

Доказательство. Точки пересечения коники $F_{a,\epsilon}^c$ с прямыми AE_1 и AE_2 имеют вид:

$$M_{1,2} \left(\pm \frac{1}{\sqrt{a}}, 0, 0 \right), M_{3,4} \left(0, \pm \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}, 0 \right). \quad (I3)$$

Так как точки (I3) одновременно являются фокальными точками коники $F_{a,\epsilon}^c$ конгруэнции $(F_{a,\epsilon}^c)$, то их координаты должны удовлетворять уравнению (I2), а это возможно только в случае, когда $c=0$, т.е. когда коника $F_{a,\epsilon}^c$ является коникой $F_{a,\epsilon}$. Обратное утверждение теоремы легко проверить, подставив в уравнение (I2) $c=0$.

Теорема 4. Точки пересечения коники $F_{a,\epsilon}^c$ с прямыми $x^1 = \pm x^2$ тогда и только тогда являются ее фокальными точками, когда коника $F_{a,\epsilon}^c$ есть коника $F_{a,a}^c$.

Доказательство. Точки пересечения коники $F_{a,\epsilon}^c$ с прямыми $x^1 = x^2$ и $x^1 = -x^2$ имеют соответственно вид:

$$N_{1,2} (\pm B_1, \pm B_1, 0); N_{3,4} (\pm B_2, \pm B_2, 0), \quad (I4)$$

где $B_1 = \frac{1}{\sqrt{a+\epsilon+2c}}$, $B_2 = \frac{1}{\sqrt{a+\epsilon-2c}}$.

Подставляя координаты точек (I4) в уравнение (I2), убеждаемся, что они будут удовлетворять этому уравнению только в случае, когда $a=\epsilon$, т.е. когда коника $F_{a,\epsilon}^c$ является коникой $F_{a,a}^c$. Обратное утверждение теоремы следует из того, что при $a=\epsilon$ уравнение (I2) приводится к виду: $((x^1)^2 - (x^2)^2)(\Gamma_1^{21} x^2 - \Gamma_1^{22} x^1 - \Gamma_1^{22} \Gamma^{31}) = 0$, следовательно, точки пересечения прямых $x^1 = \pm x^2$ с коникой $F_{a,a}^c$ являются ее фокальными точками.

Теорема 5. Каждая из коник $F_{a,\epsilon}$ и $F_{a,\epsilon}^c$ имеет по две фокальные точки, инцидентные прямой ℓ .

Доказательство. Прямая ℓ задается уравнениями (7), учитывая их в уравнениях (6) и (I2) для определения координат фокальных точек коник $F_{a,\epsilon}$ и $F_{a,\epsilon}^c$, убеждаемся в справедливости теоремы.

Теорема 6. Прямая ℓ проходит через характеристическую точку плоскости коники F .

Доказательство. Характеристическая точка плоскости коники F имеет координаты $(-\Gamma^{31}, 0, 0)$. Подставляя эти координаты в уравнения (7), задающие прямую ℓ , убеждаемся в справедливости теоремы.

В предыдущих выпусках сборника освещена работа семинара по 23 декабря 1987 года. Ниже приводится перечень докладов, обсужденных на семинаре в 1988 году.

10.02.88. В.С.М а л а х о в с к и й. Обзор по дифференциальной геометрии многообразий фигур.

17.02.88. Б.А.А н д р е е в. Отображения многообразий фигур в механике сплошных сред.

24.02.88. А.В.М а х о р к и н. Метод нормальных форм в теории систем Пфаффа.

2.03.88. В.В.М а х о р к и н. Инфинитезимальные фигуры.

9.03.88. Ю.И.П о п о в. Дифференциально-геометрические структуры многообразия.

16.03.88. Е.В.С к р ы д л о в а. О вырожденных конгруэнциях, порожденных парой коник специального взаимного расположения.

23.03.88. С.В.Ш м е л е в а. Конгруэнции квадрик в трехмерном проективном пространстве с фокальным автополярным тетраэдром.

30.03.88. В.Н.Х у д е н к о. О связи связности в расслоении, ассоциированном с многообразием обобщенных пространственных элементов, с пространством аффинной связности.

6.04.88. Е.А.Ш е р б а к. О конгруэнциях пар фигур, порожденных коникой и плоскостью.

13.04.88. С.Ю.В о л к о в а. Об одном классе распределений проективного пространства.

20.04.88. Л.М.К р е с с (г.Казань). Пучки билинейных форм и аффинные связности в биаксиальных и биаффинных пространствах.

27.04.88. Э.Ш.З а р и п о в (Тадж.ССР). Геометрия однородных пространств, порожденных группами унитарных и неевклидовых движений и их автоморфизмами.

4.05.88. М.Ф.Г р е б е н ю к (г.Киев). Дифференциально-геометрические структуры, ассоциированные с распределением аффинного пространства.

11.05.88. Н.В.М а л а х о в с к и й. О семействах коллинеаций многомерных проективных пространств.

18.05.88. Т.П.Ф у н т и к о в а. Вырожденные конгруэнции, порожденные парой эллипсов.

25.05.88. С.В.Ш м е л е в а. Об одном классе конгруэнций квадрик с шестикратной фокальной поверхностью.

5.10.88. Е.П.Ю р о в а. Расслоенное пространство квадрик в аффинном пространстве.

12.10.88. Ю.И.Ш е в ч е н к о. Роль оснащения Э.Картана и нормализации А.П.Нордена для задания фундаментально-групповых связностей.

19.10.88. Л.А.Ж а р и к о в а. О связностях, индуцируемых конгруэнциями коник.

26.10.88. Л.Г.К о р с а к о в а. Конгруэнции пар коник с заданными свойствами ассоциированных образов.

2.11.88. В.П.Ц а п е н к о. Классы конгруэнций пар квадрик и точек.

9.11.88. Ю.И.Ш е в ч е н к о. Приложение ковариантных дифференциалов геометрических объектов к геометрии поверхности проективного пространства.

16.11.88. Е.В. С к р ы д л о в а. О вырожденных конгруэнциях кривых и поверхностей второго порядка.

30.11.88. Б.А.А н д р е е в. К теории многообразий гиперквадрик унитарного пространства.

7.12.88. В.В.М а х о р к и н. Связь фокальных образов с теорией особенностей дифференцируемых отображений.

14.12.88. В.Н.Х у д е н к о. Связности в расслоениях, ассоциированных с многообразиями квадрик.

21.12.88. Л.Г.К о р с а к о в а. Геометрические свойства пар конгруэнций коник.

28.12.88. Ю.И.П о п о в. О неголономных композициях А.П. Нордена многосоставных распределений.