

А. А. Персичкин, А. А. Шпилевой

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В БИСТАБИЛЬНОЙ СИСТЕМЕ
ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ СМЕСИ ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА
И «БЕЛОГО» ШУМА**

Рассмотрен механизм прохождения смеси гармонического сигнала и шума через бистабильную систему, роль которой выполняет триггер Шмитта. Показана зависимость отношения «сигнал – шум» от различных факторов. Определены необходимые условия для обеспечения повышения отношения «сигнал – шум» на выходе системы. Представлено решение по практической реализации эффекта в электронных цепях различного назначения.

© Персичкин А. А., Шпилевой А. А., 2013

Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2013. Вып. 4. С. 75 – 83.



In the work the mechanism of compound harmonic signal and noise through the bistable system which role carries out Schmitt's trigger is considered. Dependence of signal-to-noise ratio on different factors is shown. Necessary conditions for ensuring increase of the signal-to-noise ratio at the output of the system are defined. The decision on practical implementation of the effect in electronic circuits of various purposes is submitted.

Ключевые слова: узкополосный шум, отношение «сигнал – шум», дисперсия шума, фильтрация.

Key words: narrow-band noise, the attitude a «signal – noise», a dispersion of noise, a filtration.

76

Основным выражением, характеризующим процесс прохождения смеси гармонического сигнала и шума через бистабильную систему, в качестве которой удобно рассмотреть триггер Шмитта (ТШ), служит

$$SNR_{out} = \frac{16 \cdot \pi \cdot \theta \cdot f_0^2 \cdot p^2 \cdot B^2}{\sqrt{3} \cdot D^2} \cdot \exp\left(-\frac{p^2}{2D}\right) \cdot \delta(\omega), \quad (1)$$

где θ – длительность импульса; D – дисперсия шума; p – порог срабатывания схемы; f_0 – частота среза шума [1].

Экспериментальные зависимости отношения «сигнал – шум» (SNR) на выходе ТШ приведены на рисунке 1. Сравнивая полученные зависимости с моделью (1), можно сделать вывод, что она, строго говоря, справедлива лишь для дисперсии шума, а в остальном отличается от результатов эксперимента. В связи с этим предлагается другой подход к анализу прохождения смеси гармонического сигнала и шума через ТШ.

Величиной, определяющей эффект стохастического резонанса, является отношение «сигнал – шум» (SNR) на выходе ТШ. Соответственно, основными величинами, которые необходимо оценить, являются спектральная плотность мощности первой гармоники на частоте периодического сигнала и спектральная плотность мощности импульсного шума (рис. 2).

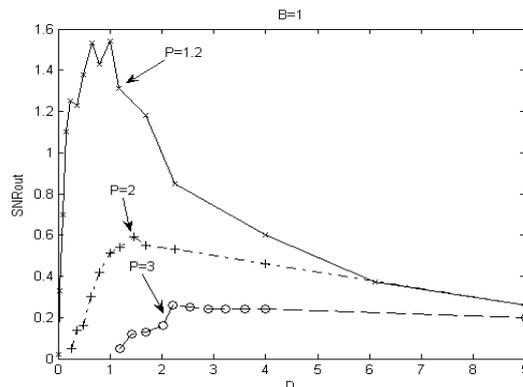


Рис. 1. Зависимость SNR на выходе ТШ от величины дисперсии шума

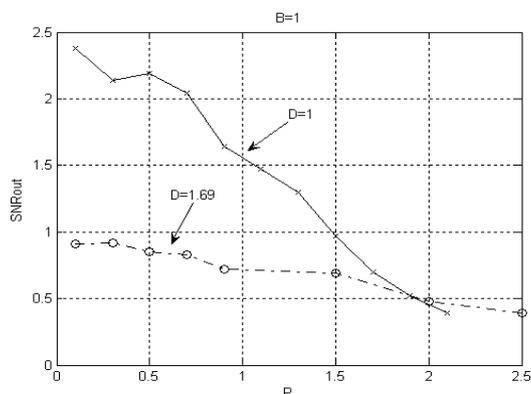


Рис. 2. Зависимость SNR на выходе ТШ от порога срабатывания

В работе [1] при вычислении спектральной плотности мощности шума была использована теорема Кэмпбелла с предположением, что спектр шума на выходе «белый» (рис. 3).

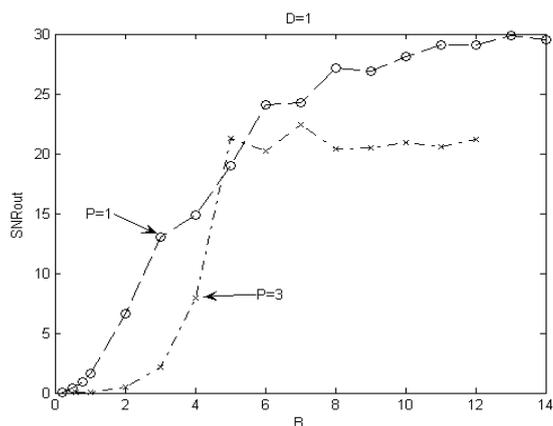


Рис. 3. Зависимость SNR на выходе ТШ от амплитуды гармонического сигнала

Если сигнал проходит через ТШ и регистрирующим устройством является АЦП, он будет представлять из себя чередование импульсов с длительностью, кратной t_0 [2–4]. В соответствии с этим выражение для спектральной плотности мощности шума будет следующим [4]:

$$S_N = \langle \gamma \rangle \cdot A^2 \cdot \frac{\sin^2(\pi \cdot f \cdot t_0)}{\pi^2 \cdot f^2}.$$

Для вычисления спектральной плотности мощности полезного сигнала рассмотрим влияние на порог срабатывания действующего значения одного из его полупериодов (рис. 4).

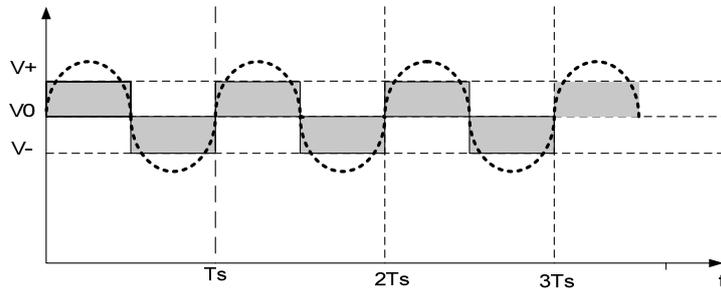


Рис. 4. Модель влияния полезного сигнала на порог срабатывания ТШ

78

По теореме Кэмпбелла и с учетом того, что порог срабатывания и действующее значение полупериода гармонического сигнала не коррелируют, среднее значение амплитуды случайной последовательности импульсов

$$V_+ = A \cdot t_0 \cdot \langle \gamma \rangle = A \cdot t_0 \cdot \left(\frac{f_0}{\sqrt{3}} \right) \cdot \exp \left(- \frac{p^2 + \frac{B^2}{\sqrt{2}}}{2D} \right).$$

Приращение амплитуды

$$V_s = V_- - V_0 = A \cdot t_0 \cdot \langle \gamma \rangle \cdot \left(\exp \left(- \frac{B^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot D} \right) - 1 \right).$$

Мощность полезного сигнала на выходе ТШ можно оценить как

$$P_s = A^2 \cdot t_0^2 \cdot \langle \gamma \rangle^2 \cdot \left(\exp \left(- \frac{B^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot D} \right) - 1 \right)^2 \cdot \delta(\omega).$$

Итоговое выражение для отношения «сигнал – шум»

$$SNR_{out} = \frac{P_s}{P_N} = \frac{\langle \gamma \rangle \cdot \pi^2 \cdot f_s^2 \cdot t_0^2 \cdot \left(\exp \left(- \frac{B^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot D} \right) - 1 \right)^2}{\sin^2(\pi \cdot f_s \cdot \tau_0)}. \quad (2)$$

Исследуя выражение (2), получим зависимости, представленные на рисунках 5–7, которые идентичны экспериментальным зависимостям на рисунках 1–3, что говорит о верности вышепредставленной теоретической модели.

Более детальное рассмотрение природы процесса показывает, что в разработанной теории не полностью учтены переменные. Суть состоит в том, что влияние дисперсии на SNR на входе и выходе ТШ различно.

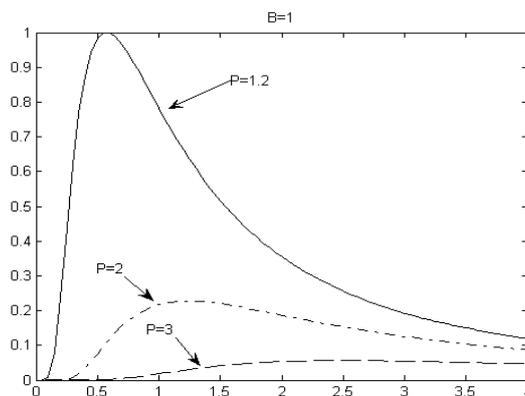


Рис. 5. Зависимость SNR на выходе ТШ от дисперсии шума

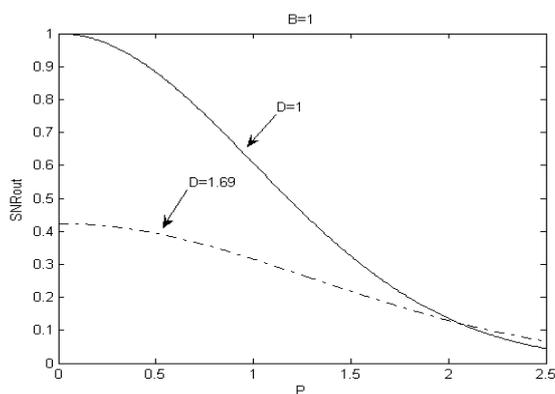


Рис. 6. Зависимость SNR на выходе ТШ от порога срабатывания

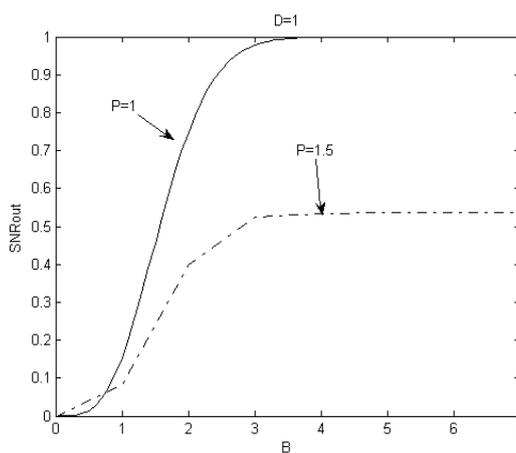


Рис. 7. Зависимость SNR на выходе ТШ от амплитуды гармонического сигнала



Дисперсию можно рассматривать как величину, зависящую от полосы пропускания и спектральной плотности мощности [5]:

$$D(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S'(f) \delta f.$$

Если шум «белый» и ограничен фильтром НЧ с частотой среза f_0 , то получаем $D(f_0) = S' \cdot f_0$. Тогда выражение (2) примет вид

$$SNR_{out} = \frac{f_0 \cdot \exp\left(-\frac{P^2}{2 \cdot S' \cdot f_0}\right) \cdot \pi^2 \cdot f_s^2 \cdot t_0^2 \cdot \left(\exp\left(-\frac{B^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot S' \cdot f_0}\right) - 1\right)^2}{\sqrt{3} \cdot \sin^2(\pi \cdot f_s \cdot \tau_0)}. \quad (3)$$

80

Отношение «сигнал – шум» на входе ТШ

$$SNR_{in} = \frac{B^2 \cdot \delta(f_s)}{S'}.$$

Из полученных выражений видна причина различного поведения отношений «сигнал – шум» на входе и выходе ТШ от дисперсии, которая представляется в виде произведения двух переменных – спектральной плотности мощности и ширины полосы шума. Величина SNR на входе ТШ зависит только от спектральной плотности мощности, тогда как на отношение «сигнал – шум» на выходе влияет как спектральная плотность мощности, так и ширина полосы пропускания. Предполагается, что вариацией полосы пропускания можно добиться увеличения отношения «сигнал – шум». Соответственно, выражение (3) можно представить как

$$SNR_{out}(f) = \frac{(f_0 + f) \cdot \exp\left(-\frac{P^2}{2 \cdot S' \cdot (f_0 + f)}\right) \cdot \pi^2 \cdot f_s^2 \cdot t_0^2 \cdot \left(\exp\left(-\frac{B^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot S' \cdot (f_0 + f)}\right) - 1\right)^2}{\sqrt{3} \cdot \sin^2(\pi \cdot f_s \cdot \tau_0)}. \quad (4)$$

Из полученных результатов следует, что при уменьшении значения спектральной плотности мощности возникает область, в которой возможно увеличение отношения «сигнал – шум».

Другой особенностью указанной модели является то, что эффект увеличения SNR наблюдается в узкой полосе, что означает применимость данной модели стохастического резонанса для большинства видов шумов, поскольку предполагается предварительное выделение полезного сигнала в узкой полосе частот. Данная особенность вовсе не означает, что частота полезного гармонического сигнала должна стремиться к нулю.

В работе [4] частота пересечения порога рассматривалась в полосе, ограниченной частотами f_4 и f_5 (рис. 9).

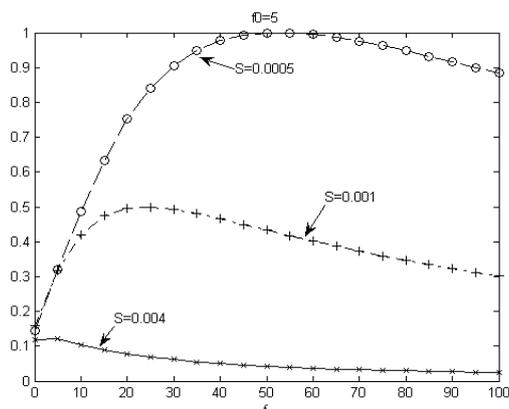


Рис. 8. Зависимость отношения «сигнал – шум» на выходе триггера Шмитта от полосы пропускания фильтра НЧ при разных значениях спектральной плотности мощности и пороге срабатывания, стремящегося к нулю

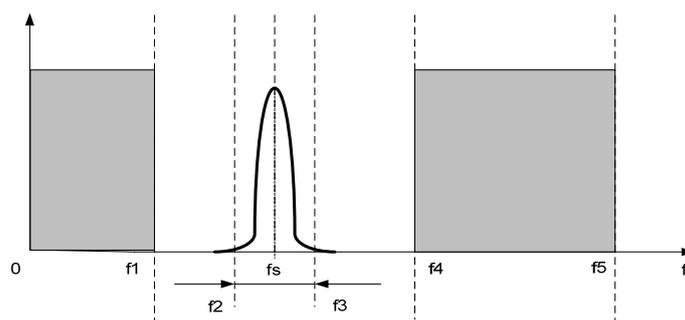


Рис. 9. Частотная диаграмма устройства улучшения SNR

Таким образом, конструкция устройства на базе ТШ, обеспечивающая увеличение отношения SNR на входе, должна содержать полосопропускающий фильтр с рабочим диапазоном $f_2 - f_3$, настроенный на центральную частоту f_s ; триггер Шмитта с порогом срабатывания, близким к нулю, и генератор «белого» шума с регулируемой полосой пропускания. С учетом вышеизложенного выражение (4) преобразуем к виду

$$\begin{aligned}
 SNR_{out}(f_5 - f_4) &= \frac{(f_5 - f_4 + f_3 - f_2) \cdot \exp\left(-\frac{p^2}{2 \cdot S \cdot (f_5 - f_4 + f_3 - f_2)}\right)}{\sqrt{3} \cdot \sin^2(\pi \cdot f_s \cdot \tau_0)} \otimes \\
 &\otimes \frac{\pi^2 \cdot f_s^2 \cdot t_0^2 \cdot \left(\exp\left(-\frac{B^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot S \cdot (f_5 - f_4 + f_3 - f_2)}\right) - 1\right)^2}{\sqrt{3} \cdot \sin^2(\pi \cdot f_s \cdot \tau_0)}.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Структурная схема экспериментальной установки изображена на рисунке 10. Результат, полученный с ее помощью (рис. 11), экспериментально подтверждает возможность улучшения SNR с помощью изученной модели.

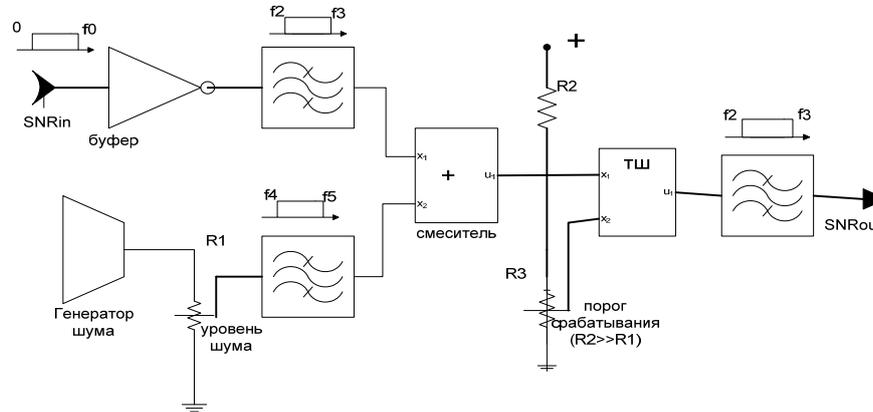


Рис. 10. Структурная схема экспериментальной установки по изучению возможности увеличения SNR на выходе схемы

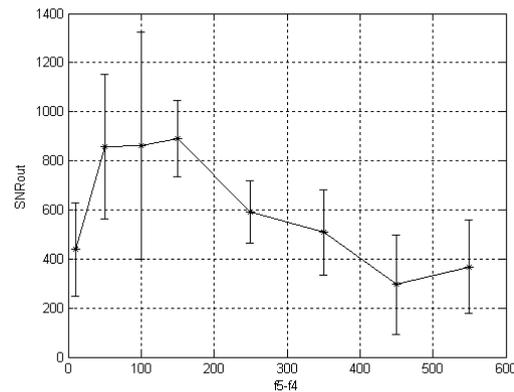


Рис. 11. Зависимость отношения «сигнал – шум» на выходе триггера Шмитта от полосы генератора шума при $f_s = 2000$ Гц, $f_3 - f_2 = 100$ Гц

Как видим, в случае применения предложенной бистабильной цепи возникает селективное увеличение отношения «сигнал – шум», что может использоваться для повышения эффективности приема и обработки слабых зашумленных сигналов.

Список литературы

1. Neiman A., Schimansky-Geier L., Moss F. Linear response theory applied to stochastic resonance // Phys. Rev. 1997. E 57. R9.
2. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. М., 1986. Ч. 1 : Случайные процессы.
3. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. М., 2006.
4. Ponimatkin V.E., Shpilevoi A.A., Shabalin A.A. About Electromagnetic Compatibility of Radio Communication Stations Antennae // AIS-2010 «Atmosphere, ionosphere, safety». Kaliningrad, 2010. P. 184 – 186.



5. Rice S.O. Selected Papers on Noise and Stochastic Processes / ed. N. Wax. N. Y., 1974. P. 133.

6. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М., 2009.

Об авторах

Андрей Андреевич Персичкин — ассист., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: persichkinaa@mail.ru

Андрей Алексеевич Шпилевой — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: AShpilevoi@kantiana.ru

About authors

Andrey Persichkin — lecturer, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: persichkinaa@mail.ru

Andrey Shpilevoy — PhD, ass. prof., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad

E-mail: AShpilevoi@kantiana.ru