соответственно а остальные пространства локально плоские, то размерность алгебры Ли инфинитезимальных аффинных преобразований прямого произведения таких пространств не превосходит $(n_1+n_2+\ldots+n_m)^2-(3s-1)(n_1+n_2+\ldots+n_m)+$

$+2s^2+3s$.

Список литературы

1. *Вишневский В.В., Широков А.П., Шурыгин В.В.* Пространства над алгебрами. Казань, 1985.

2. *Егоров И.П.* Движения в пространствах аффинной связности // Ученые записки. Казань, 1965.

3. *Моргун М.В.* Некоторые свойства прямого произведения линейных связностей // Движения в обобщенных пространствах. Пенза, 2005. С. 84—90.

4. *Султанов А.Я.* О максимальной размерности интранзитивных групп движений пространств аффинной связности//Движения в обобщенных пространствах. Пенза. 2000. С.79—90.

M. Morgun

ABOUT LIE ALGEBRAS DIMENSION OF INFINITESIMAL AFFINE TRANSFORMATIONS OF PRODUCTS SPACES OF AFFINE CONNECTIVITY

The Lie algebras dimension of infinitesimal affine transformations of products of two spaces of affine connectivity is provided with the condition that one of them is not locally projective-flat.

УДК 514.75

О.М. Омельян

(Российский государственный университет им. Иммкнуила Канта)

КЛАССИФИКАЦИЯ ПУЧКОВ СВЯЗНОСТЕЙ, ИНДУЦИРОВАННЫХ КОМПОЗИЦИОННЫМ ОСНАЩЕНИЕМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОСКОСТЕЙ

В многомерном проективном пространстве рассматривается распределение плоскостей. Производится классификация так называемых общих и особых пучков связностей, индуцированных оснащением распределения плоскостей.

В работе индексы принимают следующие значения:

$$I,\ldots=\overline{1,n};\ i,\ldots=\overline{1,m};\ a,\ldots=\overline{m+1,n}.$$

1. В n-мерном проективном пространстве P_n продолжим исследование распределения NS_n [1; 2] m-мерных плоскостей P_m. В работах [3; 4] произведено композиционное оснащение распределения NS_n, состоящее в задании на нем полей плоскостей Картана и нормалей 2-го рода Нордена

$$C_{n-m-1}: P_m \oplus C_{n-m-1} = P_n,\ N_{m-1}: A \oplus N_{m-1} = P_m,$$

причем оснащающие плоскости определены совокупностями точек

$$B_a=A_a+\lambda^i_a A_i+\lambda_a A,\ B_i=A_i+\lambda_i A.$$

Объект $\lambda=\{\lambda^i_a,\ \lambda_a,\ \lambda_i\}$ является оснащающим квазитензором, содержащим три подквазитензора λ^i_a, $\{\lambda^i_a,\ \lambda_a\}$ и λ_i. Выражения для дифференциалов точек B_a и B_i имеют вид:

$$dB_a=(\ldots)^b_a B_b+(t^i_{aj}\omega^j+t^i_{ab}\omega^b)B_i+((t_{ai}-\lambda_j t^j_{ai})\omega^i+(t_{ab}-\lambda_i t^i_{ab})\omega^b)A,$$

$$dB_i=(\ldots)^j_i B_j+(\ldots)^a_i B_a+(t_{ij}\omega^j+t_{ia}\omega^a)A,$$

где компоненты объекта $t=\{t^i_{aj},\ t^i_{ab},\ t_{ai},\ t_{ab},\ t_{ij},\ t_{ia}\}$ являются функциями от фундаментального объекта 1-го порядка распределения NS_n, оснащающего квазитензора и его пфаффовых производных, т.е. $t=t(\Lambda^1,\lambda,\lambda')$. В [3] показано, что объект t характеризует специальные смещения плоскостей Картана и нормалей 2-го рода. Кроме того, объект t является тензором и содержит ряд простейших, простых и составных подтензоров (ср. [5]):

$\{t_{ij}\}$, $\{t^i_{aj}\}$;

$\{t_{ij}, t_{ia}\}$, $\{t^i_{aj}, t^i_{ab}\}$, $\{t^i_{aj}, t_{ai}\}$, $\{t^i_{aj}, t^i_{ab}, t_{ai}\}$, $\{t^i_{aj}, t^i_{ab}, t_{ai}, t_{ab}\}$;

$\{t_{ij}, t^i_{aj}\}$, $\{t_{ij}, t^i_{aj}, t^i_{ab}\}$, $\{t_{ij}, t^i_{aj}, t_{ai}\}$, $\{t_{ij}, t^i_{aj}, t^i_{ab}, t_{ai}\}$,

$\{t_{ij}, t^i_{aj}, t^i_{ab}, t_{ai}, t_{ab}\}$,

$\{t_{ij}, t_{ia}, t^i_{aj}\}$, $\{t_{ij}, t_{ia}, t^i_{aj}, t^i_{ab}\}$, $\{t_{ij}, t_{ia}, t^i_{aj}, t_{ai}\}$,

$\{t_{ij}, t_{ia}, t^i_{aj}, t^i_{ab}, t_{ai}\}$.

Введем в рассмотрение объект [3] $\mu = \{\mu_{ai}, \mu_{ab}\}$, компоненты которого выражаются по формулам

$$\mu_{ai} = t_{ai} - \lambda_j t^j_{ai}, \ \mu_{ab} = t_{ab} - \lambda_i t^i_{ab}.$$

Этот объект также является тензором и содержит подтензор μ_{ai}.

Ковариантные производные [3] оснащающего квазитензора λ, выражающиеся через компоненты объекта групповой связности Γ по формулам

$$\nabla_j \lambda_i = \lambda_{ij} + \lambda_k \Gamma^k_{ij} - \Gamma_{ij}, \ \nabla_a \lambda_i = \lambda_{ia} + \lambda_j \Gamma^j_{ia} - \Gamma_{ia},$$

$$\nabla_j \lambda^i_a = \lambda^i_{aj} - \lambda^k_a \Gamma^i_{kj} + \lambda^i_b \Gamma^b_{aj} - \Gamma^i_{aj},$$

$$\nabla_b \lambda^i_a = \lambda^i_{ab} - \lambda^j_a \Gamma^i_{jb} + \lambda^i_c \Gamma^c_{ab} - \Gamma^i_{ab}, \tag{2}$$

$$\nabla_i \lambda_a = \lambda_{ai} + \lambda_b \Gamma^b_{ai} - \lambda^j_a \Gamma_{ji} - \Gamma_{ai},$$

$$\nabla_b \lambda_a = \lambda_{ab} + \lambda_c \Gamma^c_{ab} - \lambda^i_a \Gamma_{ib} - \Gamma_{ab}.$$

Они образуют тензор, содержащий аналогичный (1) ряд подтензоров:

$\{\nabla_j \lambda_i\}$, $\{\nabla_j \lambda^i_a\}$;

$\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_a\lambda_i\}, \{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a\}, \{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a\}, \{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a\}, \{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a, \nabla_b\lambda_a\}$;

$\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_j\lambda^i_a\}$, $\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a\}$, $\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_j\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a\}$, $\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a\}$,

$\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a, \nabla_b\lambda_a\}$, $\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_a\lambda_i, \nabla_j\lambda^i_a\}$, $\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_a\lambda_i, \nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a\}$, $\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_a\lambda_i, \nabla_j\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a\}$, $\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_a\lambda_i, \nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a\}$.

2. Произведем классификацию подтензоров (3). Для этого запишем сравнения по модулю базисных форм ω^j для ковариантных производных (2) оснащающего квазитензора λ:

$$\Delta\nabla_j\lambda_i \equiv 0, \quad \Delta\nabla_j\lambda^i_a \equiv 0,$$

$$\Delta\nabla_a\lambda_i - \nabla_j\lambda_i\,\omega^j_a \equiv 0, \quad \Delta\nabla_b\lambda^i_a - \nabla_j\lambda^i_a\,\omega^j_b \equiv 0, \tag{4}$$

$$\Delta\nabla_i\lambda_a + \nabla_i\lambda^j_a\omega_j \equiv 0, \quad \Delta\nabla_b\lambda_a + \nabla_b\lambda^i_a\,\omega_i - \nabla_i\lambda_a\,\omega^i_b \equiv 0.$$

Переберем все возможные варианты обращения тензора $\nabla\lambda$ и его подтензоров (3) в нуль, тогда сравнения (4) дадут новые подтензоры:

2.1. $\nabla_j\lambda_i = 0$; $\{\nabla_a\lambda_i\}$, $\{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a\}$, $\{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a\}$, $\{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a\}$, $\{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a, \nabla_b\lambda_a\}$.

2.2. $\nabla_j\lambda^i_a = 0$; $\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_a\lambda_i\}$, $\{\nabla_b\lambda^i_a\}$, $\{\nabla_i\lambda_a\}$, $\{\nabla_b\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a, \nabla_b\lambda_a\}$.

2.3. $\nabla_j\lambda_i = 0$, $\nabla_a\lambda_i = 0$; $\{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a\}$, $\{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a\}$, $\{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a\}$, $\{\nabla_j\lambda^i_a, \nabla_b\lambda^i_a, \nabla_i\lambda_a, \nabla_b\lambda_a\}$.

2.4. $\nabla_j\lambda^i_a = 0$, $\nabla_b\lambda^i_a = 0$; $\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_a\lambda_i\}$, $\{\nabla_i\lambda_a\}$, $\{\nabla_i\lambda_a, \nabla_b\lambda_a\}$.

2.5. $\nabla_j\lambda^i_a = 0$, $\nabla_i\lambda_a = 0$; $\{\nabla_j\lambda_i, \nabla_a\lambda_i\}$, $\{\nabla_b\lambda^i_a\}$, $\{\nabla_b\lambda^i_a, \nabla_b\lambda_a\}$.

2.6. $\nabla_j\lambda^i_a=0,\ \nabla_b\lambda^i_a=0,\ \nabla_i\lambda_a=0;\ \{\nabla_j\lambda_i,\nabla_a\lambda_i\},\ \{\nabla_b\lambda_a\}.$

2.7. $\nabla_j\lambda^i_a=0,\ \nabla_b\lambda^i_a=0,\ \nabla_i\lambda_a=0,\ \nabla_b\lambda_a=0;\ \{\nabla_j\lambda_i,\nabla_a\lambda_i\}.$

2.8. $\nabla_j\lambda_i=0,\ \nabla_j\lambda^i_a=0;\ \{\nabla_a\lambda_i\},\ \{\nabla_b\lambda^i_a\},\ \{\nabla_i\lambda_a\},$ $\{\nabla_b\lambda^i_a,\nabla_i\lambda_a,\nabla_b\lambda_a\}.$

2.9. $\nabla_j\lambda_i=0,\ \nabla_j\lambda^i_a=0,\ \nabla_b\lambda^i_a=0;\ \{\nabla_a\lambda_i\},\ \{\nabla_i\lambda_a\},$ $\{\nabla_i\lambda_a,\nabla_b\lambda_a\}.$

2.10. $\nabla_j\lambda_i=0,\ \nabla_j\lambda^i_a=0,\ \nabla_b\lambda^i_a=0,\ \nabla_i\lambda_a=0;\ \{\nabla_a\lambda_i\},\ \{\nabla_b\lambda_a\}.$

2.11. $\nabla_j\lambda_i=0,\ \nabla_j\lambda^i_a=0,\ \nabla_b\lambda^i_a=0,\ \nabla_i\lambda_a=0,\ \nabla_b\lambda_a=0;\ \{\nabla_a\lambda_i\}.$

2.12. $\nabla_j\lambda_i=0,\ \nabla_a\lambda_i=0,\ \nabla_j\lambda^i_a=0;\ \{\nabla_b\lambda^i_a\},\ \{\nabla_i\lambda_a\},$ $\{\nabla_b\lambda^i_a,\nabla_i\lambda_a,\nabla_b\lambda_a\}.$

2.13. $\nabla_j\lambda_i=0,\ \nabla_a\lambda_i=0,\ \nabla_j\lambda^i_a=0,\ \nabla_b\lambda^i_a=0;\ \{\nabla_i\lambda_a\},$ $\{\nabla_i\lambda_a,\nabla_b\lambda_a\}.$

2.14. $\nabla_j\lambda_i=0,\ \nabla_a\lambda_i=0,\ \nabla_j\lambda^i_a=0,\ \nabla_i\lambda_a=0;\ \{\nabla_b\lambda^i_a\},$ $\{\nabla_b\lambda^i_a,\nabla_b\lambda_a\}.$

2.15. $\nabla_j\lambda_i=0,\ \nabla_a\lambda_i=0,\ \nabla_j\lambda^i_a=0,\ \nabla_b\lambda^i_a=0,\ \nabla_i\lambda_a=0;\ \{\nabla_b\lambda_a\}.$

2.16. $\nabla_a\lambda_i=0,\ \nabla_j\lambda^i_a=0,\ \nabla_b\lambda^i_a=0,\ \nabla_i\lambda_a=0,\ \nabla_b\lambda_a=0.$

***Замечание* 1.** Случай 2.16, когда весь тензор $\nabla\lambda$ обнулился, будем называть полностью вырожденным.

Определение. *Пучки связностей, построенные в случаях* (2.1—2.16) *обращения тензора* $\nabla\lambda$ *и его подтензоров* (3) *в нуль без наложения дополнительных условий, будем называть общими пучками, в противном случае пучки будут особыми, т. е. для их получения нужно обнулить и соответствующие компоненты тензора специальных смещений* t *или* μ.

3. Произведем классификацию общих пучков связностей следующим образом: используем все случаи (2.1—2.16) обращения тензора $\nabla\lambda$ и его подтензоров (3) в нуль и приравняем, где это возможно, получившиеся подтензоры соответствующим подтензорам тензора t и μ.

Сначала выделим два крайних случая, а именно когда все ковариантные производные не обращаются в нуль (невырожденный случай), и наоборот — когда они все обращаются в нуль (полностью вырожденный случай 2.16).

3.1. $\overset{1}{\nabla}_j \lambda_i = t_{ij}$, $\overset{1}{\nabla}_a \lambda_i = t_{ia}$, $\overset{1}{\nabla}_j \lambda^i_a = t^i_{aj}$, $\overset{1}{\nabla}_b \lambda^i_a = t^i_{ab}$, $\overset{1}{\nabla}_i \lambda_a = t_{ai}$,

$\overset{1}{\nabla}_b \lambda_a = t_{ab}$.

Так строится общий пучок 1-го типа $\overset{1}{\Gamma}$, из которого выделяется связность 1-го типа $\overset{01}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}{}^i_{jK}, \overset{01}{\Gamma}_{iJ}, \overset{0}{\Gamma}{}^a_{bI}, \overset{01}{\Gamma}{}^i_{aJ}, \overset{01}{\Gamma}_{aI}\}$, где выражения охватов для компонент этой связности и пучка найдены в работах [3, 4].

***Замечание* 2.** Цифра «1» над знаком ковариантной производной здесь и в дальнейшем будет означать номер общего пучка.

3.2. $\overset{2}{\nabla}_j \lambda_i = 0$, $\overset{2}{\nabla}_a \lambda_i = 0$, $\overset{2}{\nabla}_j \lambda^i_a = 0$, $\overset{2}{\nabla}_b \lambda^i_a = 0$, $\overset{2}{\nabla}_i \lambda_a = 0$, $\overset{2}{\nabla}_b \lambda_a = 0$.

Так получается общий пучок 2-го типа $\overset{2}{\Gamma}$, из которого можно выделить связность 2-го типа $\overset{02}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}{}^i_{jK}, \overset{02}{\Gamma}_{iJ}, \overset{0}{\Gamma}{}^a_{bI}, \overset{02}{\Gamma}{}^i_{aJ}, \overset{02}{\Gamma}_{aI}\}$, причем компоненты этой связности и пучка охвачены по формулам, полученным в [3; 4].

Теперь перейдем к анализу случаев (2.3, 2.4, 2.7, 2.13), которые дадут еще четыре общих пучка на основании того, что в левых и правых частях выписывае-

мых ниже равенств стоят объекты, являющиеся одновременно подтензорами

3.3. $\overset{3}{\nabla}_j \lambda_i = 0$, $\overset{3}{\nabla}_a \lambda_i = 0$, $\overset{3}{\nabla}_j \lambda^i_a = t^i_{aj}$, $\overset{3}{\nabla}_b \lambda^i_a = t^i_{ab}$, $\overset{3}{\nabla}_i \lambda_a = t_{ai}$,

$\overset{3}{\nabla}_b \lambda_a = t_{ab}$.

Итак, найден общий пучок 3-го типа $\overset{3}{\Gamma}$, из которого можно выделить связность 3-го типа $\overset{03}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}{}^i_{jK}, \overset{02}{\Gamma}_{iJ}, \overset{0}{\Gamma}{}^a_{bI}, \overset{01}{\Gamma}{}^i_{aJ}, \overset{03}{\Gamma}_{aI}\}$, новые компоненты которой выражаются по формулам

$$\overset{03}{\Gamma}_{ai} = -\lambda_{ji}\lambda^j_a - \Lambda^b_{ji}\lambda^k_b\lambda^j_a\lambda_k + 2\lambda_i\lambda_j\lambda^j_a - \lambda_a\lambda_i,$$

$$\overset{03}{\Gamma}_{ab} = -\lambda_{ib}\lambda^i_a - \Lambda^c_{ib}\lambda^i_a\lambda^j_c\lambda_j + \lambda_i\lambda_b\lambda^i_a - \lambda_a\lambda_i\lambda^i_b - 2\lambda^i_a\lambda^j_b\lambda_i\lambda_j - \lambda_a\lambda_b. \qquad (5)$$

3.4. $\overset{4}{\nabla}_j \lambda_i = t_{ij}$, $\overset{4}{\nabla}_a \lambda_i = t_{ia}$, $\overset{4}{\nabla}_j \lambda^i_a = 0$, $\overset{4}{\nabla}_b \lambda^i_a = 0$, $\overset{4}{\nabla}_i \lambda_a = \mu_{ai}$, $\overset{4}{\nabla}_b \lambda_a = \mu_{ab}$.

Мы построили общий пучок 4-го типа $\overset{4}{\Gamma}$, из которого естественным образом выделяется связность 4-го типа $\overset{04}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}{}^i_{jK}, \overset{01}{\Gamma}_{iJ}, \overset{0}{\Gamma}{}^a_{bI}, \overset{02}{\Gamma}{}^i_{aJ}, \overset{04}{\Gamma}_{aI}\}$, причем новые охваты имеют вид:

$$\overset{04}{\Gamma}_{ai} = \lambda^j_{ai}\lambda_j - \Lambda^b_{ki}\lambda^j_b\lambda^k_a\lambda_j - \Lambda^b_{ji}\lambda^j_a\lambda_b + \lambda^j_a\lambda_i\lambda_j,$$

$$\overset{04}{\Gamma}_{ab} = \lambda^i_{ab}\lambda_i - \Lambda^c_{jb}\lambda^i_c\lambda^j_a\lambda_i - \Lambda^c_{ib}\lambda^i_a\lambda_c - \lambda^i_a\lambda^j_b\lambda_i\lambda_j - \lambda_a\lambda_b. \qquad (6)$$

3.5. $\overset{5}{\nabla}_j \lambda_i = t_{ij}$, $\overset{5}{\nabla}_a \lambda_i = t_{ia}$, $\overset{5}{\nabla}_j \lambda^i_a = 0$, $\overset{5}{\nabla}_b \lambda^i_a = 0$, $\overset{5}{\nabla}_i \lambda_a = 0$, $\overset{5}{\nabla}_b \lambda_a = 0$.

Таким образом получается общий пучок 5-го типа $\overset{5}{\Gamma}$, из которого можно выделить связность 5-го типа $\overset{05}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}{}^i_{jK}, \overset{01}{\Gamma}_{iJ}, \overset{0}{\Gamma}{}^a_{bI}, \overset{02}{\Gamma}{}^i_{aJ}, \overset{05}{\Gamma}_{aI}\}$, где

$$\overset{05}{\Gamma}_{ai} = \lambda_{ai} - 2\Lambda^b_{ji}\lambda^j_a\lambda_b + \lambda^j_a\lambda_i\lambda_j - \lambda_a\lambda_i, \qquad (7)$$

$$\overset{05}{\Gamma}_{ab} = \lambda_{ab} - 2\Lambda^c_{ib}\lambda^i_a\lambda_c - \lambda^i_a\lambda_i\lambda^j_b\lambda_j + \lambda_a\lambda^i_b\lambda_i - 2\lambda_a\lambda_b.$$

3.6. $\overset{6}{\nabla}_j \lambda_i = 0,\quad \overset{6}{\nabla}_a \lambda_i = 0,\quad \overset{6}{\nabla}_j \lambda^i_a = 0,\quad \overset{6}{\nabla}_b \lambda^i_a = 0,\quad \overset{6}{\nabla}_i \lambda_a = \mu_{ai},$

$\overset{6}{\nabla}_b \lambda_a = \mu_{ab}.$

Так находится общий пучок 6-го типа $\overset{6}{\Gamma}$, из которого естественным образом выделяется связность 6-го типа

$\overset{06}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}{}^i_{jK}, \overset{02}{\Gamma}_{iJ}, \overset{0}{\Gamma}{}^a_{bI}, \overset{02}{\Gamma}{}^i_{aJ}, \overset{06}{\Gamma}_{aI}\}$, где

$$\overset{06}{\Gamma}_{ai} = \lambda^j_{ai}\lambda_j - \lambda_{ji}\lambda^j_a - 2\Lambda^b_{ji}\lambda^j_a\lambda^k_b\lambda_k + 2\lambda_i\lambda_j\lambda^j_a,$$

$$\overset{06}{\Gamma}_{ab} = \lambda^i_{ab}\lambda_i - \lambda_{ib}\lambda^i_a - 2\Lambda^c_{jb}\lambda^i_c\lambda_i\lambda^j_a - 2\lambda_i\lambda^i_a\lambda_j\lambda^j_b + \lambda_b\lambda^i_a\lambda_i - \lambda_a\lambda_b. \quad (8)$$

***Замечание* 3.** Из формул (6) и (7) (из п. 3.2 и формул (8)) видно, что связности 4-го и 5-го типов (2-го и 6-го типов) отличаются лишь компонентами Γ_{aI}, т.е. они совпадают тогда и только тогда, когда $\mu_{ai} = 0,\ \mu_{ab} = 0.$

Вернемся к остальным нерассмотренным случаям (2.1, 2.2, 2.5, 2.6, 2.8—2.12, 2.14, 2.15) обращения тензора $\nabla\lambda$ и его подтензоров в нуль, в которых для построения пучков потребуется наложить дополнительные условия. Например, рассмотрим случай 2.1:

$$\overset{1*}{\nabla}_j \lambda_i = 0,\ \overset{1*}{\nabla}_a \lambda_i = t_{ia},\ \overset{1*}{\nabla}_j \lambda^i_a = t^i_{aj},\ \overset{1*}{\nabla}_b \lambda^i_a = t^i_{ab},$$

$$\overset{1*}{\nabla}_i \lambda_a = t_{ai},\ \overset{1*}{\nabla}_b \lambda_a = t_{ab},\ t_{ij} = 0.$$

Требование выполнения условия $t_{ij} = 0$ связано с тем, что объект $\{\overset{1*}{\nabla}_j \lambda_i, \overset{1*}{\nabla}_a \lambda_i\}$ является тензором, а объект $\{t_{ia}\}$ самостоятельным тензором не является, поэтому в общем случае равенство $\overset{1*}{\nabla}_a \lambda_i = t_{ia}$ не имеет места. Таким образом, при условии $t_{ij} = 0$ строится особый пучок 1-го типа $\overset{1*}{\Gamma}$, из которого выделяется особая связность 1-го типа

$\overset{1*}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}{}^{i}_{jK}, \overset{02}{\Gamma}_{ij}, \overset{01}{\Gamma}_{ia}, \overset{0}{\Gamma}{}^{a}_{bI}, \overset{01}{\Gamma}{}^{i}_{aJ}, \overset{03}{\Gamma}_{ai}, \overset{01}{\Gamma}_{ab}\}$, чьи компоненты охватываются по формулам выше приведенных связностей.

***Замечание* 4.** Особый пучок будем отличать от общего пучка, ставя «1*» над знаком ковариантной производной.

***Замечание* 5.** В работе [3] было построено лишь четыре общих пучка, нумерация которых несколько отличается.

Вывод. Композиционное оснащение распределения плоскостей индуцирует шесть общих пучков групповых связностей и целый ряд особых пучков.

Список литературы

1. *Лаптев Г.Ф., Остиану Н.М.* Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности. I // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1971. Т. 3. С. 49—94.
2. *Омельян О.М.* Нетензорность объекта кривизны групповой связности на распределении плоскостей // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2002. № 33. С. 74—78.
3. *Омельян О.М.* Четыре индуцированных связности на распределении плоскостей // Междунар. конф. по геом. и анализу. Пенза, 2003. С. 63—69.
4. *Омельян О.М.* Пучки связностей 1-го и 2-го типов, индуцированные композиционным оснащением распределения плоскостей // Междунар. конф. Пенза, 2006 (в печати).
5. *Шевченко Ю.И.* Оснащения центропроективных многообразий. Калининград, 2000.

O. Omelyan

CLASSIFICATION OF CONNECTION’S BUNCHES, INDUCED BY COMPOSITE CLOTHING OF DISTRIBUTIONS OF PLANES

In many-dimensional projective space the distribution of planes is considered. The classification of so-called common and special

connection's bunches, induced by clothing of distribution of planes, is produced.

УДК 514.76

К.В. Полякова

(Российский государственный университет им. Иммануила Канта)

ПОВЕРХНОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ ПРОЕКТИВНОЙ СВЯЗНОСТИ

Рассмотрено пространство проективной связности и найдены некоторые соотношения на компоненты его тензора кривизны-кручения. Рассмотрена поверхность в пространстве проективной связности и доказано, что кривизна групповой связности, образует тензор, содержащий четыре подтензора. Сопоставлены приемы Г.Ф. Лаптева и Ю.Г. Лумисте задания связности, и показано, что они приводят к одинаковым структурным уравнениям для форм связности и сравнениям на компоненты объекта кривизны.

1. Тензор кривизны-кручения. Пусть пространство проективной связности $P_{n,n}$ с n-мерными слоями и n-мерной базой определяется системой $(n+1)^2$ форм Пфаффа $\theta_{J`}^{I`}$ со структурными уравнениями

$$D\theta_{J`}^{I`} = \theta_{J`}^{K`} \wedge \theta_{K`}^{I`} + \tfrac{1}{2} R_{J`KL}^{I`} \theta_0^K \wedge \theta_0^L, \ \theta_{I`}^{I`} = 0, \ R_{J`(KL)}^{I`} = 0,$$

$$I, J, K, \ldots = 1, \ldots, n; \ I`, J`, K`, \ldots = 0, \ldots, n.$$

Опустим условие $\theta_{I`}^{I`} = 0$ и рассмотрим новые слоевые формы $\omega_{J`}^{I`} = \theta_{J`}^{I`} - \delta_{J`}^{I`}\theta_0^0$, или подробнее: $\omega_0^0 = 0$, $\omega^I = \theta^I$,