This paper is devoted to continuation Sasaki type of metrics (1) on tangent bundle research. Necessary and sufficient conditions of almost Hermitian structure membership to one of Grey-Hervella classes are obtained.

УДК 514.75

Ю.И. Попов
(Калининградский государственный университет)

ФЛАГОВЫЕ СТРУКТУРЫ МНОГООБРАЗИЯ $\mathbf{P_n^0}$ (H)

Тройку распределений, образованную соответственно распределениями r-плоскостей Λ (Λ-распределение), m-плоскостей M (M-распределение), гиперплоскостей H (H-распределение, r<m<n-1) проективного пространства P_n с отношением инцидентности $X \in \Lambda \subset M \subset H$ их соответствующих элементов в каждом центре X, назовем трехсоставным распределением или H-распределением пространства P_n [4], при этом Λ-распределение назовем базисным распределением, а M-распределение и H-распределение – оснащающими распределениями. H -распределение проективного пространства P_n будем трактовать как H-подрасслоение многообразия P_n^0 (H) [1; 2; 4].

Многообразие P_n^0, в котором задано $\mathcal{H}$-подрасслоение, назовем расслоенным многообразием P_n^0 **(**$\mathcal{H}$**)**-структуры, или кратко многообразием P_n^0 ($\mathcal{H}$).

Определение. Базисное Λ-подрасслоение называется *дополнительно реперированным* [1; 2], если к Λ-подрасслоению присоединены (*n*-*r*) инвариантных полей прямых, натягивающих в каждом центре *X* (*n*-*r*)-мерную плоскость $N^*_{n-r}(X)$, имеющую с соответствующей Λ-плоскостью одну общую точку *X*.

Пусть на многообразии P_n^0 ($\mathcal{H}$) задано поле инвариантных нормалей $\nu(X)$ 1-го рода $\mathcal{H}$-подрасслоения [5; 6; 8], внутренним образом присоединенных в дифференциальной окрестности порядка $t \geq 2$. Известно [5; 6], что (n-2)-плоскости $\mathcal{A}(\nu)$, $\mathcal{B}(\nu)$, $\mathcal{C}(\nu)$ являются соответственно плоскостями $\mathcal{A}(X)$, $\mathcal{B}(X)$, $\mathcal{C}(X)$, ассоциированными с нормалью $\nu(X)$ и проходящими через центр X многообразия $P_n^0(X)$.

В данной работе показано, что с каждой из пар $(\nu,\mathcal{A})$, $(\nu,\mathcal{B})$, $(\nu,\mathcal{C})$ ассоциируются и внутренним образом определяются при дополнительном реперировании Λ-подрасслоения (соответственно при дополнительном реперировании M-подрасслоения [7]) либо три однопараметрических семейства флаговых структур, либо три однопараметрических семейства обобщенно-флаговых структур [3]. Исследование ведется относительно специализированного репера $\Re_L(H,M)$ [5, §3].

1. Используя конструкцию, данную в работах [1; 2], построим флаговую структуру в базисном Λ-подрасслоении. При этом мы исходим из того, что в основу построения дополнительно реперированного Λ-подрасслоения [7] положены заданные внутренние поля нормалей Михэйлеску $\mathcal{M}(X)$ и (n-2)-плоскостей $\mathcal{C}(X)$. Известно [1, § 5], [7, § 1], что $\Lambda(X) \subset \mathcal{C}(X)$ тогда и только тогда, когда тензор C_p равен нулю. Так как тензор C_p в общем случае ненулевой, то плоскость $\mathcal{C}(X)$ сечет плоскость $\Lambda(X)$ по (r-1)-плоскости $\underset{(1)}{\Lambda}(X)$, которая в репере $\Re_L(H,M,\mathcal{C})$ задается системой уравнений:

$$y^1 = 0; \quad y^{\hat{u}} = 0 \quad (\hat{u} = \overline{r+1,n}). \tag{1}$$

Сравнивая уравнения (1) плоскости $\underset{(1)}{\Lambda}(X)$ с уравнениями плоскости $\underset{(1)}{C}(X)$ [7, § 1]:

$$y^2 = C^2_{\sigma_2} y^{\sigma_2}, y^1 = 0, y^n = 0 \quad (\sigma_2, \tau_2 = \overline{3,n-1}),$$

где $\quad C^2_{\sigma_2} \overset{def}{=} -(\underset{1}{C_{\sigma_2}} / \underset{1}{C_2}),\ \nabla C^2_{\sigma_2} - C^2_{\sigma_2} C^2_{\tau_2} \theta_2^{\tau_2} + \theta^2_{\sigma_2} = C^2_{\sigma_2 K} \omega_0^K$, –

убеждаемся, что равенство нулю тензора C_{p_1} $(p_1 = \overline{2,r})$ является необходимым и достаточным условием для того, чтобы $\underset{(1)}{\Lambda}(X) \subset \underset{(1)}{C}(X)$. Но тензор C_{p_1} в общем случае не нулевой, и, следовательно, $\underset{(1)}{\Lambda}(X) \not\subset \underset{(1)}{C}(X)$. Значит, плоскость $\underset{(1)}{C}(X)$ сечет плоскость $\underset{(1)}{\Lambda}(X)$ по (r-2)-плоскости $\underset{(2)}{\Lambda}(X)$, уравнения которой в репере $\Re_L(H, M, C, \underset{(1)}{C})$ имеют вид

$$y^1 = 0, \quad y^2 = 0, \quad y^{\hat{u}} = 0.$$

Продолжая этот алгоритм (включительно до ($n - r - 1$)-го шага) приходим к выводу, что плоскости $C(X)$, $\underset{(1)}{C}(X)$, $\underset{(2)}{C}(X),\ldots$, $\underset{(n-r-1)}{C}(X)$ [7], возникающие при построении и лежащие в гиперплоскости $H(X)$, высекают из плоскости $\Lambda(X) \overset{def}{=} \underset{(0)}{\Lambda}(X)$ последовательность вложенных друг в друга плоскостей $\underset{(n-r-1)}{\Lambda}(X) \subset\ldots\subset \underset{(2)}{\Lambda}(X) \subset \underset{(1)}{\Lambda}(X) \subset \underset{(0)}{\Lambda}(X)$, размерность которых на каждом шаге убывает на единицу. Возможны два случая:

1. Если

$$r+1 \le n-r < \frac{r(r+1)}{2}, \tag{2}$$

то плоскость $\underset{(r-2)}{C}(X)$ сечет плоскость $\underset{(r-2)}{\Lambda}(X)$ по прямой, т.е. размерность плоскости $\underset{(r-1)}{\Lambda}(X)$ равна единице. Все последующие плоскости $\underset{(r-1)}{C}(X)$, $\underset{(r)}{C}(X),\ldots$, $\underset{(n-r-1)}{C}(X)$ имеют с плоскостью $\Lambda(X)$ только одну общую точку – центр X многообразия $P_n^0(\mathcal{H})$. Итак, при выполнении условия (2) Λ-подрасслоение несет флаговую структуру [3], определенную последовательностью плоскостей $\underset{(\bar{\mu})}{\Lambda}(\bar{\mu} = 0,1,\ldots n-r-1)$.

2. Если

$$n-r < r+1, \tag{3}$$

то в последовательности вложенных друг в друга плоскостей $\underset{(\bar{\mu})}{\Lambda}$ размерность последней плоскости будет равна $2r - n$+1. В этом случае Λ-распределение несет обобщенно-флаговую (ступенчатую) структуру [3].

Замечание. Построенные флаговые структуры (при $n-r \ge r+1$) и обобщенно-флаговая структура (при $n-r < r+1$) Λ-

подрасслоения ассоциированы с парой ($\mathcal{M}$, $\mathcal{C}$) и, следовательно, определены внутренним инвариантным образом в дифференциальной окрестности порядка (n – r + 1) образующего элемента $\mathcal{H}$-подрасслоения. Каждое Н Λ-виртуальное дополнительное реперирование Λ-подрасслоения [7] порождает флаговую структуру на Λ-подрасслоении при условии (2) или обобщенно-флаговую (ступенчатую) структуру при условии (3).

Учитывая это замечание и результаты работы [7, теоремы 2, 3], приходим к выводу:

Теорема 1. *В дифференциальной окрестности порядка* $(n - r+1)$ *(соответственно порядка* $(n - r - 1)+t$*) с каждой парой* ($\mathcal{M}$, $\mathcal{A}$), ($\mathcal{M}$, $\mathcal{B}$) ($\mathcal{M}$, $\mathcal{C}$) *(соответственно с каждой парой* (ν, $\mathcal{A}$), (ν, $\mathcal{B}$), (ν, $\mathcal{C}$)) *в отдельности ассоциируются и внутренним инвариантным образом определяются в слоях Λ-подрасслоения многообразия* P_n^0 ($\mathcal{H}$) *при* $n-r-1 \geq r$ *три однопараметрических семейства флаговых структур, а при* $n-r-1 < r$ *– три однопараметрических семейства обобщенно-флаговых структур.*

2. Проводя аналогичные построения при дополнительном реперировании *М*-подрасслоения [7] данного многообразия P_n^0 ($\mathcal{H}$), получим следующую теорему.

Теорема 2. *В дифференциальной окрестности порядка* $n - m + 1$ *(соответственно порядка* $(n - m+1)+t$*) внутренним инвариантным образом определяются в слоях М-подрасслоения многообразия* P_n^0 ($\mathcal{H}$) *при* $n-m-1 \geq m$ *три однопараметрических семейства флаговых структур, а при* $n-m-1 < m$ *– три однопараметрических семейства обобщенно-флаговых структур, ассоциированных с каждой из пар* ($\mathcal{M}$, $\mathcal{A}$), ($\mathcal{M}$, $\mathcal{B}$) ($\mathcal{M}$, $\mathcal{C}$) *в отдельности (соответственно с каждой из пар* (ν, $\mathcal{A}$), (ν, $\mathcal{B}$), (ν, $\mathcal{C}$) *в отдельности).*

Список литературы

1. *Балазюк Т.Н.* Дифференциальная геометрия *m*-мерных линейных элементов, оснащенных конусом. III / ВИНИТИ. М., 1978. Деп. в ВИНИТИ, № 465.

2. *Остиану Н.М., Балазюк Т.Н.* Многообразия, погруженные в пространства проективной структуры // Проблемы геометрии. ВИНИТИ. М., 1978. Т. 10. С. 75 – 115.

3. *Остиану Н.М.* Ступенчато-расслоеные пространства // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1974. Т. 5. С. 259 – 309.

4. *Попов Ю.И.* Основы теории трехсоставных распределений проективного пространства / Калинингр. ун-т. Калининград, 1990. Деп. в ВИНИТИ, № 5625-90.

5. *Он же.* Инвариантные подпространства, ассоциированные с $H(M(\Lambda))$-распределением проективного пространства. I / Калинингр. ун-т. Калининград, 1984. Деп. в ВИНИТИ, № 4481.

6. *Он же.* Инвариантные подпространства, ассоциированные с $H(M(\Lambda))$-распределением проективного пространства. II / Калинингр. ун-т. Калининград, 1984. Деп. в ВИНИТИ, № 252.

7. *Он же.* Инвариантные подпространства, ассоциированные с $H(M(\Lambda))$-распределением проективного пространства. Ш / Калинингр. ун-т. Калининград, 1985. Деп. в ВИНИТИ, № 1275.

8. *Он же.* Об одномерных нормалях первого рода $H(M(\Lambda))$-распределения / Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1985. Вып. 16. С. 57 – 66.

Yu. Popov

THE FLAG STRUCTURES OF MANIFOLD $P_n^0(H)$

УДК 514.75

О.В. Сазонова

(Калининградский государственный университет)

РЕДУКЦИЯ АФФИННОЙ ГРУППЫ ДО ПРОСТРАНСТВА БИЛИНЕЙНОЙ СВЯЗНОСТИ НАД ОСНАЩЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Аффинная группа GA(n), действующая в n-мерном аффинном пространстве A_n, является пространством линейной связности $L_{n^2,n}$ без кручения и кривизны. Задание поверхности $S_m \subset A_n$ сужает пространство $L_{n^2,n}$ до пространства $L_{n^2,m}$. Адаптация подвижного репера полю касательных