The theory of point mappings structures are generalized and applied to the study of normalized projective space P_n. Geometrical images and numerical invariants generated by normalization are found and interpreted geometrically. Ptopositions are proved, in which properties of three affine connections defined by normalization are investigated.
УДК 514.75

ДВОЙСТВЕННЫЕ АФФИННЫЕ СВЯЗНОСТИ S-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

С.Ю. В о л к о в а

(Балтийский военно-морской институт)

В статье рассматривается построение двойственных аффинных связностей $\overset{1}{\nabla}, \overset{2}{\nabla}$ и $\overset{1}{\eta}, \overset{2}{\eta}$ скомпонованного S-распределения проективного пространства. Найдены охваты тензоров кривизны и кручения этих связностей. Показано, что связности $\overset{1}{\nabla}$ и $\overset{2}{\nabla}$ обобщенно сопряжены относительно поля основного фундаментального тензора Λ^n_{pq} базисного Λ-распределения. Выяснено, что пространство аффинной связности $\overset{1}{A}_{n,s}$ ($\overset{2}{A}_{n,s}$) имеет нулевое кручение тогда и только тогда, когда распределение нормалей 1-го (2-го) рода Λ-распределения является голономным. Аналогично пространство аффинной связности $\overset{1}{A}_{n,r}$ ($\overset{2}{A}_{n,r}$) имеет нулевое кручение тогда и только тогда, когда распределение нормалей 1-го (2-го) рода L-распределения является голономным. Найдена геометрическая интерпретация совпадения аффинных связностей $\overset{1}{\nabla}$ и $\overset{2}{\nabla}$ ($\overset{1}{\eta}$ и $\overset{2}{\eta}$).

В работе используется следующая схема индексов:

$$I,J,K = \overline{1,n};\ p,q,s,t,... = \overline{1,r};\ i,j,k,l = \overline{r+1,m};\ \alpha,\beta,\gamma = \overline{m+1,n-1}.$$

1. Рассмотрим скомпонованное S-распределение [1], базисное Λ-распределение которого двойственно нормализовано в смысле Нордена-Чакмазяна [2],[3] полями квазитензоров ν^p_n, ν^0_p [1;§4]. Система форм $\left\{\omega^J_0, \overset{1}{\theta}{}^{\partial}_0, \overset{1}{\theta}{}^p_q\right\}$, где

$$\overset{1}{\theta}{}^p_0 = \omega^p_0 - \nu^p_n \omega^n_0, \tag{1}$$

$$\overset{1}{\theta}{}^p_q = \omega^p_q - \nu^p_n \omega^n_q - \delta^p_q(\omega^0_0 - \overset{1}{\theta}{}^t_0 \nu^0_t) - L^p_{iq}\omega^i_0 - H^p_{\alpha q}\omega^\alpha_0 - (\nu^p_{nq} - \Lambda^n_{tq}\nu^t_n \nu^p_n)\omega^n_0 + \nu^0_q \overset{1}{\theta}{}^p_0,$$

удовлетворяет следующим структурным уравнениям

$$D\omega^J_0 = \omega^K_0 \wedge (\omega^J_K - \delta^J_K \omega^0_0),\ D\overset{1}{\theta}{}^{\partial}_0 = \overset{1}{\theta}{}_0 \wedge \overset{1}{\theta}{}^t_t + \overset{1}{r}{}^p_{KL}\,\omega^K_0 \wedge \omega^L_0,$$

$$D\overset{1}{\theta}{}^{\partial}_q = \overset{1}{\theta}{}^t_q \wedge \overset{1}{\theta}{}^p_t + \overset{1}{r}{}^p_{qKL}\,\omega^K_0 \wedge \omega^L_0, \tag{2}$$

где, в частности, имеем

$$\overset{1}{r}{}^{p}_{KL}=\delta^{\alpha}_{[K}H^{p}_{|\alpha|L]}+\delta^{i}_{[K}L^{p}_{|i|L]}-\nu^{p}_{n}\delta^{i}_{[K}L^{n}_{|i|L]}-\nu^{p}_{n}\delta^{\alpha}_{[K}H^{n}_{|\alpha|L]}-H^{p}_{\alpha t}\delta^{t}_{[K}\delta^{\alpha}_{L]}+L^{p}_{it}\delta^{t}_{[K}\delta^{i}_{L]}-$$
$$-\nu^{p}_{n[K}\delta^{n}_{L]}+\nu^{p}_{nt}\delta^{t}_{[K}\delta^{n}_{L]}-\Lambda^{n}_{ft}\nu^{f}_{n}\nu^{p}_{n}\delta^{t}_{[K}\delta^{n}_{L]}-\nu^{t}_{n}\nu^{p}_{n}\delta^{n}_{[K}\Lambda^{n}_{|t|L]}-H^{p}_{\alpha t}\nu^{t}_{n}\delta^{n}_{[K}\delta^{\alpha}_{L]}- \quad (3)$$
$$-L^{p}_{it}\nu^{t}_{n}\delta^{n}_{[K}\delta^{i}_{L]},$$

$$\overset{1}{r}{}^{p}_{qst}=\Lambda^{i}_{q[s}L^{p}_{|i|t]}+\Lambda^{\alpha}_{q[s}H^{p}_{|\alpha|t]}-\nu^{p}_{n[s}\Lambda^{n}_{|q|t]}-H^{p}_{\alpha q}\Lambda^{\alpha}_{[st]}-L^{p}_{iq}\Lambda^{i}_{[st]}-\delta^{p}_{q}\nu^{f}_{n}\nu^{0}_{f}\Lambda^{n}_{[st]}-$$
$$-\nu^{p}_{nq}\Lambda^{n}_{[st]}+\Lambda^{n}_{fq}\nu^{f}_{n}\nu^{p}_{n}\Lambda^{n}_{[st]}+\nu^{0}_{q[s}\delta^{p}_{t]}-\delta^{p}_{q}\nu^{0}_{[st]}-\nu^{p}_{n}\nu^{f}_{n}\Lambda^{n}_{q[s}\Lambda^{n}_{|f|t]}+ \quad (4)$$
$$+\nu^{t}_{n}\nu^{0}_{t}\Lambda^{n}_{q[s}\delta^{p}_{t]}-\nu^{0}_{q}\nu^{0}_{[s}\delta^{p}_{t]}.$$

Из структурных уравнений (2) следует, что система форм $\{\overset{1}{\theta}{}^{p}_{0},\overset{1}{\theta}{}^{p}_{q}\}$ удовлетворяет структурным уравнениям Картана-Лаптева [4],[5] и, следовательно, определяет пространство $\overset{1}{A}_{n,r}$ с линейной связностью $\overset{1}{\nabla}$ аффинного типа [6, §3] . Эту связность назовем первой линейной связностью аффинного типа, индуцируемой двойственной нормализацией базисного Λ-распределения данного скомпонованного S-распределения. Системы функций $\left\{\overset{1}{r}{}^{p}_{KL}\right\}$ (3) , $\left\{\overset{1}{r}{}^{p}_{qKL}\right\}$ образуют, соответственно, тензор кручения и тензор кривизны пространства $\overset{1}{A}_{n,r}$, причем подтензор $\left\{\overset{1}{r}{}^{p}_{qst}\right\}$ (4) тензора $\left\{\overset{1}{r}{}^{p}_{qKL}\right\}$ удовлетворяет тождеству Риччи $\overset{1}{r}{}^{p}_{(qst)}=0$. Тензор $\overset{1}{r}_{qs}=\overset{1}{r}{}^{p}_{qsp}$ назовем тензором Риччи пространства $\overset{1}{A}_{n,r}$.

Доказано, что условие голономности распределения нормалей первого рода $N_{n-r}(\nu)$ базисного Λ-распределения принимает вид

$$\delta^{i}_{[K}L^{p}_{|i|L]}+\delta^{\alpha}_{[K}H^{p}_{|\alpha|L]}-\nu^{p}_{n[K}\delta^{n}_{L]}-\nu^{p}_{n}\delta^{s}_{[K}\Lambda^{n}_{|s|L]}-\nu^{p}_{n}\delta^{i}_{[K}L^{n}_{|i|L]}-\nu^{p}_{n}\delta^{\alpha}_{[K}H^{n}_{|\alpha|L]}=0, \quad (5)$$

что равносильно обращению в нуль тензора кручения $\left\{\overset{1}{r}{}^{p}_{KL}\right\}$ (3) пространства $\overset{1}{A}_{n,r}$.

2. В силу двойственности теории нормализованного регулярного скомпонованного S-распределения проективного пространства [8] утверждаем, что система форм $\left\{\overset{-}{\omega}{}^{J}_{0},\overset{2}{\theta}{}^{p}_{0},\overset{2}{\theta}{}^{p}_{q}\right\}$ строения (1), где входящие в них формы ω и функции пишутся с черточкой сверху, определяет линейную связность аффинного типа $\overset{2}{\nabla}$, которую назовем второй аффинной связностью, индуцируемой нормализацией базисного Λ-распределения. Охваты тензоров кручения $\overset{2}{r}{}^{p}_{KL}$ и кривизны $\overset{2}{r}{}^{p}_{qKL}$ пространства $\overset{2}{A}_{n,r}$ имеют структурные построения ,аналогичные охватам соот-

ветствующих тензоров пространства $\overset{1}{A}_{n,r}$, причем входящие в них функции пишутся с черточкой сверху. Приведем построения форм $\overset{2}{\theta}{}^{p}_{0}, \overset{2}{\theta}{}^{p}_{q}$ и подтензора $\overset{2}{r}{}^{p}_{qst}$ тензора кривизны $\overset{2}{r}{}^{p}_{qKL}$:

$$\overset{2}{\theta}{}^{p}_{0} = \overset{1}{\theta}{}^{p}_{0} + \Lambda^{pq}_{n}\Lambda^{n}_{q\alpha}\omega^{\alpha}_{0} + (\nu^{p}_{n} + \Lambda^{n}_{qn}\Lambda^{pq}_{n} + \nu^{0}_{q}\Lambda^{pq}_{n})\omega^{n}_{0}, \qquad (a)$$

$$\overset{2}{\theta}{}^{p}_{q} = \overset{1}{\theta}{}^{p}_{q} + \nu^{p}_{n}\omega^{n}_{q} + \Lambda^{pt}_{n}\Lambda^{n}_{tqK}\omega^{K}_{0} + (\delta^{p}_{q}\Lambda^{n}_{fs}\nu^{f}_{n} - \Lambda^{pt}_{n}\nu^{0}_{t}\Lambda^{n}_{sq} - \delta^{p}_{q}\nu^{0}_{s} + \Lambda^{n}_{fq}\nu^{f}_{n}\delta^{p}_{s} - \nu^{0}_{q}\delta^{p}_{s})\omega^{s}_{0} +$$
$$+ (\delta^{p}_{q}\Lambda^{n}_{f\alpha}\nu^{f}_{n} + \Lambda^{pf}_{n}H^{n}_{\beta\alpha}\Lambda^{\beta}_{fq} + \Lambda^{pf}_{n}\Lambda^{k}_{fq}L^{n}_{k\alpha} + \Lambda^{n}_{fq}\Lambda^{ps}_{n}\Lambda^{n}_{s\alpha}\nu^{f}_{n} + H^{p}_{\alpha q})\omega^{\alpha}_{0} +$$
$$+ (L^{n}_{ji}\Lambda^{pf}_{n}\Lambda^{j}_{fq} + L^{p}_{iq})\omega^{i}_{0} + (\nu^{p}_{nq} + \Lambda^{pf}_{n}\Lambda^{n}_{tq}\nu^{0}_{f}\nu^{t}_{n} + \Lambda^{n}_{fq}\Lambda^{ps}_{n}\Lambda^{n}_{sn}\nu^{f}_{n} - \Lambda^{pt}_{n}\nu^{0}_{t}\nu^{0}_{q} + \qquad (6)$$
$$+ \Lambda^{pt}_{n}\nu^{0}_{tq} + \Lambda^{pf}_{n}\Lambda^{k}_{fq}L^{n}_{kn} + \Lambda^{pf}_{n}\Lambda^{\beta}_{fq}H^{n}_{\beta n} + 2\delta^{p}_{q}\nu^{0}_{t}\nu^{t}_{n} + \delta^{p}_{q}\nu^{t}_{n}\Lambda^{n}_{tn} + \nu^{p}_{n}\nu^{0}_{q} - \Lambda^{n}_{sq}\nu^{s}_{n}\nu^{p}_{n})\omega^{n}_{0}, \qquad (в)$$

$$\overset{2}{r}{}^{p}_{qst} = \Lambda^{n}_{fq}\Lambda^{pr}_{n}L^{f}_{i[s}\Lambda^{i}_{|r|t]} - \Lambda^{n}_{fq}\Lambda^{pr}_{n}\Lambda^{\alpha}_{r[s}H^{f}_{|\alpha|t]} - \Lambda^{pf}_{n}\nu^{0}_{f[s}\Lambda^{n}_{t]q} - \Lambda^{pf}_{n}\Lambda^{\alpha}_{fq}\Lambda^{n}_{r[s}H^{r}_{|\alpha|t]} -$$
$$- \Lambda^{pf}_{n}\Lambda^{i}_{fq}\Lambda^{n}_{r[s}L^{r}_{|i|t]} + \delta^{p}_{q}\nu^{0}_{f}\nu^{f}_{n}\Lambda^{n}_{[st]} + \Lambda^{pf}_{n}\nu^{0}_{fq}\Lambda^{n}_{[st]} - \nu^{0}_{q}\nu^{0}_{f}\Lambda^{pf}_{n}\Lambda^{n}_{[st]} + \Lambda^{n}_{fq}\nu^{f}_{n[s}\delta^{p}_{t]} - \qquad (7)$$
$$- \delta^{p}_{q}\Lambda^{n}_{f[s}\nu^{f}_{|n|t]} + \Lambda^{pf}_{n}\nu^{0}_{f}\nu^{0}_{[s}\Lambda^{n}_{t]q} - \nu^{f}_{n}\nu^{0}_{f}\delta^{p}_{[s}\Lambda^{n}_{t]q} - \Lambda^{n}_{fq}\nu^{f}_{n}\nu^{r}_{n}\Lambda^{n}_{r[s}\delta^{p}_{t]}.$$

Пространства $\overset{1}{A}_{n,r}$ и $\overset{2}{A}_{n,r}$ являются двойственными друг другу [6, §3], что подтверждается инволютивностью преобразования их слоевых форм по закону (6). Для тензора $\overset{2}{r}{}^{p}_{qst}$ справедливо тождество Риччи $\overset{2}{r}{}^{p}_{(qst)} = 0$. Тензор $\overset{2}{r}_{qs} = \overset{2}{r}{}^{p}_{qsp}$ назовем тензором Риччи пространства $\overset{2}{A}_{n,r}$. Аналогично доказывается, что условием голономности распределения нормалей 2-го рода $N_{r-1}(\nu^{0}_{p})$ является обращение в нуль тензора кручения $\overset{2}{r}{}^{p}_{KL}$ пространства $\overset{2}{A}_{n,r}$.

3. Покажем, что связности $\overset{1}{\nabla}$ и $\overset{2}{\nabla}$ обобщенно сопряжены [3],[7] относительно поля тензора Λ^{n}_{pq} вдоль любой принадлежащей базисному Λ-распределению кривой

$$\omega^{\alpha}_{0} = 0, \omega^{i}_{0} = 0, \omega^{n}_{0} = 0, \omega^{p}_{0} = \mu^{p}\theta, \qquad (8)$$

где

$$\nabla\mu^{p} - \mu^{p}(\omega^{0}_{0} + \theta^{0}_{0}) = \mu^{p}_{1}\theta, \;\; d\theta = \theta \wedge \theta^{0}_{0}.$$

Действительно, дифференциальные уравнения тензора Λ^{n}_{pq} [1] в силу соотношений (1),(6) можно представить в виде

$$d\Lambda^{n}_{pq} - \Lambda^{n}_{pt}\overset{2}{\theta}{}^{t}_{q} - \Lambda^{n}_{tq}\overset{1}{\theta}{}^{t}_{p} = \Lambda^{n}_{pq}\theta + a^{n}_{pqi}\omega^{i}_{0} + a^{n}_{pq\alpha}\omega^{\alpha}_{0} + a^{0}_{pq}\omega^{n}_{0}, \qquad (9)$$

где

$$\theta = \omega^{0}_{0} - \omega^{n}_{n} - \nu^{0}_{t}\omega^{t}_{0} - \nu^{t}_{n}\omega^{n}_{t},$$
$$a^{n}_{pqi} = \Lambda^{n}_{sq}L^{s}_{ip} - L^{n}_{ji}\Lambda^{j}_{pq}, \;\; a^{n}_{pq\alpha} = \Lambda^{n}_{tq}H^{t}_{\alpha p} - H^{n}_{\beta\alpha}\Lambda^{\beta}_{pq} - L^{n}_{i\alpha}\Lambda^{i}_{pq}, \qquad (10)$$

$$a^0_{pq} = \Lambda^n_{tq}(\nu^t_{np} - \Lambda^n_{sp}\nu^s_n\nu^t_n) - L^n_{in}\Lambda^i_{pq} - H^n_{\alpha n}\Lambda^\alpha_{pq} - \nu^0_p\nu^0_q - \nu^0_{pq}.$$

Резюмируя полученное в п.1-3, сформулируем предложение:

Теорема 1. На нормализованном полями квазитензоров (ν^p_n, ν^0_p) скомпонованном регулярном S-распределении проективного пространства P_n индуцируются две двойственные аффинные связности $\overset{1}{\nabla}$ и $\overset{2}{\nabla}$, определяемые соответственно системами форм (1) и (6), которые обобщенно сопряжены относительно поля основного тензора Λ^n_{pq} вдоль любой кривой, принадлежащей базисному Λ-распределению. Связность $\overset{1}{\nabla}(\overset{2}{\nabla})$ пространства аффинной связности $\overset{1}{A}_{n,r}$ ($\overset{2}{A}_{n,r}$) имеет нулевое кручение тогда и только тогда, когда распределение нормалей первого рода $N_{n-r}(\nu)$ (второго рода $N_{r-1}(\nu)$) является голономным.

Таким образом, для S-распределения получены результаты, аналогичные результатам А.В.Столярова [7] для гиперполосных распределений $\mathcal{H} \subset P_{n,n}$.

4. Найдем условие совпадения связностей $\overset{1}{\nabla}$, $\overset{2}{\nabla}$ пространств $\overset{1}{A}_{n,r}$ и $\overset{2}{A}_{n,r}$. Согласно (6), это условие сводится к одновременному выполнению следующих соотношений:

$$\Lambda^n_{q\alpha} = 0, \tag{a}$$

$$\nu^p_n + (\Lambda^n_{qn} + \nu^0_q)\Lambda^{pq}_n = 0, \tag{в}$$

$$\Lambda^{pt}_n(\Lambda^n_{tqs} - \Lambda^n_{sq}\nu^0_t) + \nu^p_n\Lambda^n_{qs} + \Lambda^n_{fs}\nu^f_n\delta^p_q + \delta^p_s(\Lambda^n_{fq}\nu^f_n - \nu^0_q) - \delta^p_q\nu^0_s = 0, \tag{c}$$

$$\Lambda^{pt}_n\Lambda^n_{tq\alpha} + \Lambda^{pf}_n(H^n_{\beta\alpha}\Lambda^\beta_{fq} + \Lambda^k_{fq}L^n_{k\alpha}) + H^p_{\alpha q} = 0,\ \Lambda^{pt}_n\Lambda^n_{tqi} + L^n_{ji}\Lambda^{pf}_n\Lambda^j_{fq} + L^p_{iq} = 0, \tag{d}$$

$$\Lambda^{pt}_n(\Lambda^n_{tqn} + \Lambda^n_{fq}\nu^f_n\nu^0_t - \nu^0_t\nu^0_q - \nu^0_{tq} + \Lambda^k_{tq}L^n_{kn} + \Lambda^\beta_{tq}H^n_{\beta n} + \Lambda^n_{fq}\Lambda^n_{tn}\nu^f_n) + \tag{11}$$

$$+ \nu^p_n(\Lambda^n_{pn} + \nu^0_q) + \nu^p_{nq} - \Lambda^n_{sq}\nu^s_n\nu^p_n + \delta^p_q(\Lambda^n_{tn} + 2\nu^0_t)\nu^t_n = 0. \tag{e}$$

Выясним геометрическую интерпретацию условий (11). Из соотношений (11а) вытекает, что $\mathcal{H}(\Lambda)$-распределение является взаимным. Тогда из уравнений

$$\nabla\Lambda^n_{pq} + \Lambda^n_{pq}\omega^0_0 = \Lambda^n_{pqL}\omega^L_0,$$

в силу (11а) и соотношений:

$$\overset{\lambda}{\Lambda}_p = \Lambda^{ts}_n\Lambda_{stp}, \qquad \Lambda^n_{\partial[qt]} = \Lambda^n_{p\alpha}\Lambda^\alpha_{[qt]} + \Lambda^n_{pn}\Lambda^n_{[qt]},$$

$$b^0_p = \frac{1}{r+2}b^n_{pqt}b^{qt}_n, \qquad C^n_{pqt} = b^n_{pqt} - b^n_{(pq}b^0_{t)}$$

следует, что функции Λ^n_{pqt} симметричны по любой паре нижних индексов и

$$b^0_p = \overset{\lambda}{\Lambda}_p. \tag{12}$$

Свертывая соотношения (11с) по p,q, имеем

$$\Lambda_s = b^0_s = \nu^0_s - \Lambda^n_{ps}\nu^p_n. \tag{13}$$

Следовательно, нормализация Λ-распределения является взаимной относительно поля соприкасающихся гиперквадрик

$$b^n_{pq}x^px^q + V^n_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta + V^n_{ij}x^ix^j + 2\Lambda^n_{i\alpha}x^ix^\alpha + 2\varphi_i x^ix^n + 2\varphi_\alpha x^\alpha x^n +$$
$$+ 2b_p x^px^n + t_n x^nx^n = 2x^0x^n. \qquad (14)$$

Из соотношений $M^0_p = \dfrac{1}{2}(b^0_p - \Lambda^n_{pn})$, $M^p_n = -\dfrac{1}{2}b^{pt}_n(b^0_t + \Lambda^n_{tn})$, (11в), (12), (13) непосредственно следует, что $\nu^p_n = M^p_n$, $\nu^0_p = M^0_p$, т.е. нормализация Λ-распределения есть нормализация Михэйлеску. Выражения (11с) в силу (13) перепишутся в виде

$$b^n_{pqt} - b^n_{(pq}b^0_{t)} = 0 \Leftrightarrow C^n_{pqt} = 0,$$

т.е. тензор Дарбу C^n_{pqt} обращается в нуль. Следовательно, соприкасающиеся гиперквадрики поля (14) имеют касание 3-го порядка с Λ-распределением.

Справедливо и обратное утверждение. Действительно, условия (11а,в,с) выполняются, если $\mathcal{B}(\Lambda)$-распределение является взаимным, его нормализация есть нормализация Михэйлеску и соприкасающиеся гиперквадрики (14) имеют с Λ-распределением касание 3-го порядка. Теперь, дифференцируя (11а,в) и учитывая (11с), [1, (1.5), (4.1), (4.4)], получаем соотношения (11d,e). В результате приходим к следующей геометрической интерпретации.

Теорема 2. На скомпонованном S-распределении с полем симметрического тензора Λ^n_{pq} связности $\overset{1}{\nabla}$ и $\overset{2}{\nabla}$ совпадают тогда и только тогда, когда $\mathcal{B}(\Lambda)$-распределение является взаимным, нормализация Λ-распределения есть нормализация Михэйлеску, а соприкасающиеся гиперквадрики (14) имеют касание 3-го порядка с Λ-распределением.

Таким образом, для S-распределения проективного пространства P_n мы приходим к аналогичной геометрической интерпретации, полученной в случае пространств проективной связности $P_{n,n}$ и $\overline{P_{n,n}}$ с нулевым кручением для гиперполосного распределения $\mathcal{B} \subset P_{n,n}$ А.В.Столяровым [7].

5. Точно таким же образом выясняется, что нормализованное в смысле Нордена-Чакмазяна базисное L-распределение данного скомпонованного S-распределения порождает две двойственные аффинные связности $\overset{1}{\eta}$ и $\overset{2}{\eta}$, относительно которых имеют место следующие предложения.

Теорема 3. Нормализованное в смысле Нордена-Чакмазяна (полями квазитензоров ν^i_n, ν^0_i) базисное L-распределение индуцирует на скомпонованном регулярном S-распределении проективного пространства P_n две двойственные аффинные связности $\overset{1}{\eta}$ и $\overset{2}{\eta}$, определяемые соответственно системами форм:

$$\overset{1}{\eta}{}^i_0 = \omega^i_0 - \nu^i_n\omega^n_0,\ \overset{1}{\eta}{}^i_j = \omega^i_j - \nu^i_n\omega^n_j - \delta^i_j(\omega^0_0 - \overset{1}{\eta}{}^k_0\,\nu^0_k) - L^i_{pj}\omega^p_0 - H^i_{\alpha j}\omega^\alpha_0 -$$
$$- (\nu^i_{nj} - \Lambda^n_{kj}\nu^k_n\nu^i_n)\omega^n_0 + \nu^0_j\,\overset{1}{\eta}{}^i_0;\ \overset{2}{\eta}{}^i_0 = \overline{\overset{1}{\eta}{}^i_0},\ \overset{2}{\eta}{}^i_j = \overline{\overset{1}{\eta}{}^i_j},$$

которые обобщенно сопряжены относительно поля основного тензора L^n_{ij} вдоль любой кривой, принадлежащей базисному L-распределению. Соответствующая связность $\overset{1}{\eta}$($\overset{2}{\eta}$) пространства аффинной связности $\overset{1}{A}_{n,s}(\overset{2}{A}_{n,s})$ имеет нулевое кручение тогда и только тогда, когда распределение нормалей первого рода $N_{n-s}(\nu)$(второго рода $N_{s-1}(\nu)$) является голономным.

Теорема 4. На скомпонованном S-распределении с полем симметрического тензора L^n_{ij} связности $\overset{1}{\eta}$ и $\overset{2}{\eta}$ совпадают тогда и только тогда, когда $\mathcal{S}$(L)-распределение является взаимным, нормализация L-распределения есть нормализация Михэйлеску, а соприкасающиеся гиперквадрики

$$l^n_{ij}x^i x^j + S^n_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta + S^n_{pq}x^p x^q + 2\Lambda^n_{p\alpha}x^p x^\alpha + 2S_p x^p x^n + 2S_\alpha x^\alpha x^n +$$
$$+ 2l_i x^i x^n + l_n x^n x^n = 2x^0 x^n.$$

имеют касание 3-го порядка с L-распределением.

Библиографический список

1. *Волкова С.Ю.* $\hat{H}(\Lambda, L)$-распределения проективного пространства // Диф. геом. многооб. фигур. Калининград, 1991. N 22. С.23-25.

2. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М .: Наука , 1976.

3. *Чакмазян А.В.* Двойственная нормализация / Докл. АН Арм. ССР. 1959. Т.28. N4. С.151-157.

4. *Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П.* Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1979. Т.9. 248 с.

5. *Остиану Н.М., Рыжков В.В., Швейкин П.И.* Очерк научных исследований Германа Федоровича Лаптева // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1973. Т.4. С.7-70.

6. *Столяров А.В.* Дифференциальная геометрия полос // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. М., 1978. Т.10. С.25-54.

7. *Столяров А.В.* Двойственная теория оснащенных многообразий: Монография. Чебоксары, 1992. 290 с.

8. Волкова С.Ю. О двойственных проективных связностях $H(\Lambda, L)$-распределения // Диф. геом. многооб. фигур. Калининград, 1993. N24. С.28-37.

S.Ju.V o l k o v a

DUAL AFFINE CONNECTIONS OF S-DISTRIBUTION

Dual affine connections $\overset{1}{\nabla}, \overset{2}{\nabla}$ and $\overset{1}{\eta}, \overset{2}{\eta}$ of grouped S-distribution of the projective space are constructed. Scopes of curvature and torsion tensors of these connections are found. It is shown, that connections $\overset{1}{\nabla}$ and $\overset{2}{\nabla}$ are generalized conjugated concerning fundamental tensor Λ^n_{pq} of base Λ-distribution. It is discovered torsion of affine con-

nection space $\overset{1}{A}_{n,r}$ ($\overset{2}{A}_{n,r}$) vanishes if and only if distribution of 1-st (2-st) normals of Λ-distribution is holonomic. Torsion of affine connection space $\overset{1}{A}_{n,s}$ ($\overset{2}{A}_{n,s}$) vanishes if and only if distribution of 1-st (2-nd) normals of L-distribution is holonomic. Geometrical interpretation of affine connections $\overset{1}{\nabla}$ and $\overset{2}{\nabla}$ ($\overset{1}{\eta}$ и $\overset{2}{\eta}$) coinsidence is found out.