A. Kuleshov

GENERALIZED CONNECTIONS ON THE COMPLEX
OF CENTERED PLANES IN PROJECTIVE SPACE

Complex of centered planes in projective space is investigated. It is shown, that its fundamental object of the 1st order is pseudotensor. On this complex the following connections are given: 1) generalized affine connection, 2) normal affine connection, 3) generalized bilinear connection.

УДК 574.76

В. С. Малаховский

(Российский государственный университет им. И. Канта, Калининград)

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПРИМЕНЕНИЯ КОВАРИАНТНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ К ОБОБЩЕННЫМ СИМВОЛАМ КРОНЕКЕРА

Показано, что ковариантные дифференциалы символов Кронекера $\delta^I_J, \delta^i_j, \delta^\alpha_\beta$ $\left(I, J, K = \overline{1, n};\ \ i, j, k = \overline{1, m};\right.$ $\left.\alpha, \beta, \gamma = \overline{m+1, n}\right)$ — тождественные нули, а ковариантное дифференцирование безындексных нулей, рассматриваемых как объекты $\delta^\alpha_i, \delta^i_\alpha$, не имеет смысла. Использование такого дифференцирования приводит к некорректным результатам.

Ключевые слова: дифференциал, обобщенные символы Кронекера, распределение, линейный элемент, аффинная связность.

В работах [1—3] обобщенные символы Кронекера δ^i_J, δ^α_J используются при исследовании аффинной связности А. В. Столярова [4], ассоциированной с распределением плоскостей.

Используя тождества

$$\Delta\delta^I_J = \omega^I_J - \omega^I_J \equiv 0, \tag{1}$$

где Δ — символ ковариантного дифференцирования, автор получает дифференциальные уравнения для обобщенных символов Кронекера δ^i_J, δ^α_J

$$\Delta\delta^i_J + \delta^\alpha_J\omega^i_\alpha = 0;\ \Delta\delta^\alpha_J + \delta^i_J\omega^\alpha_i = 0 \tag{2}$$

([2, с. 157 (18); 3, с. 30 (2.35), (2.36)).

Эти уравнения применяются в работах [1—3] для исследования аффинной связности Столярова в обобщенном расслоении аффинных реперов. Однако при выводе уравнений (2) автор осуществлял ковариантное дифференцирование безындексных тождественных нулей, формально представляемых двухиндексными объектами δ^i_α, δ^α_i, что лишено смысла. Ведь, по определению символа Кронекера, $\delta^i_\alpha \equiv 0$ и $\delta^\alpha_i \equiv 0$, так как индексы i и α пробегают несовпадающие значения $\left(i = \overline{1,m};\ \alpha = \overline{m+1,n}\right)$.

Записывая формально ковариантные дифференциалы $\Delta\delta^i_J$ и $\Delta\delta^\alpha_J$, получим:

$$\Delta\delta^i_J = \delta^k_J\omega^i_k - \delta^i_K\omega^K_J;\ \Delta\delta^\alpha_J = \delta^\beta_J\omega^i_\beta - \delta^\alpha_K\omega^K_J\,. \tag{3}$$

Учитывая, что $i, j, k = \overline{1,m};\ \ \alpha, \beta, \gamma = \overline{m+1,n}$, формулы (3) сводятся к двум тождествам

$$\begin{aligned} \Delta\delta^i_j &= \delta^k_j\omega^i_k - \delta^i_K\omega^K_J = \omega^i_j - \omega^i_j \equiv 0, \\ \Delta\delta^\alpha_\beta &= \delta^\gamma_\beta\omega^\alpha_\gamma - \delta^\alpha_K\omega^K_\beta = \omega^\alpha_\beta - \omega^\alpha_\beta \equiv 0 \end{aligned} \tag{4}$$

и соотношениям

$$\begin{aligned} \Delta\delta^i_\alpha &= \delta^k_\alpha\omega^i_k - \delta^i_K\omega^K_\alpha = 0 - \delta^i_j\omega^j_\alpha \equiv -\omega^i_\alpha, \\ \Delta\delta^\alpha_i &= \delta^\beta_i\omega^\alpha_\beta - \delta^\alpha_K\omega^K_i = 0 - \delta^\alpha_\gamma\omega^\gamma_i \equiv -\omega^\alpha_i, \end{aligned} \tag{5}$$

в которых символы $\Delta\delta^i_\alpha \equiv \Delta 0$ и $\Delta\delta^\alpha_i \equiv \Delta 0$ лишены смысла, так как они являются тождественными нулями:

$$\Delta\delta_\alpha^i \equiv \Delta 0 = d0 \equiv 0;\ \Delta\delta_i^\alpha \equiv \Delta 0 = d0 \equiv 0. \qquad (6)$$

Действительно, ковариантный дифференциал от безындексного объекта (абсолютного инварианта) m совпадает, по определению, с его дифференциалом:

$$\Delta m \overset{def}{=} dm. \qquad (7)$$

Из (7) следуют тождества (6), означающие невозможность разложения символов $\Delta\delta_\alpha^i$, $\Delta\delta_i^\alpha$ по формулам (5).

Игнорируя это и учитывая тождество (4) и тождества $\delta_\alpha^i \equiv 0$, $\delta_i^\alpha \equiv 0$, автор записывает формулы (5) в виде уравнений (2), которые в дальнейшем рассматривает как базовые и использует в исследованиях в работах [1—3], получая утверждения, корректность которых не обоснована.

Список литературы

1. *Шевченко Ю. И.* Нормальная аффинная связность Столярова, ассоциированная с распределением плоскостей // Диф. геом. многообр. фигур. Вып. 39. Калининград, 2008. С. 157—166.

2. *Шевченко Ю. И.* Плоскостная аффинная связность Столярова, ассоциированная с распределением // Диф. геом. многообр. фигур. Вып. 40. Калининград, 2009. С. 152—160.

3. *Шевченко Ю. И.* Связности, ассоциированные с распределением плоскостей в проективном пространстве: учебное пособие. Калининград, 2009.

4. *Столяров А. В.* Аффинные связности на нормализованном распределении m-мерных линейных элементов проективного пространства // Диф. геом. многообр. фигур. Вып. 8. Калининград, 1977. С. 82—96.

V. Malakhovsky

ON PARTICULARITY OF APPLICATION OF COVARIANT DIFFERENTIATION TO GENERALIZED KRONECKER SYMBOLS

It is shown incorrectness of application of covariant differentiation to identically zero Kronecker symbols δ_i^α, δ_α^i $\left(i = \overline{1,m};\ \alpha = \overline{m+1,n}\right)$.