Список литературы

1. *Naveir A.M.* A classification of Riemannian almost-product manifolds // Rend. mat. appl. 1983. V. 3. № 3. P. 577—592.
2. *Паньженский В.И.* Инвариантные характеристики некоторых классов почти эрмитовых структур // Тр. геом. семинара. Казань, 1997. Вып. 23. С. 77—83.
3. *Рунд Х.* Дифференциальная геометрия финслеровых пространств. М.: Наука, 1981.

O. Suhova

THE INVARIANT CHARACTERISTICS OF SOME NAVEIRA'S CLASSES OF RIEMANNIAN ALMOST-PRODUCT STRUCTURES ON THE TANGENT BUNDLE OF SMOOTH MANIFOLD

The Riemannian almost product structures on the tangent bundle of generalized Lagrangian space with given infinitesimal connection is investigated. The invariant characteristics of Naveira's classes (F,F), (AF,AF), (TGF,TGF) of this structure are obtained. They are considered for the cases when the basis manifold is the Finsler space and the infinitesimal connection is generated by the Berwald's connection or the Cartan's connection.

УДК 514.75

М.А. Чешкова

(Алтайский государственный университет)

ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ ПОСТОЯННОЙ ГАУССОВОЙ КРИВИЗНЫ

В евклидовом пространстве E^3 изучаются поверхности вращения, у которых гауссова кривизна посто-

янная. В процессе исследования используется система компьютерной математики Maple [2].

В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим поверхность вращения [2, с. 297] M, полученную вращением плоской кривой вокруг оси. Обозначим через a орт оси, а через ρ — радиус-вектор единичной окружности, расположенной в плоскости ортогональной оси. Тогда поверхность M можно задать в виде:

$$r = u\rho(v) + f(u)a,$$

где f — дифференцируемая функция, v, u — параметры. Имеем:

$$r_1 = u\rho', \quad r_2 = f'a + \rho.$$

Обозначим через n — орт нормали к поверхности M. Тогда

$$n = \frac{f'\rho - a}{\sqrt{(f')^2+1}}, \quad n_1 = \frac{f'}{u\sqrt{(f')^2+1}} r_1, \quad n_2 = \frac{f''}{(\sqrt{(f')^2+1})^3} r_2.$$

Главные кривизны k_1, k_2 поверхности M имеют вид:

$$k_1 = \frac{f'}{u\sqrt{(f')^2+1}}, \quad k_2 = \frac{f''}{(\sqrt{(f')^2+1})^3}.$$

Полагаем, что гауссова кривизна $K = k_1 k_2$ поверхности M — постоянная. Рассмотрим два случая: 1) $K > 0$, 2) $K < 0$.

Для определенности полагаем $K = 1$. Имеем дифференциальное уравнение

$$\frac{f'}{u\sqrt{(f')^2+1}} \frac{f''}{(\sqrt{(f')^2+1})^3} = 1.$$

Получим два решения:

$$f(u) = \pm\int \frac{\sqrt{(-2c_1 - u^2 - 1)(2c_1 + u^2)}}{2c_1 + u^2} + c_2,$$

где c_1, c_2 — произвольные константы. Константам $c_1 = -1/2,\ c_2 = 0$ соответствуют решения $f(u) = \pm\sqrt{1-u^2}$. В этом случая плоский меридиан есть окружность, а поверхность — сфера. Рассмотрим, например, случай $c_1 = -1/8, c_2 = 0$. Имеем решения в специальных функциях $f(u) = \mp\frac{1}{2}\sqrt{3}\mathrm{EllipticE}\ (2u, \frac{1}{3}I\sqrt{3})$.

Исследуем случай, когда $K < 0$. Для определенности, полагаем $K = -1$. Имеем дифференциальное уравнение

$$\frac{f'}{u\sqrt{(f')^2 + 1}} \frac{f''}{(\sqrt{(f')^2 + 1})^3} = -1.$$

Получим два решения:

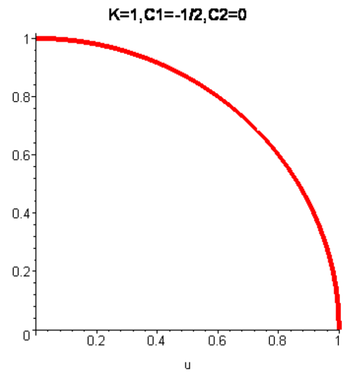
$$f(u) = \pm\int \frac{\sqrt{(-2c_1 - u^2 + 1)(2c_1 + u^2)}}{2c_1 + u^2} + c_2,$$

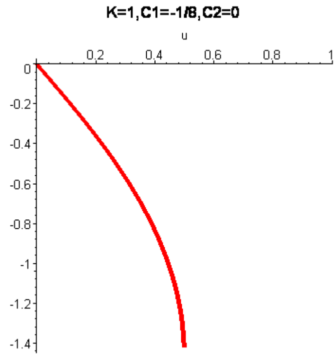
где c_1, c_2 — произвольные константы. Константам $c_1 = 0,\ c_2 = 0$ соответствуют решения $\pm(\sqrt{1-u^2} + \operatorname{arctan} h(\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}))$. Делая замену $u = \sin t, \operatorname{arctan} hu = \frac{1}{2}\ln\frac{1-u}{1+u}$, получим известное уравнение трактрисы $f(t) = \pm(\cos t + \ln\tan(t/2))$. В этом случае поверхность M есть псевдосфера.

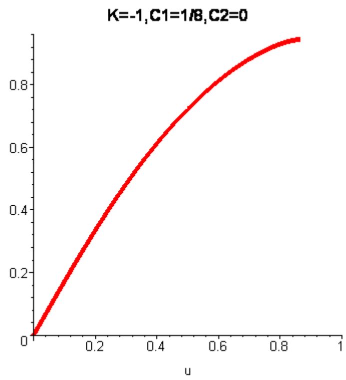
Полагаем $c_1 = 1/8,\ c_2 = 0$. Имеем решения

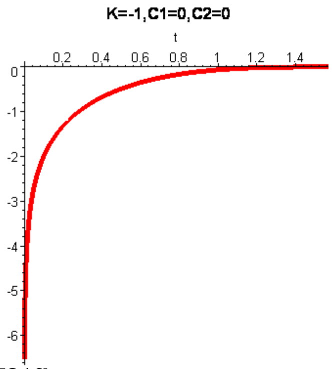
$$f(u) = \mp(2\mathrm{EllipticF}\ (\frac{2u\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}I) - \frac{1}{2}\mathrm{EllipticE}\ (\frac{2u\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}I)).$$

Плоские меридианы в рассматриваемых случаях имеют вид:









SURFACES OF CONSTANT GAUSS CURVATURE

Surfaces of constant Gauss curvature are studied in Euclidean space. In the process of study system computer mathematics MAPLE is used.