УДК 519.688

*А. С. Кочина, М. В. Слободянюк*

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОРЯДКА В-СПЛАЙНОВ НА ВНЕШНИЙ ВИД ПОВЕРХНОСТИ

*Рассматривается влияние порядка В-сплайнов на внешний вид поверхности и на степень гладкости. Приведены поверхности, построенные на базе В-сплайнов порядков* $2 \times 2$, $3 \times 3$, $5 \times 5$.

*This article considers the effect of the order of B-splines on the appearance of surface and smoothness degree. The surfaces based on B-splines of* $2 \times 2$, $3 \times 3$, *and* $5 \times 5$ *orders are presented.*

**Ключевые слова:** В-сплайн, программирование, моделирование, гладкие поверхности, компьютерная графика.

**Key words:** B-splines, programming, modeling, smooth surfaces, computer graphics.

Для наглядности все поверхности построены на одной и той же сетке точек размерности $5 \times 5$.

Рассмотрим поверхность, построенную на базе В-сплайнов порядка $2 \times 2$. В этом случае поверхность совпадает со своим характеристическим многогранником — совокупностью билинейных поверхностей.

Произведем расчет базисных функций В-сплайна в $u$ направлении. Найдем 5 базисных функций порядка 2. Для этого потребуется узловой вектор, состоящий из $n + k = 7$ узловых значений. По формулам

$$x_i = 0,\ i \in [1, k];\ x_i = i - k,\ i \in [k+1, n];\ x_i = n - k + 1,\ i \in [n+1, n+k] \qquad (1)$$

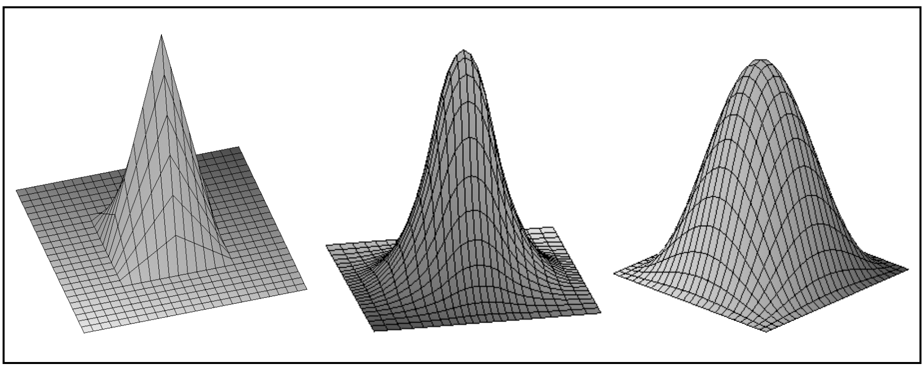
получаем координаты узлового вектора: (0, 0, 1, 2, 3, 4, 4).

Построенные на этом узловом векторе базисные функции определятся линейными функциями:

$$N_{1,2}(u) = \begin{cases} 0,\ u \in (-\infty, 0), \\ 1-u,\ u \in [0, 1), \\ 0,\ u \in [1, \infty), \end{cases} \quad N_{2,2}(u) = \begin{cases} 0,\ u \in (-\infty, 0), \\ u,\ u \in [0, 1), \\ 2-u,\ u \in [1, 2), \\ 0,\ u \in [2, \infty), \end{cases} \quad N_{3,2}(u) = \begin{cases} 0,\ u \in (-\infty, 1), \\ u-1,\ u \in [1, 2), \\ 3-u,\ u \in [2, 3), \\ 0,\ u \in [3, \infty), \end{cases}$$

$$N_{4,2}(u) = \begin{cases} 0,\ u \in [-\infty, 2), \\ u-2,\ u \in [2, 3), \\ 4-u,\ u \in [3, 4), \\ 0,\ u \in [4, \infty), \end{cases}, \quad N_{5,2}(u) = \begin{cases} 0,\ u \in [-\infty, 3), \\ u-3,\ u \in [3, 4), \\ 0,\ u \in [4, \infty). \end{cases}$$

Так как $m = n = 5$ и $q = k = 2$, то расчет базисных функций в направлении $v$ проводится совершенно аналогично. В данном случае получаем поверхность класса гладкости $C^0$ и в $u$, и в $v$ направлении (см. рис., *а*).



*а* *б* *в*

Рис. Поверхности, построенные на В-сплайнах порядков:
*а* — $2 \times 2$; *б* — $3 \times 3$; *в* — $5 \times 5$

Теперь рассмотрим NURBS-поверхность, построенную на базе сплайнов порядка $3 \times 3$.

Нам нужно вычислить 5 сплайнов порядка 3, для этого потребуется узловой вектор, состоящий из $n + k = 8$ узловых значений. По формуле (1) получаем координаты узлового вектора: (0, 0, 0, 1, 2, 3, 3).

Построенные на этом узловом векторе базисные функции представляют собой кусочные функции 2-го порядка. В данном случае получаем поверхность класса гладкости $C^1$ и в $u$, и в $v$ направлениях (см. рис., *б*).

Последний возможный вариант — случай B-сплайнов порядка 5 × 5, так как максимальный порядок B-сплайна равен числу вершин задающего многогранника, а у нас число вершин равно 5. В этом случае NURBS-поверхность совпадает с поверхностью Безье, построенной на заданной сетке точек. Произведем расчет узловых векторов и базисных функций. Необходимо вычислить 5 сплайнов порядка 5, для этого нам потребуется узловой вектор, состоящий из $n + k = 10$ узловых значений.

По формуле (1) получаем координаты узлового вектора: (0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1). Построенные на этом узловом векторе базисные функции определяются формулами:

$$N_{1,5}(u)=\begin{cases}0,\ u\in[-\infty,0),\\ u^4-4u^3+6u^2-4u+1,\ u\in[0,1),\\ 0,\ u\in[1,\infty),\end{cases}\quad N_{2,5}(u)=\begin{cases}0,\ u\in[-\infty,0),\\ -4u^4+12u^3-12u^2+4u,\ u\in[0,1),\\ 0,\ u\in[1,\infty),\end{cases}$$

$$N_{3,5}(u)=\begin{cases}0,\ u\in[-\infty,0),\\ 6u^4-12u^3+6u^2,\ u\in[0,1),\\ 0,\ u\in[1,\infty),\end{cases}\quad N_{4,5}(u)=\begin{cases}0,\ u\in[-\infty,0),\\ -4u^4+4u^3,\ u\in[0,1),\\ 0,\ u\in[1,\infty),\end{cases}$$

$$N_{5,5}(u)=\begin{cases}0,\ u\in[-\infty,0),\\ u^4,\ u\in[0,1),\\ 0,\ u\in[1,\infty).\end{cases}$$

В данном случае получаем поверхность класса гладкости $C^3$ и в $u$, и в $v$ направлениях (см. рис., *в*).

При сравнении графиков, представленных на рисунке, видно, что при увеличении порядка B-сплайнов поверхность приобретает бóльшую гладкость.

### Список литературы

1. *Голованов Н. Н.* Геометрическое моделирование. М., 2002.
2. *Роджерс Д., Адамс Дж.* Математические основы машинной графики. М., 2001.

### Об авторах

Александра Сергеевна Кочина — ст. преп., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.
E-mail: a_kochina@mail.ru

Мария Владимировна Слободянюк — студ., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.
E-mail: a_kochina@mail.ru

### About the authors

Aleksandra Kochina, Assistant Professor, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: a_kochina@mail.ru

Maria Slobodyanyuk, Student, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: a_kochina@mail.ru