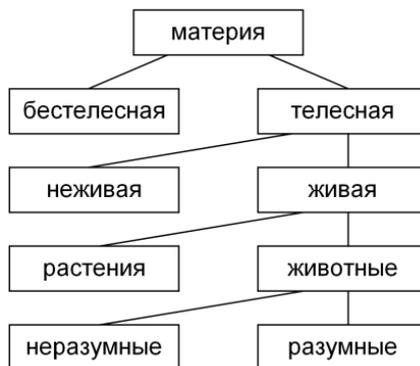


Рис. 5. Древо Порфирия

4. Появление задачи о кёнигсбергских мостах

На рисунке 6 показаны семь первых мостов центра Кёнигсберга, которые соединяли районы города Альтштадт, Кнайпхоф, Ломзе и Форштадт, с указанием годов их постройки [4].

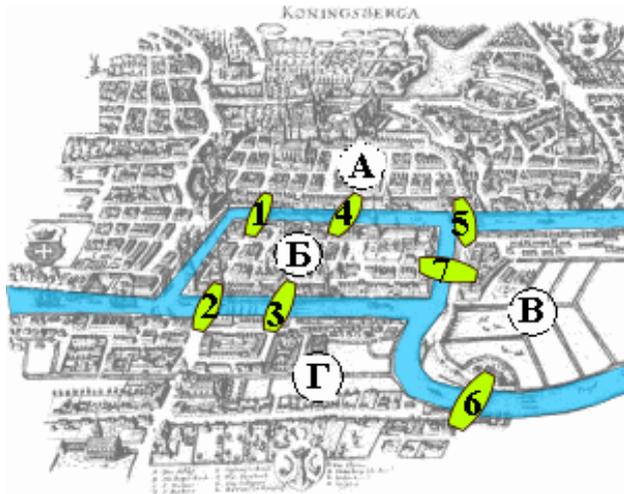


Рис. 6. Центр Кёнигсберга, 1652 г.:

- А – Альтштадт; Б – Кнайпхоф; В – Ломзе; Г – Форштадт;
 1 – Лавочный мост (1286); 2 – Зеленый мост (1322); 3 – Рабочий мост (1377);
 4 – Кузнечный мост (1397); 5 – Деревянный мост (1404); 6 – Высокий мост (1506);
 7 – Медовый мост (1542)

Источник: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Königsberg_bridges_marked.png

Мы считаем, что после постройки двух первых мостов жители города еще не задумывались о проходе по мостам как о задаче, так как это слишком простой случай. Три первых моста уже могли дать пищу для размышлений, поскольку обойти их за один раз можно было только из районов А или Б. Но четыре первых моста можно обойти за один раз из любого района – А, Б или Г, что и было отмечено в [4]. Жители города могли начать думать, что так будет всегда.

Пятый мост нарушил идиллию: пять первых мостов можно обойти только из районов А и В. Скорее всего, именно в 1404 г. некоторые жители города стали серьезно задумываться об обходе мостов за один раз. Шесть мостов не изменили общей картины, поскольку их можно обойти только из районов А и Г.

Наконец, постройка седьмого моста в 1542 г. стала в некотором смысле катастрофой: никак не удавалось обойти все мосты за один раз. По-видимому, 1542 г. можно считать годом возникновения задачи о кёнигсбергских мостах: как можно обойти за раз все семь мостов центра Кёнигсберга?

5. Первый доклад по теории графов

Двадцать шестого августа (6 сентября) 1735 г. выдающийся швейцарский, прусский и русский математик и механик, академик Петербургской академии наук Леонард Эйлер представил фрагмент своей статьи на латинском языке «Solutio problematis ad geometriam situs per-



tinentis» («Решение одной задачи, связанной с геометрией положения») в виде доклада на конференции Петербургской академии наук. Статья была посвящена решению задачи о кёнигсбергских мостах [5, с. 11].

На конференции присутствовала профессура: конференц-секретарь Христиан Гольдбах, Жозеф Никола Делиль, Георг Вольфганг Крафт, Леонард Эйлер и Христиан Никола фон Винсгейм. Это было первое научное сообщение по теории графов. Ниже представлена выписка из протокола заседания конференции Императорской академии наук на немецком языке [6, S. 220–221] и в нашем переводе. К сожалению, неизвестно, какие именно фрагменты из своей знаменитой статьи по теории графов доложил Эйлер на этом заседании.

26 Aug. Praesentes: die Herren Justiz-Rath Goldbach, Prof. De l'Isle, Prof. Krafft, Prof. Euler und Prof. Winsheim.

Vorbenannte Herrn Professores erschienen zu angesetzter Zeit auf der Conferenz-Stube; weil die schriftliche Ordre Sr. Excellenz noch nicht vorhanden gewesen, so hat Hr. Bibl. Schumacher denen versammelten Gliedern den Inhalt derselben ad interim mündlich bekannt gemacht, nämlich dass Sr. Excellenz befohlen hätten: es sollten in Ihrer Gegenwart die Pieces des Hrn. Prof. Euler's auf gelesen und damit, wie sonst bey dergleichen Fällen geschehen, gehandelt werden.

Hierauf wurde von dem Hrn. Prof. Euler eine Piece, Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis, auf gelesen, auf welche, nach geendigter Verlesung, Hr. Justiz-Rath Goldbach aus Verlangen des Auctoris das Praesentatum gesetzt und die Dissertation zu sich genommen hat.

26 августа. Присутствовали: господа конференц-секретарь Гольдбах, проф. Делиль, проф. Крафт, проф. Эйлер и проф. Винсгейм.

Ранее названные господа профессора появились в конференц-зале в назначенное время; поскольку письменного приказа его превосходительства еще не было, господин библиотекарь Шумахер сообщил собравшимся содержание приказа в устной форме, а именно, что его превосходительство приказал: г-ну проф. Эйлеру прочитать свои статьи в их присутствии и дальше действовать обычным образом.

Потом, как было приказано, г-н проф. Эйлер изложил одну свою статью «Решение одной задачи, связанной с геометрией положения», на копии которой после завершения чтения г-н конференц-секретарь Гольдбах по просьбе автора оттиснул «представлено» и принял диссертацию.

6. Первое письмо по теории графов

Письмо Карла Леонарда Готлиба Элера, немецкого политика и астронома из Данцига, Леонарду Эйлеру датируется 9 (20) марта 1736 г. В этом письме упоминается (возможно, впервые в переписке) задача построения семи кёнигсбергских мостов [7, с. 351–353]:

Ты доставишь большое удовольствие и мне, и нашему Кюну¹ и заслужишь нашу величайшую благодарность, ученейший муж, если пожелаешь

¹ Кун (Кюн) Генрих (Kuhn Heinrich, 19.11.1690, Кёнигсберг – 08.10.1769, Данциг). Немецкий математик, иностранный почетный член Петербургской академии наук (с 27.06.1735). Преподавал математику в гимназии в Данциге. Сделал попытку дать геометрическую интерпретацию мнимых величин (1750–1751).



сообщить решение вместе с доказательством достаточно известной тебе задачи о построении семи кёнигсбергских мостов. Это будет труд, представляющий отличное место для вычисления и вполне достойный твоего гения. Я прилагаю схему указанных мостов.

К сожалению, неизвестно, как Элер узнал о том, что Эйлер занимается решением задачи о кёнигсбергских мостах.

Это письмо было представлено Эйлером 26 марта на конференции Петербургской академии наук [6, S. 258]:

2. Den von dem Hrn. Prof. Raths-Verwandten Ehler d. 9 Mart. st. n. 1736 aus Danzig an den Hrn. Prof. Euler in Lateinischer Sprache geschriebenen Brief, worinnen an mancherley mathematische Materien, insonderheit 1) de motu gravium ex fistulis bellicis projectorum etc., 2) die in Königsberg befindliche 7 Brücken gedacht und endlich 3) mit unterschiedenen Privat-Angelegenheiten geschlossen worden.

Письмо от г-на проф., помощника сенатора Элера от 9 марта 1736 года из Данцига г-ну проф. Эйлеру на латыни, в котором говорится о некоторых математических материях, в частности: 1) движении боевых снарядов и т. д.; 2) 7 кёнигсбергских мостах; 3) и, наконец, заканчивается частными делами.

7. Письма Эйлера по теории графов

Письмо Леонарда Эйлера из Петербурга Иоганну Якобу Маринони, австрийскому астроному и математику, датируется 13 (24) марта 1736 г. Оно посвящено формулировке теорем, обобщающих задачу о кёнигсбергских мостах (рис. 7) [8]. Письмо было представлено Эйлером 12 марта на конференции Петербургской академии наук [6, S. 255].

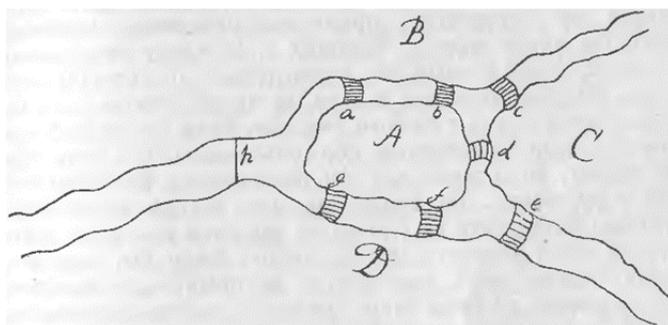


Рис. 7. Рисунок из письма Эйлера Маринони от 13 (24) марта 1736 г.

Тремя неделями позже, 3 (14) апреля 1736 г., датируется большое письмо Леонарда Эйлера из Петербурга Карлу Леонарду Готлибу Элеру. В этом письме, помимо прочего, подробно сформулированы теоремы, обобщающие задачу о кёнигсбергских мостах (рис. 8) [7].

Письмо было представлено 29 марта на конференции Петербургской академии наук [6, S. 255]. Это письмо Эйлера было ответом на письмо Элера от 9 марта из Данцига.

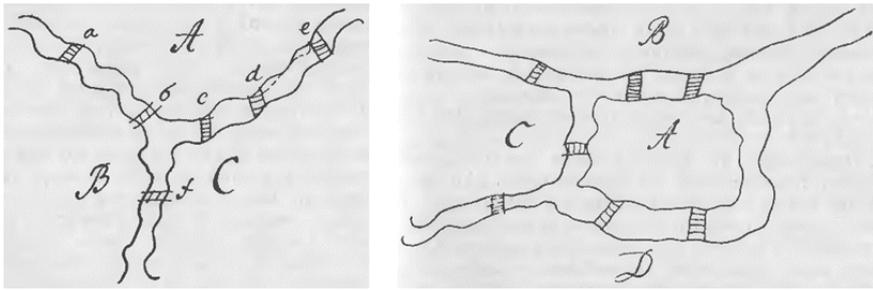


Рис. 8. Рисунки из письма Эйлера Элеру от 3 (4) апреля 1736 г.

Наконец, Г. Кун одобряет предложенное Эйлером решение задачи о кёнигсбергских мостах в своем письме к К. Л. Г. Элеру [7, с. 353].

К сожалению, какая-либо другая переписка по поводу статьи Эйлера неизвестна.

8. Первая статья по теории графов

Леонард Эйлер в статье «Решение одной задачи, связанной с геометрией положения» (на латинском языке — «Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis»), изданной Петербургской академией наук в 1741 г. и датированной 1736 г., первым применил идеи теории графов при доказательстве некоторых утверждений (рис. 9).

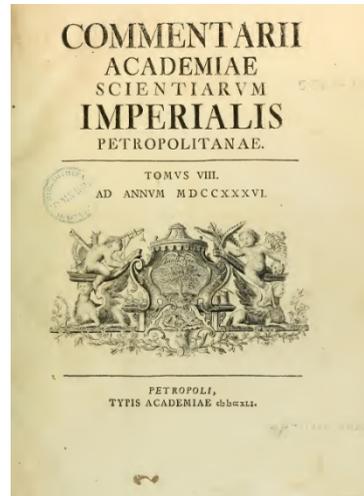


Рис. 9. Отец теории графов Леонард Эйлер (слева) и титульный лист журнала «Commentarii academiae scientiarum imperialis Petropolitanae», в котором вышла его статья (справа)

Важно, что статья содержит не только решение знаменитой головоломки — задачи о кёнигсбергских мостах, но и ее обобщение. При этом Эйлер не использовал ни термин «граф», ни какие-либо термины теории графов, ни изображения графов (рис. 10) [9–11].



Изображение звездного неба — также ненаучное использование графов, ведущее свою историю с древних времен. При этом отмечаются следующие варианты:

- просто рисунок звезд уже является графом без ребер;
- астеризмы и компоновки звезд созвездий могут быть как деревьями в математическом смысле, причем в каком-то смысле минимальными, так и графами с циклами;
- фигуры и области созвездий на звездном небе являются гиперграфами.

На основе анализа исторических данных мы предлагаем вероятный год появления задачи о кёнигсбергских мостах — 1542, а также обнаруживаем, что первый доклад по теории графов сделан Леонардом Эйлером в 1735 г. на конференции Петербургской академии наук и посвящен задаче о кёнигсбергских мостах. Первое письмо по теории графов, написанное Карлом Леонардом Готлибом Элером, послано Леонарду Эйлеру 9 (20) марта 1736 г. с вопросом о «построении семи кёнигсбергских мостов». Сведения о том, что позже, в 1736 г., Леонард Эйлер написал два письма с результатами решения задачи о кёнигсбергских мостах, а также о том, что его статья по теории графов (первая в мире) датируется 1736 г., опубликованы ранее.

Список литературы

1. Bondy J.A., Murty U.S.R. Graph Theory. Springer, 2008. doi: 10.1007/978-1-84628-970-5.
2. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. 2-е изд., доп. М., 2003.
3. Виленкин Н.Я., Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф. За страницами учебника математики. М., 1996.
4. Gribkovskaia I., Halskau Ø., Laporte G. The Bridges of Königsberg — A Historical Perspective // Networks. 2007. №49 (3). P. 199—203.
5. Фляйшнер Г. Эйлеровы графы и смежные вопросы. М., 2002.
6. Procès-verbaux des l'Académie Impériale des Sciences depuis sa fondation jusqu'à 1803. T. I: 1725—1743. СПб., 1897.
7. Письма Элеру. 3 / пер. Т.А. Лукиной ; примеч. Т.А. Лукиной, Б.В. Русанова // Леонард Эйлер. Письма к ученым / сост. Т.Н. Кладо, Ю.Х. Копелевич, Т.А. Лукина ; под ред. акад. В.И. Смирнова. М. ; Л., 1963. С. 330—353.
8. Письма Маринони. 1 / пер. Ю.Х. Копелевич : примеч. Ю.Х. Копелевич, Б.В. Русанов // Леонард Эйлер. Письма к ученым / сост. Т.Н. Кладо, Ю.Х. Копелевич, Т.А. Лукина ; под ред. акад. В.И. Смирнова. М. ; Л., 1963. С. 152—158.
9. Leonhardus Eulerus. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis // Commentarii academiae scientiarum imperialis Petropolitanae. Tomus VIII. Ad annum MDCCXXXVI. Petropoli, typis academiae clāssici. P. 128—140.
10. Эйлер Л. Решение одной задачи, связанной с геометрией положения / Фляйшнер Г. Эйлеровы графы и смежные вопросы. М., 2002. С. 26—32.
11. Leonhardus Eulerus. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis / Фляйшнер Г. Эйлеровы графы и смежные вопросы. М., 2002. С. 16—25.
12. Харари Ф. Теория графов / пер. с англ. В.П. Козырева ; под ред. Г.П. Гаврилова. 2-е изд. М., 2003.



13. *Kirchhoff G. Ueber die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Vertheilung galvanischer Ströme geführt wird // Annalen der Physik und Chemie. 1847. Bd. 72, №12. S. 497–508.*

14. *Мацевский С. В., Квитко Г. В. К истории теории графов. Первые открытия теории графов и их развитие // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики : сб. тр. междунар. науч.-техн. конф. (Воронеж, 13–15 декабря 2021 г.). Воронеж, 2022. С. 1498–1502.*

Об авторах

Сергей Валентинович Мацевский — канд. физ.-мат. наук, зав. лаб., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: sergei.matsievsky@yandex.ru

Квитко Геннадий Васильевич — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: gkvitko.univ@gmail.com

The authors

Dr Sergey V. Matsievsky, head of the lab., Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: sergei.matsievsky@yandex.ru

Dr Gennady V. Kvitko, Associate Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: gkvitko.univ@gmail.com