Так как

$$d\,[A_3 C_1 C_2] = -\omega_3^3\,[A_3 C_1 C_2]\,, \qquad (4.51)$$

$$d[A_4 \mathcal{D}_1 \mathcal{D}_2] = (2\,\omega_4^4 - \omega_3^3)[A_4 \mathcal{D}_1 \mathcal{D}_2]\,, \qquad (4.52)$$

то поверхности (A_3) и (A_4) являются плоскостями. 7/Фокальные поверхности (F_i) прямолинейной конгруэнции $(\mathcal{L})$ описываются точками

$$F_1 = E_{34}\ , \quad F_2 = E^*_{34}\,. \qquad (4.53)$$

Асимптотические линии на этих поверхностях задаются одним и тем же уравнением

$$(\omega^1)^2 + (\omega^2)^2 = 0\,, \qquad (4.54)$$

следовательно, прямолинейная конгруэнция $(\mathcal{L})$ является конгруэнцией W. Теорема доказана.

Л и т е р а т у р а.

1. Малаховский В.С., О вырожденных конгруэнциях пар фигур в трехмерном проективном пространстве. "Дифференциальная геометрия многообразий фигур", вып. 3, 1973, 41-49.

2. Малаховский В.С., Расслояемые пары конгруэнций фигур. "Труды геом. семинара", М., ВИНИТИ АН СССР, 1971, т. 3, 193-220.

3. Похила М.М., Пары многообразий квадратичных элементов в n-мерном проективном пространстве. "Дифференциальная геометрия многообразий фигур", вып. 2, 1971, 43-54.

4. Фиников С.П., Теория конгруэнций, ГИТТЛ, М., 1950.

5. Фиников С.П., Теория пар конгруэнций, ГИТТЛ, М., 1956.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып. 5
1974

С к р ы д л о в а Е.В.

О ВЫРОЖДЕННЫХ КОНГРУЭНЦИЯХ $(C\mathcal{L})_{2,1}$ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОЕКТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ.

В трехмерном проективном пространстве P_3 рассматриваются вырожденные конгруэнции $(C\mathcal{L})_{2,1}$ пар фигур-коник C и прямых $\mathcal{L}$, в которых семейство (C) коник C является двупараметрическим (конгруэнцией), а семейство $(\mathcal{L})$ прямых $\mathcal{L}$ - однопараметрическим (линейчатой поверхностью) [1].

В конгруэнции $(C\mathcal{L})_{2,1}$ каждой конике C конгруэнции (C) соответствует единственная прямая $\mathcal{L}$ линейчатой поверхности $(\mathcal{L})$, полным прообразом которой является однопараметрическое семейство $(C)_{\mathcal{L}}$ коник C.

Построен геометрически фиксированный репер конгруэнции $(C\mathcal{L})_{2,1}$. Исследованы расслояемые конгруэнции $(C\mathcal{L})_{2,1}$.

§1. Репер конгруэнции $(C\mathcal{L})_{2,1}$.

Отнесем конгруэнцию $(C\mathcal{L})_{2,1}$ к реперу $R=\{A_\alpha\}$ $(\alpha,\beta,\gamma = 1,2,3,4)$, в котором вершина A_3 является точкой пересечения плоскости коники C с соответствующей ей прямой $\mathcal{L}$, вершины A_i $(i,j,k=1,2)$ инцидентны конике C и полярно сопряжены точке A_3 относительно коники C, вершина A_4 расположена на прямой $\mathcal{L}$.

Деривационные формулы репера R имеют вид

$$dA_\alpha = \omega_\alpha^\beta A_\beta, \tag{1.1}$$

где формы Пфаффа ω_α^β удовлетворяют уравнениям структуры

$$\mathcal{D}\omega_\alpha^\beta = \omega_\alpha^\gamma \wedge \omega_\gamma^\beta \tag{1.2}$$

и условию эквипроективности

$$\omega_1^1 + \omega_2^2 + \omega_3^3 + \omega_4^4 = 0. \tag{1.3}$$

В дальнейшем исключим из рассмотрения случаи, когда : I/точка A_3 описывает прямую $\mathcal{X}$; 2/касательная плоскость к поверхности $(\mathcal{X})$ в точке A_3 инцидентна точкам A_i.

В силу сделанных исключений будем иметь:

$$\omega_3^i \neq 0. \tag{1.4}$$

Так как семейство $(\mathcal{X})$ -линейчатая поверхность, то

$$\operatorname{rang}(\omega_3^1, \omega_3^2, \omega_4^1, \omega_4^2) = 1, \tag{1.5}$$

следовательно, можно положить

$$\omega_4^i = b^i \omega_3^1. \tag{1.6}$$

Пронормируем вершины репера R таким образом, чтобы единичная точка E_{12} прямой A_1A_2 была инцидентна касательной плоскости к поверхности $(\mathcal{X})$ в точке A_3. Тогда

$$\omega_3^1 = \omega_3^2. \tag{1.7}$$

Характеристические точки M_j плоскостей $(A_iA_3A_4)$ определяются формулами

$$M_j = -b^j A_3 + A_4. \tag{1.8}$$

В случае, когда

$$\operatorname{rang}(\omega_i^j, \omega_3^j, \omega_4^j) = 1 \tag{1.9}$$

и плоскости $(A_iA_3A_4)$ описывают однопараметрические семейства, через точки M_j проходят характеристики этих плоскостей.

Вершину A_4 репера R поместим в четвертую гармоническую к точке A_3 относительно точек M_j.

Тогда

$$b_1 = -b_2 = b \tag{1.10}$$

Уравнения коники C с учетом соответствующей нормировки вершин и система пфаффовых уравнений конгруэнции $(C\mathcal{X})_{2,1}$ запиш тся соответственно в виде

$$(x^3)^2 - 2x^1x^2 = 0, \quad x^4 = 0, \tag{1.11}$$

$$\begin{gathered}
\omega_i^j = \Gamma_i^{jk}\omega_k, \quad \omega_i^3 = \Gamma_i^{3k}\omega_k, \quad \omega_3^1 = \lambda^k\omega_k, \quad \omega_3^2 = \omega_3^1, \\
\omega_3^4 = \Gamma_3^{4k}\omega_k, \quad \omega_4^i = (-1)^j b\,\omega_3^1, \quad 2\omega_3^3 - \omega_1^1 - \omega_2^2 = a^k\omega_k, \\
\omega_4^3 = \mu\,\omega_3^1 + b^2\omega_3^4 + b(\omega_1^2 - \omega_2^1), \\
\omega_1^1 - \omega_2^2 - \omega_1^2 + \omega_2^1 - 2b\,\omega_3^4 = c\,\omega_3^1,
\end{gathered} \tag{1.12}$$

где формы Пфаффа

$$\omega_i^4 = \omega_i \tag{1.13}$$

приняты за базисные.

Анализируя систему (I.I2) заключаем, что конгруэнции $(C\mathcal{X})_{2,1}$ существуют и определяются с произволом семи функций двух аргументов.

Зак. 10314.

Т е о р е м а I. Точки пересечения с прямой A_1A_2 касательных плоскостей к поверхности $(\mathcal{X})$ в точках A_3 и A_4 гармонически делят точки A_1 и A_2.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Имеем

$$dA_3 = \omega_3^3 A_3 + \omega_3^1 E_{12} + \omega_3^4 A_4,$$

$$dA_4 = \omega_4^4 A_4 + \omega_4^3 A_3 + \omega_4^1 E^*_{12}$$

где $E^*_{12} = A_1 - A_2$ –четвертая гармоническая точка к E_{12} относительно A_1 и A_2, что и требовалось доказать.

§2. Расслояемые конгруэнции $(C\mathcal{X})_{2,1}$.

О п р е д е л е н и е I. Расслояемыми конгруэнциями $(C\mathcal{X})_{2,1}$ называются конгруэнции $(C\mathcal{X})_{2,1}$ с расслоением от конгруэнции (C) коник C к линейчатой поверхности $(\mathcal{X})$ (см. [2], [3]).

Т е о р е м а 2. Существуют два класса расслояемых конгруэнций $(C\mathcal{X})_{2,1}$ –конгруэнции $(C\mathcal{X})^1_{2,1}$ определяемые с произволом десяти функций одного аргумента, и конгруэнции $(C\mathcal{X})^2_{2,1}$, определяемые с произволом двух функций двух аргументов.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Для расслояемых конгруэнций $(C\mathcal{X})_{2,1}$ имеют место следующие аналитические условия:

$$\omega_3^i \wedge \omega_i^j = 0, \qquad (2.1)$$

$$\omega_i^3 \wedge \omega_3^j + \omega_i \wedge \omega_4^j = 0, \qquad (2.2)$$

$$(2\omega_3^3 - \omega_1^1 - \omega_2^2) \wedge \omega_3^i + 2\omega_3^4 \wedge \omega_4^i = 0, \qquad (2.3)$$

$$(\omega_1^3 - \omega_2^3) \wedge \omega_3^1 + \omega_1 \wedge \omega_4^1 - \omega_2 \wedge \omega_4^2 = 0. \qquad (2.4)$$

Из уравнений (2.3) получим

$$(2\omega_3^3 - \omega_1^1 - \omega_2^2) \wedge \omega_3^1 = 0, \qquad (2.5)$$

$$\omega_3^4 \wedge \omega_4^1 = 0. \qquad (2.6)$$

Равенство (2.6) приводит к следующему конечному соотношению

$$b(\Gamma_3^{41} \lambda^2 - \Gamma_3^{42} \lambda^1) = 0. \qquad (2.7)$$

Рассмотрим сначала расслояемые конгруэнции $(C\mathcal{X})_{2,1}$ назовем их конгруэнциями $(C\mathcal{X})^1_{2,1}$ для которых

$$b \neq 0. \qquad (2.8)$$

Из (2.I), (2.5), (2.6) для конгруэнций $(C\mathcal{X})^1_{2,1}$ будем иметь

$$\omega_i^j = \Gamma_i^j \omega_3^1, \qquad (2.9)$$

$$2\omega_3^3 - \omega_1^1 - \omega_2^2 = a\,\omega_3^1, \qquad (2.10)$$

$$\omega_3^4 = \Gamma_3^4 \omega_3^1. \qquad (2.11)$$

Уравнения (2.2) дают

$$(\omega_1^3 - \omega_2^3) \wedge \omega_3^1 - (\omega_1 + \omega_2) \wedge \omega_4^1 = 0, \qquad (2.12)$$

откуда, с учетом (2.4) получим

$$\omega_3^1 = \lambda\,(\omega_1 + \omega_2), \qquad (2.13)$$

$$(\omega_1^3 - \omega_2^3) \wedge \omega_3^1 = 0. \qquad (2.14)$$

Равенства (2.2) и (2.I4) приводят к конечным соотношениям

$$\Gamma^{31}_{1} - \Gamma^{32}_{1} - b = 0, \tag{2.15}$$

$$\Gamma^{31}_{1} + \Gamma^{32}_{2} - \Gamma^{32}_{1} - \Gamma^{31}_{2} = 0. \tag{2.16}$$

Пфаффова система уравнений конгруэнций $(C\mathcal{X})^{1}_{2,1}$ с учетом последних соотношений записывается в виде:

$$\omega^{j}_{i} = \Gamma^{j}_{i}\omega^{1}_{3}, \;\; \omega^{3}_{i} = \Gamma^{3}_{i}\omega^{1}_{3} - b\omega_{\varkappa} \;\; \omega^{i}_{3} = \lambda(\omega_{1} + \omega_{2}),$$

$$\omega^{4}_{3} = \Gamma^{4}_{3}\omega^{1}_{3}, \; \omega^{1}_{4} = b\omega^{1}_{3}, \; \omega^{2}_{4} = -\omega^{1}_{4}, \; \omega^{3}_{4} = \Gamma^{3}_{4}\omega^{1}_{3}, \tag{2.17}$$

$$2\omega^{3}_{3} - \omega^{1}_{1} - \omega^{2}_{2} = a\omega^{1}_{3}, \; \omega^{1}_{1} - \omega^{2}_{2} = \ell\omega^{1}_{3}.$$

Конгруэнции $(C\mathcal{X})^{1}_{2,1}$ определяются системой (2.17) и её замыканием с произволом десяти функций одного аргумента.

Расслояемые конгруэнции $(C\mathcal{X})_{2,1}$, для которых

$$b = 0, \tag{2.18}$$

назовем конгруэнциями $(C\mathcal{X})^{2}_{2,1}$.

Условия расслоения от конгруэнции (C) коник C клинейчатой поверхности $(\mathcal{X})$ для конгруэнций $(C\mathcal{X})^{2}_{2,1}$ принимают вид:

$$\omega^{i}_{3} \wedge \omega^{j}_{i} = 0, \quad \omega^{3}_{i} \wedge \omega^{j}_{3} = 0, \tag{2.19}$$
$$(2\omega^{3}_{3} - \omega^{1}_{1} - \omega^{2}_{2}) \wedge \omega^{1}_{3} = 0.$$

Таким образом конгруэнции $(C\mathcal{X})^{2}_{2,1}$ определяются системой уравнений Пфаффа

$$\omega^{j}_{i} = \Gamma^{j}_{i}\omega^{1}_{3}, \;\; \omega^{3}_{i} = \Gamma^{3}_{i}\omega^{1}_{3}, \;\; \omega^{1}_{3} = \lambda^{\kappa}\omega_{\kappa},$$

$$\omega^{2}_{3} = \omega^{1}_{3}, \;\; \omega^{4}_{3} = \Gamma^{4\kappa}_{3}\omega_{\kappa}, \;\; \omega^{1}_{4} = 0, \;\; \omega^{2}_{4} = 0, \tag{2.20}$$
$$\omega^{3}_{4} = \Gamma^{3}_{4}\omega^{1}_{3}, \;\; 2\omega^{3}_{3} - \omega^{1}_{1} - \omega^{2}_{2} = a\omega^{1}_{3}, \; \omega^{1}_{1} - \omega^{2}_{2} = \ell\omega^{1}_{3}$$

Анализируя эту систему, убеждаемся, что конгруэнции $(C\mathcal{X})^{2}_{2,1}$ определяются с произволом двух функций двух аргументов.

§3. Геометрические свойства расслояемых конгруэнций $(C\mathcal{X})_{2,1}$.

Т е о р е м а 3. Конгруэнции $(C\mathcal{X})^{1}_{2,1}$ обладают следующими геометрическими свойствами: 1/точки A_3 и A_4 описывают кривые линии на поверхности $(\mathcal{X})$, 2/плоскости $(A_i A_3 A_4)$ образуют однопараметрические семейства, 3/прямолинейные конгруэнции $(A_i A_3)$, $(A_i A_4)$ имеют по одному семейству соответствующих торсов, 4/характеристическая точка плоскости коники C инцидентна касательной плоскости поверхности $(\mathcal{X})$ в точке A_3, характеристическая точка грани $(A_1 A_2 A_4)$ принадлежит касательной плоскости к поверхности $(\mathcal{X})$ в точке A_4, 5/касательная плоскость к поверхности $(\mathcal{X})$ в точке A_3 пересекает плоскость коники C по характеристике однопараметрического семейства плоскостей, соответствующего семейству $(C)_{\mathcal{X}}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. 1/Имеем

$$dA_3 = \omega^{3}_{3}A_3 + (A_1 + A_2 + \Gamma^{4}_{3}A_4)\omega^{1}_{3}, \tag{3.1}$$

$$dA_4 = \omega^{4}_{4}A_4 + [b(A_1 - A_2) + \Gamma^{3}_{4}A_3]\omega^{1}_{3}. \tag{3.2}$$

2/Так как

$$d[A_iA_3A_4] = (\omega_i^i + \omega_3^3 + \omega_4^4)[A_iA_3A_4] + \tag{3.3}$$
$$+\{\Gamma_i^j(A_jA_3A_4) + [A_iA_jA_4] + (-1)^j b[A_iA_3A_j]\},$$

то семейства плоскостей $(A_iA_3A_4)$ -однопараметрические.
3/Торсы прямолинейных конгруэнций (A_iA_3), (A_iA_4) определяются соответственно уравнениями

$$\omega_3^1(\Gamma_i^j\omega_3^4 - \omega_i) = 0, \tag{3.4}$$

$$\omega_3^1(\Gamma_i^j\omega_3^4 + (-1)^j b\,\omega_i^3) = 0, \tag{3.5}$$

откуда следует утверждение теоремы.
4/Характеристические точки M_4, M_3 соответственно плоскостей $(A_1A_2A_3)$ и $(A_1A_2A_4)$ определяются формулами

$$M_4 = \Gamma_3^4\lambda(A_1 + A_2) - A_3, \tag{3.6}$$

$$M_3 = \Gamma_4^3\lambda b(A_1 - A_2) + b\lambda(\Gamma_2^3 - \Gamma_1^3)A_4. \tag{3.7}$$

Имея ввиду (3.I),(3.2), убеждаемся в справедливости утверждения теоремы. 5/Характеристика плоскости коники C семейства $(C)_\chi$ определяется уравнениями

$$x^1 - x^2 = 0, \quad x^4 = 0, \tag{3.8}$$

т.е.совпадает с прямой $E_{12}A_3$,что и требовалось доказать.

Т е о р е м а 4. Конгруэнции $(C\mathcal{I})^2_{2,1}$ обладают следующими геометрическими свойствами: I/касательные плоскости к поверхностям (A_i) проходят через точку A_4; 2/плоскости

$(A_iA_3A_4)$, $(A_1A_2A_4)$ описывают однопараметрические семейства,причем характеристики плоскостей $(A_iA_3A_4)$ пересекаются в точке A_4, 3)прямолинейные конгруэнции (A_iA_4),$(E_{12}A_4)$, $(E^*_{12}A_4)$ вырождаются в линейчатые поверхности, 4/все коники C семейства $(C)_\chi$ инцидентны инвариантной квадрике.

Д о к а з а т е л ь с т в о. I/Справедливость утверждения следует из формулы

$$dA_i = \omega_i^i A_i + \omega_3^1[\Gamma_i^j A_j + \Gamma_i^3 A_3] + \omega_1 A_4. \tag{3.9}$$

2/Имеем

$$d(A_iA_3A_4) = -\omega_j^j(A_iA_3A_4) + [\Gamma_i^j(A_jA_3A_4) + (A_iA_jA_4)], \tag{3.10}$$

$$d(A_1A_2A_4) = -\omega_3^3(A_1A_2A_4) + \omega_3^1[\Gamma_1^3(A_3A_2A_4) + \tag{3.11}$$
$$+\Gamma_2^3(A_1A_3A_4) + \Gamma_4^3(A_1A_2A_3),$$

следовательно,плоскости $(A_iA_3A_4)$, $(A_1A_2A_4)$ образуют однопараметрические семейства.
Характеристика плоскости $(A_iA_3A_4)$ задается уравнениями

$$x^i\Gamma_i^j + x^3 = 0, \quad x^j = 0, \tag{3.12}$$

т.е.проходит через точку A_4.
3/Так как

$$\mathrm{rang}(\omega_i^j, \omega_i^3, \omega_4^j, \omega_4^3) = 1,$$
$$\mathrm{rang}(\omega_1^1 - \omega_2^2 - \omega_1^2 + \omega_2^1, \omega_1^3 + \omega_2^3, \omega_4^1, \omega_4^3) = 1,$$
$$\mathrm{rang}(\omega_1^1 - \omega_2^2 + \omega_1^2 - \omega_2^1, \omega_1^3 - \omega_2^3, \omega_4^3) = 1, \tag{3.13}$$

то семейства (A_iA_4), $(E_{12}A_4)$, $(E^k_{12}A_4)$ являются линейчатыми поверхностями.

4/Все коники C принадлежат конусу

$$Q=(x^3)^2-2x^1x^2=0 \tag{3.14}$$

Дифференцируя уравнение (3.14) с помощью уравнений стационарности точки

$$dx^\alpha=-x^\beta\omega^\alpha_\beta+\theta x^\alpha, \quad (\mathcal{D}\theta=0), \tag{3.15}$$

получим

$$dQ\equiv 2(\theta-\omega^3_3)Q \pmod{\omega^1_3}, \tag{3.16}$$

то есть при фиксированной прямой $\mathcal{L}$ конус Q инвариантен. Что и требовалось доказать.

§4. Конгруэнции K.

О п р е д е л е н и е 2. Конгруэнциями K называются конгруэнции $(C\mathcal{L})^2_{2,1}$, у которых точка A_4 неподвижна.

Система пфаффовых уравнений конгруэнций K имеет вид (2.20), где

$$\Gamma^3_4=0. \tag{4.1}$$

Конгруэнции K существуют и определяются с произволом двух функций двух аргументов.

Линейчатая поверхность $(\mathcal{L})$ конгруэнций K является конусом с вершиной в точке A_4.

Т е о р е м а 5. Конгруэнция (C) коник C расслояема к линейчатым поверхностям (A_iA_4), $(E_{12}A_4)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Условия расслоения от конгруэнции (C) коник C к линейчатым поверхностям

(A_iA_4), $(E_{12}A_4)$ записываются в виде:

$$(2\omega^j_3-\omega^3_i)\wedge\omega^j_i=0, \quad \omega^i_j\wedge\omega^3_i+\omega_j\wedge\omega^3_4=0,$$

$$(\omega^i_i+\omega^j_j-2\omega^3_3)\wedge\omega^j_i+\omega^3_i\wedge\omega^j_3+\omega_i\wedge\omega^j_4=0,$$

$$\omega^3_i\wedge(2\omega^3_3-\omega^1_1-\omega^2_2)+2\omega^3_j\wedge\omega^j_i-2\omega^i_3\wedge\omega^j_i- \tag{4.2}$$

$$-2\omega^4_3\wedge\omega^j_4+\omega_i\wedge\omega^3_4=0,$$

$$\omega^3_j\wedge\omega^3_i+\omega^i_j\wedge\omega^j_i+\omega^3_i\wedge\omega^i_3+\omega_j\wedge\omega^j_4-\omega^4_3\wedge\omega^3_4=0,$$

$$\omega^j_i\wedge(\omega^3_i+\omega^3_j)+\omega_i\wedge\omega^3_4=0,$$

$$(\omega^3_i+\omega^3_j)\wedge(2\omega^3_3-\omega^i_i-\omega^j_j+\omega^j_i+\omega^i_j)+(\omega^i_i-\omega^j_j+\omega^i_j-\omega^j_i)\wedge\omega^3_j=0,$$

$$2\omega^1_3\wedge(\omega^3_1+\omega^3_2)+2\omega^4_3\wedge\omega^3_4+2\omega^1_4\wedge(\omega_1-\omega_2)+(\omega^1_1-\omega^2_2)\wedge(\omega^2_1-\omega^1_2)=0,$$

$$2\omega^3_1\wedge\omega^3_2+2(\omega_1+\omega_2)\wedge\omega^1_4+(\omega^2_1+\omega^1_2)\wedge(\omega^1_1-\omega^2_2+\omega^1_2-\omega^2_1)=0,$$

$$-2\omega^3_1\wedge\omega^3_2+\tfrac{1}{2}(\omega^1_1-\omega^2_2-\omega^2_1+\omega^1_2)\wedge(2\omega^3_3-\omega^1_1-\omega^2_2+\omega^2_1+\omega^1_2)=0.$$

Равенства (4.2), (4.3) в силу системы (2.20), (4.I) удовлетворяются тождественно, следовательно, расслоения имеют место. Теорема доказана.

Л и т е р а т у р а

I. Малаховский В.С., О вырожденных конгруэнциях пар фигур в трехмерном проективном пространстве. "Дифференциальная геометрия многообразий фигур", вып.3, I973, 4I-49.

2.Малаховский В.С., Расслояемые пары конгруэнций фигур. "Труды геом.семинара",М.,ВИНИТИ АН СССР,1971,т.3,193-220

3.Похила М.М.,Пары многообразий квадратичных элементов в n-мерном проективном пространстве."Дифференциальная геометрия многообразий фигур",вып.2,1971,43-54.

171

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып.5 1974

Т к а ч Г.П.

РАССЛОЯЕМЫЕ ПАРЫ КОНГРУЭНЦИЙ ФИГУР,ПОРОЖДЕННЫХ ПАРАБОЛОЙ И ТОЧКОЙ.

§I.Расслояемые пары T .

В трехмерном эквиаффинном пространстве рассмотрим двупараметрическое семейство пар фигур $\{F_1, F_2\}$,где F_1 - парабола,а $F_2 \equiv B$ -точка не инцидентная плоскости параболы.Назовем такое многообразие парой T .

Из рассмотрения исключается случай,когда касательная плоскость α_B к поверхности (B) касается параболы F_1 или параллельна плоскости параболы.

Отнесем пару T к каноническому реперу $R=\{A,\bar{e}_1,\bar{e}_2,\bar{e}_3\}$ Вершина A репера выбирается в такой точке параболы F_1, в которой касательная ℓ' к параболе параллельна прямой m, линии пересечения плоскости α_B с плоскостью параболы, $\bar{e}_3 = \overline{AB}$, вектор $\bar{e}_1$ направлен по диаметру параболы,причем конец его M_0 лежит на линии m ,вектор $\bar{e}_2$ направлен по касательной к параболе в точке A .

Деривационные формулы репера R имеют вид: