Д.В. Зайцев

ЛОГИКА АРГУМЕНТАТИВНОГО СЛЕДОВАНИЯ

В статье развивается подход к значениям используемых в аргументации положений как к комплексам, содержащим логическую (истина или ложь) и аргументативную (приемлемо или неприемлемо) составляющие. Строится семантическая четырехзначная логика аргументации, предлагается ее адекватная аксиоматизация. В заключительной части рассматриваются свойства отношения аргументативного следования.

In this paper, I develop a new approach to formalization of argumentative reasoning. In so doing, first I consider a new type of compound argumentative values, which consist of logical and argumentative components. Nextly, I pose a four-valued logic for modeling argumentative reasoning and give its axiomatization. The final part of this paper zeros on the useful properties of the argumentative entailment relation.

Ключевые слова: *логика аргументации, аргументативные значения, аргументативное следование.*

Keywords: *compound argumentative values, argumentative entailment, argumentation reasoning.*

Введение

В последние годы старые споры о том, что такое логика, является ли она наукой о рассуждениях, как она, логика, связана с теорией аргументации, разгораются с новой силой. Уточнение предмета логики – это отдельная сложнейшая проблема, привлекающая к себе на рубеже веков все большее внимание. К сожалению, здесь до полной ясности еще очень далеко, если вообще в этом вопросе можно достичь ясности. По остроумному замечанию Б. Рассела (см. [4]), термин «логика» никогда не используется даже двумя фило-

Зайцев Д.В. Логика аргументативного следования
// РАЦИО.ru. 2011. № 6. С. 18-35.

софами в одном и том же смысле и требует обязательного прояснения.

Тема логического и его природы не является предметом данной статьи, замечу лишь вскользь, что, на мой взгляд, демаркационная линия между логикой и теорией аргументации как раз и пролегает в сфере рассуждений. Теория аргументации в определенном смысле может быть охарактеризована как наука о естественных рассуждениях, понимаемых как переход от одних высказываний, называемых посылками или аргументами, к другому высказыванию – заключению (тезису). Даже если рассуждения используются в процессе обоснования какого-либо положения, и при этом не предполагается их использовании в полемике с какими-либо реальными субъектами, все равно остается вполне оправданная теоретически возможность трактовать такую обосновывающую деятельность как интерсубъективную аргументацию, в духе и терминологии Х.Перельмана, адресованную универсальной аудитории. Формальные (дедуктивные) переходы от множества формул к формуле, выделяемые при построении логических теорий, обычно понимаются как формы правильных рассуждений (умозаключений). Однако сегодня становится ясно, что такая трактовка во многом – не более чем следование сложившейся традиции. Далеко не всегда зафиксированным в логической теории типам формальных переходов соответствуют типы естественных рассуждений, далеко не все разновидности умозаключений адекватно формализуемы средствами какой бы то ни было логической теории. Короче говоря, логика является наукой не известно о чем, но точно не о рассуждениях.

Парадоксальность этого вывода – только кажущаяся. Такое распределение ролей между логикой и теорией аргументации становится постепенно общепризнанным, оно фиксируется в фундаментальных справочных научных трудах, например, таких как Handbook of the Logic of Argument and Inference, где одна из глав носит название «Внутренняя критика: Логика не является теорией рассуждений, а теория рассуждений не является логикой» [3].

Возвращаясь к теме статьи, следует отметить, что задача формализации естественных (аргументативных) рассуждений оказывается не столь тривиальной, как может показаться. В статье, опубликованной в предыдущем сборнике «Модели рассуждений – 4: аргументация и риторика», я достаточно подробно рассматривал специфику аргументативных рассуждений и соответствующих им аргументативных схем (см. [1]). В данной статье я предложу один из возможных вариантов формального построения логики аргументации.

1. Система аргументативных значений

Благодаря Г. Фреге мы твердо знаем, что любое декларативное предложение имеет ровно два значении, представляющие собой особые абстрактные объекты – Истина и Ложь. В дальнейшем будем называть их *логические значения*. В тоже время, достаточно очевидно, что оценка высказываний в процессе аргументации имеет свою (не логико-лингвистическую) специфику. Во-первых, в процессе аргументации используются не только декларативные повествовательные предложения (высказывания), но и оценочные суждения, вопросы и императивы. Для этих языковых выражений вопрос об их семантических характеристиках вообще, и значении в частности остается открытым. По крайней мере, ясно, что многие из подобных предложений не могут быть вообще оценены как истинные или ложные. Во-вторых, даже для стандартных декларативных предложений с четко зафиксированным смыслом и однозначно устанавливаемым истинностным значением оценка в процессе аргументации не сводится к установлению их истинности. Субъект – участник полемики может быть согласен с каким-то положением (принимать его, включать в свою позицию) или не согласен (отвергать, исключать из своей позиции). При этом далеко не всегда оказывается важно, каким – истинным или ложным – на самом деле является это положение.

Таким образом, в процессе аргументации на первый план выходят субъективные оценки положений, характеризующие эпистемическое состояние позиции субъекта. Назовем их *аргументативными значениями*.

Также очевидно, что, ставя перед собой задачу формальной экспликации аргументативных рассуждений, мы должны учитывать как логические, так и аргументативные значения предложений. Тем самым, значение предложение больше не является атомарным неделимым логическим объектом Фреге, применительно к процессу аргументации его (значение) можно рассматривать как комплекс, конгломерат логической и аргументативной составляющих. Ясно,

что число таких возможных сочетаний-комплексов равно четырем:

- истинно и приемлемо;
- истинно и неприемлемо;
- ложно и приемлемо;
- ложно и неприемлемо.

Примем для обозначения значения «Истина» символ **T**, а для обозначения оценки «приемлемо» – знак **1**. Пусть исходное множество **II** состоит из двух элементов: **II** = {**T**, **1**}. Вполне естественно отождествить наши новые значения-комплексы с элементами множества всех подмножеств **II**. Тогда P(**II**) = {{**T**, **1**}, {**T**}, {**1**}, ∅}. Условимся для удобства обозначать значения-множества следующим образом:

{**T**, **1**} – **T1**,
{**T**,} – **T0**,
{**1**} – **F1**,
∅ – **F0**.

Естественно, такая интерпретация означает принятие мощных предпосылок двузначности как для логических (онтологических), так и для аргументативных оценок, что, строго говоря, является весьма спорным. Например, если предположить, что субъект кроме согласия или несогласия может иметь в арсенале еще какую-то оценку типа «неопределенно», «не имеет значения» или «не знаю» (что, конечно, представить себе значительно проще), то число значений предложения опять возрастает. В данной работе остановимся на относительно простом четырехзначном случае.

Пусть функция оценки задана как отображение из множества пропозициональных переменных в множество P(**II**) – v: Φ ⟶ P(**II**). Распространим ее действие на произвольную формулу. Для этого рассмотрим язык $L_{\wedge\vee\neg}$ со стандартным определением формулы.

Будем исходить из следующих интуитивных соображений. Логические компоненты значений сложных формул определяются обычным для логики «классическим» способом. Что касается аргументативных составляющих, то и здесь значение сложной формулы будет определяться в соответствии со здравым смыслом. Так рассмотрим конъюнкцию двух формул, одна из которых имеет значение **T1**, а вторая – **F1**. Поскольку первая формула истинна, а вторая ложна, их конъюнкция будет ложна. И та и другая формула оценены субъектом как приемлемые, следовательно, вполне обоснованно оценить сложную формулу точно также. В итоге получаем значение **F1**. Пусть теперь первая формула истинна, но неприемлема, то есть ее значение – **T0**, а второй формуле по-прежнему приписано значение **F1**. Одна из формул ложна, поэтому их конъюнкция ложна, и одна из них неприемлема, поэтому естественно считать всю конъюнкцию неприемлемой. В результате конъюнкция **T0** и **F1** получает значение **F0**.

Эти интуитивные соображения находят свою простую и достаточно изящную реализацию в следующем определении.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.

$$v(\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B}) = v(\boldsymbol{A}) \cap v(\boldsymbol{B});$$
$$v(\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}) = v(\boldsymbol{A}) \cup v(\boldsymbol{B}).$$

Стоит обратить внимание, что находящиеся в определяющей части символы пересечения и объединения обозначают стандартные процедуры над множествами-значениями. Они не порождаются каким-либо отношением порядка, наоборот, соответствующий порядок может быть введен через пересечение и объединение хорошо известным способом. Такой подход естественным образом приводит к четырехзначной решетке, на которой порядок $\leq_i$ определяется через отношение включения между ее элементами.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. $\boldsymbol{x} \leq_i \boldsymbol{y}$ *iff* $\boldsymbol{x} \subseteq \boldsymbol{y}$.

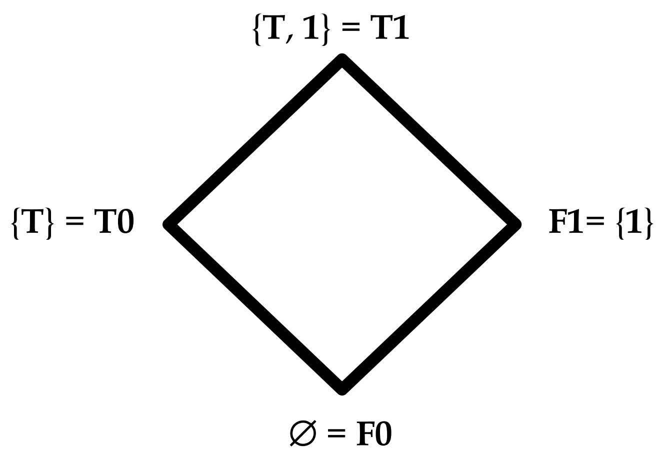

Рис.1. Решетка A4

Для дальнейшего рассмотрения удобно определить следование для произвольны позитивных формул языка $L_{\wedge\vee\neg}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3.

$$\boldsymbol{A} \vDash \boldsymbol{B} \ \textit{iff} \ \forall v(v(\boldsymbol{A}) \leq_{\mathrm{i}} v(\boldsymbol{B})).$$

Для того, чтобы решетка значений **A4** полностью соответствовала языку $L_{\wedge\vee\neg}$, необходимо определить значение функции v для формул с отрицанием. Оказывается, что развиваемая биполярная оценка высказываний открывает новые возможности для определения отрицания. Рассмотрим их последовательно.

Первый вариант, назовем его «онтологическим», состоит в понимании отрицания как связки, меняющей истинностное значение высказывания на противоположное. При этом аргументативная составляющая значения никак не затрагивается. Тогда табличное выражение условий приписывания значений для негативных формул выглядит следующим образом:

A	$\neg_1 A$
T1	F1
T0	F0
F1	T1
F0	T0

Таблица 1. Условия истинности для онтологического полу-отрицания₁.

Такому условию истинности для полу-отрицания будет соответствовать унарная операция на решетке A4, действие которой показано на рис. 2 красными стрелками.

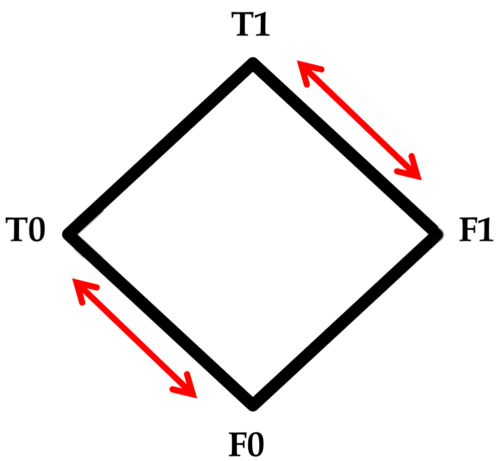

Рис.2. Унарная операция$_1$ на решетке A4.

Введенная связка в определенном (и достаточно точном) смысле может быть квалифицирована как полу-отрицание. Во-первых, оно обладает, но не в полной мере, а как раз на половину, характеристическими свойствами отрицания. Для формул с полу-отрицанием$_1$ выполняется следующее:

T1. $\neg_1\neg_1 \boldsymbol{A} \dashv\vdash \boldsymbol{A}$

T2. $\neg_1(\boldsymbol{A} \land \boldsymbol{B}) \vdash \neg_1\boldsymbol{A} \lor \neg_1\boldsymbol{B}$ T3. $\neg_1\boldsymbol{A} \land \neg_1\boldsymbol{B} \vdash \neg_1(\boldsymbol{A} \land \boldsymbol{B})$

T4. $\neg_1\boldsymbol{A} \land \neg_1\boldsymbol{B} \vdash \neg_1(\boldsymbol{A} \lor \boldsymbol{B})$ T5. $\neg_1(\boldsymbol{A} \lor \boldsymbol{B}) \vdash \neg_1\boldsymbol{A} \lor \neg_1\boldsymbol{B}$.

Во-вторых, для полной картины надо рассмотреть еще одно полу-отрицание$_2$. Оно представляет собой чисто «аргументативную» связку, меняющую аргументативную оценку и не затрагивающую онтологическую.

$\boldsymbol{A}$	$\neg_2 \boldsymbol{A}$
T1	T0
T0	T1
F1	F0
F0	F1

Таблица 2. Условия истинности для онтологического полу-отрицания$_2$.

Специфика соответствующей унарной связки продемонстрирована на рисунке 3 с помощью стрелок синего цвета. Полу-отрицание$_2$ обладает в точности теми же свойствами, что и полу-отрицание$_1$.

T1′. $\neg_2\neg_2 \boldsymbol{A} \dashv\vdash \boldsymbol{A}$

T2′. $\neg_2(\boldsymbol{A} \land \boldsymbol{B}) \vdash \neg_2\boldsymbol{A} \lor \neg_2\boldsymbol{B}$ T3′. $\neg_2\boldsymbol{A} \land \neg_2\boldsymbol{B} \vdash \neg_2(\boldsymbol{A} \land \boldsymbol{B})$

T4′. $\neg_2\boldsymbol{A} \land \neg_2\boldsymbol{B} \vdash \neg_2(\boldsymbol{A} \lor \boldsymbol{B})$ T5′. $\neg_2(\boldsymbol{A} \lor \boldsymbol{B}) \vdash \neg_2\boldsymbol{A} \lor \neg_2\boldsymbol{B}$.

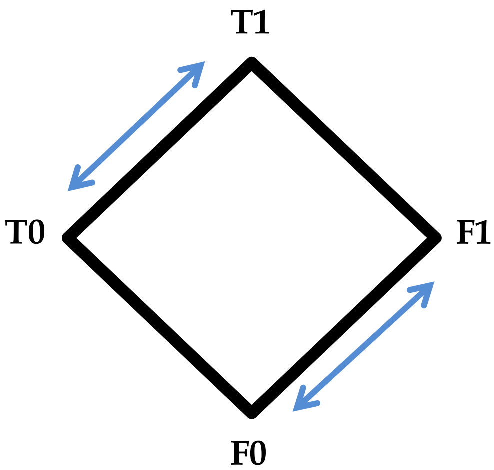

Рис.3. Унарная операция₂ на решетке А4.

Любопытная особенность полу-отрицаний состоит в том, что для них не выполняется ни монотонность, ни контрапозитивность, зато проходит специфическая полу-контрапозитивность:

T6. $\neg_1 \boldsymbol{A} \vdash \neg_1 \boldsymbol{B} \;/\; \neg_2 \boldsymbol{B} \vdash \neg_2 \boldsymbol{A}$
T7. $\neg_2 \boldsymbol{A} \vdash \neg_2 \boldsymbol{B} \;/\; \neg_1 \boldsymbol{B} \vdash \neg_1 \boldsymbol{A}$.

В сочетании с T1 и T1′ это сразу же приводит к еще более интересному следствию для суперпозиции двух полу-отрицаний: получившаяся в результате суперпозиции связка является полноценным классическим отрицанием!

T8. $\neg_1 \neg_2 \boldsymbol{A} \dashv\vdash \neg_2 \neg_1 \boldsymbol{A}$
T9. $\neg_2 \neg_1 \boldsymbol{A} \dashv\vdash \neg_1 \neg_2 \boldsymbol{A}$
T10. $\neg_1 \neg_2 (\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B}) \dashv\vdash \neg_1 \boldsymbol{A} \vee \neg_1 \boldsymbol{B}$
T11. $\neg_1 \neg_2 (\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}) \dashv\vdash \neg_1 \boldsymbol{A} \wedge \neg_1 \boldsymbol{B}$
R $\boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{B} \;/\; \neg_1 \neg_2 \boldsymbol{B} \vdash \neg_1 \neg_2 \boldsymbol{A}$

Пусть $\neg \boldsymbol{A}$ есть сокращение для $\neg_1 \neg_2 \boldsymbol{A}$. Тогда имеет место $\neg \boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{B} \vdash \neg \boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{A}$. Отрицание $\neg$ полностью меняет значение формулы, «переворачивая» и онтологическую и аргументативную составляющие.

В данной статье в качестве базового «аргументативного» отрицания выбрано полу-отрицание$_1$.

2. Логика аргументации Ar4

Для получения семантической логики аргументации рассмотрим в качестве модели решетку **A4**, снабженную унарной операцией полу-дополнение$_1$ и функцией оценки v: <P(**II**), ∩, ∪, $-_1$, v>, где $\forall \boldsymbol{p}_i(v(\boldsymbol{p}_i) \in$ P(**II**). В окончательном виде определение оценки для произвольной формулы принимает вид:

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4.

$$v(\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B}) = v(\boldsymbol{A}) \cap v(\boldsymbol{B});$$
$$v(\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}) = v(\boldsymbol{A}) \cup v(\boldsymbol{B});$$
$$v(\neg\boldsymbol{A}) = -_1 v(\boldsymbol{A}).$$

Здесь и далее для удобства вместо символа аргументативного полу-отрицания будет использовать просто символ ¬. Сформулируем следующее легко проверяемое утверждение.

УТВЕРЖДЕНИЕ 1.

(1) $\mathbf{T} \in \boldsymbol{x} \cap \boldsymbol{y} \Leftrightarrow \mathbf{T} \in \boldsymbol{x}$ и $\mathbf{T} \in \boldsymbol{x}$

$\mathbf{T} \in \boldsymbol{x} \cup \boldsymbol{y} \Leftrightarrow \mathbf{T} \in \boldsymbol{x}$ или $\mathbf{T} \in \boldsymbol{x}$

$\mathbf{T} \in -_1\boldsymbol{x} \Leftrightarrow \mathbf{T} \in \boldsymbol{x}$

(2) $\mathbf{1} \in \boldsymbol{x} \cap \boldsymbol{y} \Leftrightarrow \mathbf{1} \in \boldsymbol{x}$ и $\mathbf{1} \in \boldsymbol{x}$

$\mathbf{1} \in \boldsymbol{x} \cup \boldsymbol{y} \Leftrightarrow \mathbf{1} \in \boldsymbol{x}$ или $\mathbf{1} \in \boldsymbol{x}$

$\mathbf{1} \in -_1\boldsymbol{x} \Leftrightarrow \mathbf{1} \notin \boldsymbol{x}$

Аргументативная система Ar4 может быть сформулирована как система выводимостей между формулами языка $L_{\wedge\vee\neg}$.

A1. $\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{A}$

A2. $\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{B}$
A3. $\boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}$
A4. $\boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}$
A5. $(\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}) \wedge \boldsymbol{C} \vdash \boldsymbol{A} \vee (\boldsymbol{B} \wedge \boldsymbol{C})$
A6. $\neg\neg \boldsymbol{A} \dashv\vdash \boldsymbol{A}$
A7. $\neg(\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B}) \vdash \neg\boldsymbol{A} \vee \neg\boldsymbol{B}$
A8. $\neg\boldsymbol{A} \wedge \neg\boldsymbol{B} \vdash \neg(\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B})$
A9. $\neg\boldsymbol{A} \wedge \neg\boldsymbol{B} \vdash \neg(\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B})$
A10. $\neg(\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}) \vdash \neg\boldsymbol{A} \vee \neg\boldsymbol{B}$

R1. $\boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{B}, \boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{C} \ / \ \boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{B} \wedge \boldsymbol{C}$
R2. $\boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{C}, \boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{C} \ / \ \boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{C}$
R3. $\boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{B}, \boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{C} \ / \ \boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{C}$

Для доказательства семантической полноты получившейся системы определим каноническую оценку в терминах теорий.

Как обычно, *теория* представляет собой множество формул, замкнутых относительно выводимости и введения конъюнкции. Теория α является *простой*, если только если выполняется следующее условие: если $\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B} \in \alpha$, то $\boldsymbol{A} \in \alpha$ или $\boldsymbol{B} \in \alpha$. Теория α является *нормальной*, если она полна и непротиворечива, то есть для нее выполняется следующее условие: $\boldsymbol{A} \in \alpha$, если и только если $\neg\boldsymbol{A} \notin \alpha$.

Дополнительно введем понятие *самодвойственной* теории. Теория α является *самодвойственной*, если и только если верно следующее: если $\boldsymbol{A} \in \alpha$, то $\neg\boldsymbol{A} \in \alpha$. Стоит обратить внимание, то для всякой самодвойственной теории верно, что $\boldsymbol{A} \in \alpha$, если и только если $\neg\boldsymbol{A} \in \alpha$. Действительно, пусть $\neg\boldsymbol{A} \in \alpha$. Тогда по определению противоречивой теории $\neg\neg\boldsymbol{A} \in \alpha$. По A6. и свойству теорий (замкнутость относительно выводимости) будет иметь место и $\boldsymbol{A} \in \alpha$.

Итак, определим каноническую оценку v_c на парах самодвойственных и нормальных теорий.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5. Пусть α произвольная простая самодвойственная теория, а β – простая нормальная теория,

$$\mathbf{T} \in v_c(\boldsymbol{p}) \Leftrightarrow \boldsymbol{p} \in \alpha$$
$$\mathbf{1} \in v_c(\boldsymbol{p}) \Leftrightarrow \boldsymbol{p} \in \beta.$$

Теперь покажем, что каноническая оценка может быть с тем же эффектом распространена на произвольную формулу.

ЛЕММА 1. Пусть v_c каноническая оценка, тогда для произвольной формулы $\boldsymbol{A}$ языка $L_{\wedge\vee\neg}$ верно следующее:

$$\mathbf{T} \in v_c(\boldsymbol{A}) \Leftrightarrow \boldsymbol{A} \in \alpha$$
$$\mathbf{1} \in v_c(\boldsymbol{A}) \Leftrightarrow \boldsymbol{A} \in \beta.$$

Доказательство. Доказательство леммы ведется применением индукции по длине формулы (по числу связок). Ход доказательства стандартный, в нем используются аксиомы и Утверждение 1.

Доказательство теоремы полноты строится по принципу, использованному для логики FDE_a^{ad} с двумя типами связок (см. [5]). Оно основано на лемме Линденбаума, модифицированной для неклассических теорий в стиле [2] , согласно которой для любых $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B} \in L_{\wedge\vee\neg}$, если $\boldsymbol{A} \nvdash \boldsymbol{B}$, то существует простая теория χ такая, что $\boldsymbol{A} \in \chi$ и $\boldsymbol{B} \notin \chi$, и аналоге Леммы 3.2.3 из §3.2.2.

ЛЕММА 2. $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{\chi}$, где $\boldsymbol{\chi}$ – это простая теория, если и только если, для любой самодвойственной теории α и любой нормальной теории β имеет место следующее: $v_c(\boldsymbol{A}) \neq \mathbf{F0}$, где каноническая оценка определена на парах < α, β>.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Рассмотрим основные идеи доказательств.

($\Rightarrow$) Пусть (1) $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{\chi}$, где $\boldsymbol{\chi}$ – это простая теория, но (2) имеет место $v_\alpha(\boldsymbol{A})$ = **F0**. Очевидно на решетке **A4** имеется ровно два различных простых главных фильтра (*различных*, означает, что ни один из них не содержится в другом) – [**T0**), и [**F1**). Используя определение канонической оценки и лемму 8.2.1, зафиксируем следующее для произвольных α- и β-теорий:

(3) $\mathbf{T} \in v_c(\boldsymbol{A}) \Leftrightarrow \boldsymbol{A} \in \alpha \Leftrightarrow v_c(\boldsymbol{A}) \in [\mathbf{T0})$,
$\mathbf{1} \in v_c(\boldsymbol{A}) \Leftrightarrow \boldsymbol{A} \in \beta \Leftrightarrow v_c(\boldsymbol{A}) \in [\mathbf{F1})$.

На основании положения (3) определим отображение h из множества простых фильтров в множество простых теорий следующим образом: h ([Θ)) = $\boldsymbol{\chi} \Leftrightarrow \forall A$ ($\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{\chi} \Rightarrow v_c(\boldsymbol{A}) \in [\Theta)$). Тогда, по определению h,

h ([**T0**)) = α,
h ([**F1**)) = β.

Согласно допущению (2), $v_c(\boldsymbol{A}) \notin [\mathbf{T0})$ и $v_c(\boldsymbol{A}) \notin [\mathbf{F1})$. В свою очередь, это означает, что $\boldsymbol{A} \notin \alpha$ и $\boldsymbol{A} \notin \beta$. Таким образом, h ([**T0**)) ≠ h ([**F1**)) ≠ $\boldsymbol{\chi}$, и $\boldsymbol{\chi}$ не является простой теорией, что противоречит (1). Следовательно, $v_\alpha(\boldsymbol{A}) \neq \mathbf{F0}$.

($\Leftarrow$) В другую сторону доказательство абсолютно аналогично.

Лемма доказана.

МЕТАТЕОРЕМА 1. Для произвольных $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B} \in L_{\wedge\vee\neg}$, если $\boldsymbol{A} \vDash \boldsymbol{B}$, то $\boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{B}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Рассуждая от противного, предположим (1) $\boldsymbol{A} \vDash \boldsymbol{B}$ и (2) $\boldsymbol{A} \nvdash \boldsymbol{B}$. Согласно принятым определениям, (1) равносильно $\forall v(v(\boldsymbol{A}) \leq_i v(\boldsymbol{B}))$, то есть $\forall v(v(\boldsymbol{A}) \subseteq v(\boldsymbol{B}))$. Удалив квантор общности, получаем (3) $v_c(\boldsymbol{A}) \subseteq v_c(\boldsymbol{B})$).

Из (2), по лемме Линденбаума, приходим к тому, что существует простая теория χ такая, что $\boldsymbol{A} \in \chi$ и $\boldsymbol{B} \notin \chi$. По лемме 8.2.1, это утверждение равносильно следующему: (4) $v_c(\boldsymbol{A}) \neq$ **F0**, а $v_c(\boldsymbol{B})$ = **F0**. Но тогда очевидно (5) $v_c(\boldsymbol{A}) \nsubseteq v_c(\boldsymbol{B})$), что столь же очевидно противоречит (3).

3. Свойства выводимости в системе Ar4

Итак, в нашем распоряжении имеется некоторая логика, значения которой предполагают комплексную аргументативно-логическую интерпретацию. Рассмотрим ее возможные применения для моделирования аргуменативных рассуждений.

Определим позиции двух субъектов – участников аргументативного взаимодействия – следующим образом.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 6. Пусть $\boldsymbol{\Phi}$ – множество формул языка $L_{\wedge\vee\neg}$, тогда существуют $S_1, S_2 \subseteq \boldsymbol{\Phi}$ такие, что каждое из них является

- замкнутым относительно введения конъюнкции и отношения выводимости,
- простым (в приведенном выше смысле),
- нормальным (в приведенном выше смысле).

Поскольку выше отношение следования было определено на парах формул, соответствующим образом преобразуем множества S_1 и S_2, хотя, естественно, можно задавать все следующие ниже отношения между множествами формул.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 7. Пусть S_i – множество формул языка $L_{\wedge\vee\neg}$, характеризующее позицию одного из субъектов. Тогда $S_i^{\wedge} \rightleftharpoons \boldsymbol{B} \mid \forall \boldsymbol{C} \in S_i\ \boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{C}$.

Дополнительно введем традиционную для формального моделирования аргументации бинарную связку «*атакует*» ($>$)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 8. $\boldsymbol{A} > \boldsymbol{B} \Leftrightarrow_{\mathrm{Df}} \boldsymbol{A} \vdash \neg\boldsymbol{B}$.

Характеристические свойства $>$ таковы:

T12. $\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B} > \neg\boldsymbol{A}$ T13. $(\neg\boldsymbol{A} \wedge \neg\boldsymbol{B}) > \boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}$

T14. $\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B} > \neg\boldsymbol{B}$ T15. $(\neg\boldsymbol{A} \wedge \neg\boldsymbol{B}) > \boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B}$

T16. $\boldsymbol{A} > \neg(\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B})$ T17. $\neg(\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}) > \neg(\neg\boldsymbol{A} \vee \neg\boldsymbol{B})$

T18. $\boldsymbol{B} > \neg(\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B})$ T19. $\neg(\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B}) > \neg(\neg\boldsymbol{A} \vee \neg\boldsymbol{B})$

R4. $\boldsymbol{A} > \boldsymbol{B}, \boldsymbol{A} > \boldsymbol{C}\ /\ \boldsymbol{A} > (\boldsymbol{B} \wedge \boldsymbol{C})$

R5. $\boldsymbol{A} > \boldsymbol{C}, \boldsymbol{B} > \boldsymbol{C}\ /\ (\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}) > \boldsymbol{C}$

Стоит отметить, что отношение «атакует» не является транзитивным. Также легко заметить, что если $\boldsymbol{A}$ атакует $\boldsymbol{B}$, то очевидно (в силу принятых определений) $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ принадлежат к разным позициям.

Последовательно примем еще несколько достаточно очевидных определений, необходимых для моделирования аргументативного дискурса.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 9. $\boldsymbol{C} + \boldsymbol{B} \Leftrightarrow_{\mathrm{Df}} \exists\boldsymbol{A}\ (\boldsymbol{A} > \boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{C} > \boldsymbol{A})$

C *поддерживает* ***B***, если ***C*** атакует тот аргумент, который атакует ***B***.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 10. $!\,\boldsymbol{B} \Leftrightarrow_{\mathrm{Df}} \neg\exists\boldsymbol{A}\ (\boldsymbol{A} > \boldsymbol{B})$

$!\,\boldsymbol{B}$ означает, что *аргумент* ***B*** *не отбит*, то есть, нет такого аргумента, который его атакует.

Теперь определим, что значит: «*аргумент* ***A*** *восстанавливает аргумент* ***B***».

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 11. $\boldsymbol{A} < \boldsymbol{B} \Leftrightarrow_{\mathrm{Df}} (\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B})\ \&\ !\boldsymbol{A}$

Согласно принятому определению восстановление аргумента означает, что, во-первых, некоторый аргумент поддерживает второй аргумент, а во-вторых, что поддерживающий аргумент является не отбитым.

Теперь можно ввести определенное обобщение отношения выводимости – «аргументативное следование» $\Vdash$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 12. $\boldsymbol{A} \Vdash \boldsymbol{B} \Leftrightarrow_{\mathrm{Df}} \boldsymbol{A} \vdash \boldsymbol{B}\ \&\ \exists \boldsymbol{C}\ (\boldsymbol{C} \prec \boldsymbol{A})\ \&\ \exists \boldsymbol{C}\ (\boldsymbol{C} \prec \boldsymbol{B})$

Важно заметить, что отношение аргументативного следования не является монотонным. В самом деле, пусть $S_1^{\wedge} \Vdash \boldsymbol{B}$, то есть $\boldsymbol{B}$ – это аргумент или тезис, принимаемый первым субъектом. Рассмотрим теперь «супер-формулу» $S_1^{\wedge} \wedge S_2^{\wedge}$, соответствующую пересечению позиций обоих субъектов. Будет ли из нее аргументативно (в смысле $\Vdash$) следовать то же самое положение $\boldsymbol{B}$? Совершенно не обязательно, ведь второй субъект может подвергнуть это положение критике, которая окажется не отбита должным образом. Итак,

$$\frac{S_1^{\wedge} \Vdash \boldsymbol{B}}{S_1^{\wedge} \wedge S_2^{\wedge} \Vdash \boldsymbol{B},} \quad \text{только если } S_2^{\wedge} \Vdash \boldsymbol{B}.$$

Список литературы:

1. *Зайцев Д.В.* Схемы аргументации: игры риторического Mind'а или источник общезначимости аргументативных рассуждений // Модели рассуждений – 4: аргументация и риторика, Калининград, 2011, сс 52-66
2. *Dunn J. M.,* Partiality and its Dual, Studia Logica, 2000, 65, pp. 5-40.
3. *Harman G.* Internal Critique: a logic is not a theory of reasoning and a theory of reasoning is not a logic //

Handbook of the Logic of Argument and Inference (Studies in Logic and Practical Reasoning) by D.M. Gabbay, North Holland, 2002.
4. *Russel B.* Our Knowledge of the External World: as a Field for Scientific Method in Philosophy, (1914), Kessinger Publishing, 2010.
5. *Zaitsev D.V.* A few more useful 8-valued logics for reasoning with tetralattice EIGHT4 // Studia Logica, 2009, 92, pp. 265-280.

Об авторе

Зайцев Дмитрий Владимирович – к.ф.н., доцент кафедры логики философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, zaitsev@philos.msu.ru.

About author

Dr. Dmitry Zaitsev, Associate Professor, Department of Logic, Mikhail Lomonosov Moscow State University, zaitsev@philos.msu.ru.