



Список литературы

1. Попов Ю.И. Сильно взаимные трехсоставные распределения проективного пространства // Деп. в ВИНТИ РАН 29.09.2003, № 1743-B2003.
2. Попов Ю.И. Сильно взаимные трехсоставные распределения проективного пространства // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2015. Вып. 10. С. 62–76.
3. Попов Ю.И. Основы теории трехсоставных распределений проективного пространства. СПб., 1992.
4. Столяров А.В. Двойственная теория оснащенных многообразий. Чебоксары, 1992.
5. Лантнев Г.Ф. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий. Теоретико-групповой метод дифференциально-геометрических исследований // Тр. Московского математического общества. 1953. Т. 2. С. 275–382.
6. Mihailescu T. Geometrie differentiale projectiva. Bucuresti Acad. RPR, 1958.
7. Попов Ю.И. Двойственные нормальные связности базисного подрасслоения SL -распределения проективного пространства // Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 2006. Вып. 37. С. 137–144.
8. Попов Ю.И. Инволютивное преобразование трехсоставного распределения проективного пространства // Естественные и математические науки в современном мире : сб. статей по материалам XXVII международной конференции. Новосибирск, 2015. № 2(26). С. 33–47.

17

Об авторах

Юрий Иванович Попов – канд. физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: yurij.popoff2015@yandex.ru

Светлана Юрьевна Волкова – преп., школа «Росток», Калининград.

E-mail: yurij.popoff2015@yandex.ru

About the authors

Dr Yuriy Popov, prof., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: yurij.popoff2015@yandex.ru

Svetlana Volkova, teacher, «Rostock» school, Kaliningrad.

E-mail: yurij.popoff2015@yandex.ru

УДК 550.388.2+519.63+533.9

**К. Ю. Богомолов, С. А. Ишанов,
Н. М. Кащенко, С. В. Мацевский**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ
В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ**

Рассмотрена модель распределения концентраций, скоростей и температур ионов вдоль геомагнитной силовой трубки. В этой модели также учитываются основные процессы химической кинетики, амбиполярная диффузия, влияние горизонтального нейтрального ветра и нагрев плазмы сверхтепловыми электронами.



Представлены результаты численных расчетов вариаций концентраций заряженных частиц в ионосфере и плазмосфере.

Проведен сравнительный анализ различных гидродинамических приближений для описания ионосферно-магнитосферной плазмы. Сделано это на основе численного решения системы уравнений энергии, непрерывности и движения для ионов O^+ , H^+ и электронов вдоль силовой трубки геомагнитного поля. Различия между гидродинамическим описанием и диффузионным приближением особенно значительны в плазмосфере. Эти различия проявляются как в концентрациях ионов, так и в их скоростях и мало сказываются только в распределениях температуры.

A model of distribution of concentration, velocities and temperatures of ions along a geomagnetic flux tube is considered. The model also examines the main processes of chemical kinetics, ambipolar diffusion, influence of horizontal neutral wind and plasma heating by superthermal electrons.

The article presents numerical calculation results of variations of charged particles concentration in the ionosphere and the plasmasphere.

The comparative analysis of various hydrodynamic approximations for the description of the ionospheric and the magnetospheric plasma is carried out. It is made on the basis of the numerical solution of the system of equations of energy, continuity and motion for O^+ , H^+ ions and electrons along a power tube of the geomagnetic field. Differences between the hydrodynamic description and diffusive approach are especially considerable in the plasmasphere. These differences manifest themselves both in concentration of ions and in their velocities and have little impact only in distributions of temperature.

Ключевые слова: математическая модель, численное моделирование, ионосфера, плазмосфера, концентрация, скорость, температура, химическая кинетика, амбиполярная диффузия, уравнение энергии, уравнение непрерывности, уравнение движения, гидродинамическое описание, диффузионное приближение.

Key words: mathematical model, numerical simulating, ionosphere, plasmasphere, concentration, velocity, temperature, chemical kinetics, ambipolar diffusion, energy equation, continuity equation, motion equation, hydrodynamic description, diffusive approach.

Введение

Целью работы является дальнейшее исследование динамики плазмы среднеширотной ионосферы и плазмосферы в спокойных и возмущенных условиях с учетом максимально возможного числа геофизических факторов, ответственных за образование этих структур: фотохимии, диффузии электронно-ионного газа, дипольной геометрии геомагнитного поля, электрического дрейфа, кинетики сверхтепловых электронов, сложного состава ионосферной плазмы, ионосферно-плазмосферного взаимодействия.

Изучение околоземной среды необходимо для решения многих важных прикладных задач экологии, метеорологии, проблем солнечно-земных связей, динамики техногенных воздействий, наземной и космической радиосвязи, для обеспечения оптимального функционирования космической техники.



Ионосферно-магнитосферная плазма представляет собой сложную для описания среду прежде всего из-за того, что в нижней своей части (ионосферной) она является слабоионизованной плазмой со степенью ионизации $10^{-2} \div 10^{-3}$ (область главного ионосферного максимума), а на больших высотах (в магнитосферной части) она переходит в полностью ионизованную плазму.

Теоретическое исследование закономерностей эволюции такой системы осуществимо методами математического моделирования, которые реализуют в различных приближениях решение уравнений физической кинетики и гидродинамики, описывающих процессы в ионосфере и плазмосфере Земли [1–3].

1. Описание математической модели

Полагаем, что макроскопическое движение плазмы происходит вдоль геомагнитного поля. Выбором дипольной системы координат сведем физическую задачу трехмерного движения плазмы к двумерной математической задаче в переменных s (координата вдоль силовой линии) и t (время).

Получение решения математической модели основано на численном решении системы уравнений гидродинамики частично ионизированной плазмы для ионов и электронов. Система уравнений непрерывности, импульса и теплового баланса для заряженных компонентов может быть записана в следующем виде [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial (A n_i v_i)}{\partial s} + \alpha_i n_i &= Q_i, \\ n_i m_i \left[\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial s} \right] + \frac{\partial p_i}{\partial s} &= -n_i m_i g \sin I + n_i \sum_{j=1}^5 S_{ij} (v_j - v_i) + \\ &+ n_i R_i (v_{nx} \cos I - v_i) - \frac{n_i}{N_e} \frac{\partial p_e}{\partial s}, \\ \frac{3}{2} k n_i \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial T_i}{\partial s} \right) + \frac{p_i}{A} \frac{\partial (A v_i)}{\partial s} - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial s} \left(A \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial s} \right) &= P_{ie} + P_{in} + P_{ij}, \\ \frac{3}{2} k N_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + u_e \frac{\partial T_e}{\partial s} \right) + \frac{p_e}{A} \frac{\partial (A u_e)}{\partial s} - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial s} \left(A \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial s} \right) &= P_g + P_{ei} - P_{en}, \end{aligned}$$

где индекс n в величинах v_{nx} , P_{in} , P_{en} связывает их с нейтральными частицами; индекс e в величинах N_e , p_e , P_{ie} , T_e , u_e , λ_e , P_{ei} , P_{en} – с электронами; n_i , m_i , v_i , T_i – концентрация, масса, скорость и температура ионов i -го сорта соответственно ($i = 1: O^+$, $i = 2: H^+$, $i = 3: O_2^+$, $i = 4: NO^+$, $i = 5: N_2^+$); u_e – скорость электронов; s – координата вдоль геомагнитной силовой линии, положительная в направлении от Северного полюса к Южному; A – расходимость силовых линий магнитного поля; I – магнитное наклонение; g – ускорение силы тяжести; v_{nx} – меридиональный компонент скорости нейтрального ветра; Q_i , α_i – скорость образования и



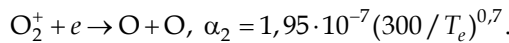
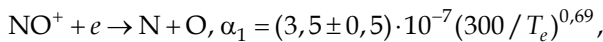
вероятность потерь i -го иона; N_e — электронная концентрация; p_i — давление ионного газа, состоящего из частиц i -го сорта; p_e — давление электронного газа; T_e — электронная температура; λ_e, λ_i — коэффициенты теплопроводности электронного и ионного газов соответственно; k — постоянная Больцмана; R_i — коэффициент силы трения между ионами i -го сорта и нейтральными частицами; S_{ij} — коэффициенты силы трения между ионами i -го и j -го сортов; P_g — скорость нагрева тепловых электронов сверхтепловыми фотоэлектронами; P_{ei} — скорость теплообмена электронов с ионами; P_{ie} — скорость теплообмена i -го иона с электронами; P_{ij} — скорость теплообмена i -го иона с ионами j -го сорта; P_{in} — скорость теплообмена i -го иона с нейтралами; P_{en} — скорость охлаждения электронов на нейтральных частицах.

Положим справедливым условие квазинейтральности плазмы

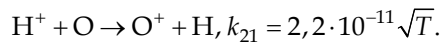
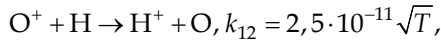
$$u_e = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^5 n_i v_i.$$

Химические реакции, определяющие кинетику ионов, а также образующихся в результате их взаимодействия с нейтральными компонентами молекулярных ионов, представлены в работах [4–6].

Коэффициенты диссоциативной рекомбинации ионов [5]:



Реакции резонансной перезарядки, влияющие на существование плазмосферы Земли, имеют следующие коэффициенты [5]:



Здесь T — эффективная температура.

Система уравнений, описывающих меридиональную v_{nx} и зональную v_{ny} компоненты нейтрального ветра вдоль геомагнитной силовой линии, записывается в виде

$$\frac{\partial v_{nx}}{\partial t} = \frac{\xi}{\sin^2 I} \frac{\partial^2 v_{nx}}{\partial s^2} - \frac{1}{\rho_n} \sum_{j=1}^5 n_j R_j (v_{nx} - v_j \cos I) + 2\Omega \sin \varphi v_{ny} - \frac{1}{\rho_n} \frac{\partial P_n}{\partial x},$$

$$\frac{\partial v_{ny}}{\partial t} = \frac{\xi}{\sin^2 I} \frac{\partial^2 v_{ny}}{\partial s^2} - \frac{1}{\rho_n} \sum_{j=1}^5 n_j R_j v_{ny} - 2\Omega \sin \varphi v_{nx} - \frac{1}{\rho_n} \frac{\partial P_n}{\partial y},$$

где $\xi = 3,34 \cdot 10^{-5} T_n / \rho_n \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ — кинематическая вязкость нейтрального газа; ρ_n — его плотность; Ω — угловая скорость вращения Земли; φ — географическая широта; P_n — давление нейтральной атмосферы; x и y — оси локальной декартовой системы координат (ось x направлена на юг, ось y — на восток).



Для описания пространственно-временных вариаций температуры нейтральной атмосферы и концентраций нейтральных компонентов H, O, O₂, N₂, N, He использовалась глобальная эмпирическая модель термосферы MSIS [7].

Учет взаимодействия плазмы с горизонтальным термосферным ветром на ионосферных высотах проводится так же, как в работе [1]. Члены P_{ei} , P_{in} , P_{ie} , P_{en} , P_{ij} , входящие в уравнения теплового баланса и учитывающие упругие и неупругие процессы обмена энергией между заряженными частицами и нейтральными составляющими, взяты из [4]. Для расчета P_g согласно [8] решалось кинетическое уравнение для сверхтепловых электронов.

Численное решение уравнений модели проводилось вдоль геомагнитной силовой линии с использованием метода конечных разностей. Разностные уравнения были линеаризованы с помощью значений неизвестных функций, взятых с предыдущего временного слоя, с последующими итерациями по нелинейности и связанности уравнений.

2. Результаты численного моделирования

В качестве модельной задачи был выбран расчет ионосферно-магнитосферных параметров в силовой трубке с параметром Мак-Илвайна $L = 3$ (наибольшая высота над поверхностью Земли 12713 км) для средней геомагнитной активности (индекс $K_p = 3$) и низкой солнечной активности (индекс $F_{10.7} = 70$) и начала года (зима в Северном полушарии, лето — в Южном).

Расчеты проводились на неравномерной сетке, содержащей 401 узел, шаг интегрирования по времени составлял 2 с.

Подобная задача рассматривалась в работе [9], но в данной постановке используется другая модель термосферы [7], учтены новые физико-химические процессы [1–3], для решения системы уравнений непрерывности и движения гиперболического типа использовалась кинетическая схема, показывающая свою эффективность в решении геофизических задач [10; 11].

Рассмотрим суточные вариации параметров максимума слоя F2.

На рисунке 1 показан суточный ход $N_m F2$, $h_m F2$ для среднеширотной силовой трубки геомагнитного поля.

В светлое время суток результаты, полученные в гидродинамическом и диффузионном приближениях, хорошо согласуются.

Однако, как видно из сравнения приведенных профилей, в послезаходный период и в течение всей ночи концентрации электронов различаются значительно (максимум в 2 раза).

Это можно объяснить тем, что поддерживающие ночную ионосферу потоки Φ заряженных частиц из плазмосферы, рассчитанные в гидродинамическом приближении, существенно превосходят, как видно из рисунков 2 и 3, соответствующие потоки, полученные в диффузионном приближении.

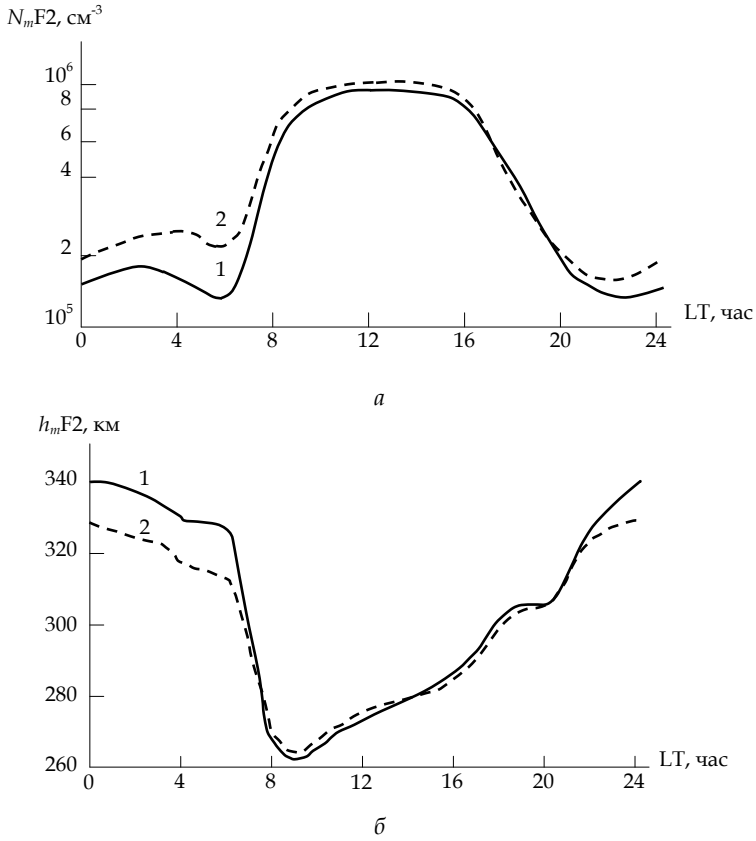


Рис. 1. Суточные вариации $N_m F2$ (а), $h_m F2$ (б).
1 – диффузионное приближение, 2 – гидродинамическое приближение

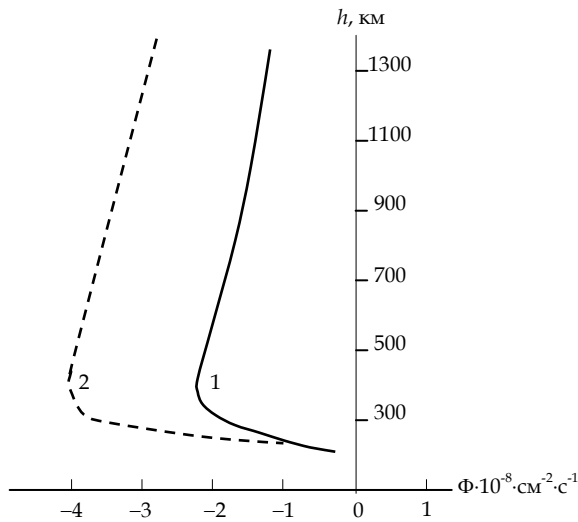


Рис. 2. Высотные профили ионных потоков для 00.00 LT:
1 – диффузионное приближение; 2 – гидродинамическое приближение

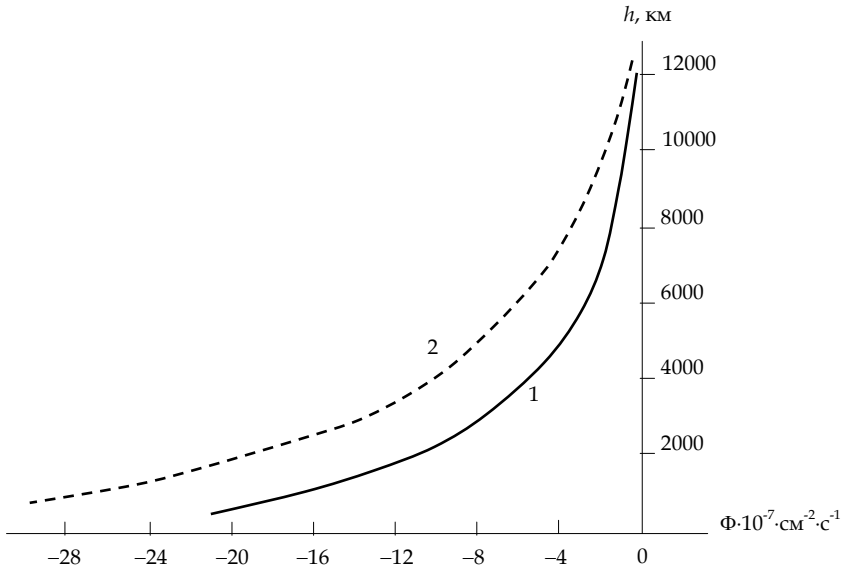


Рис. 3. Высотные профили ионных потоков для 00.00 LT:
 1 – диффузионное приближение; 2 – гидродинамическое приближение

Различие между гидродинамическим описанием и диффузионным приближением наблюдается и в распределении ионов H^+ вдоль геомагнитной трубки (рис. 4, 5). При этом расхождение высотных профилей ионов H^+ в плазмосфере почти одинаково в течение суток.

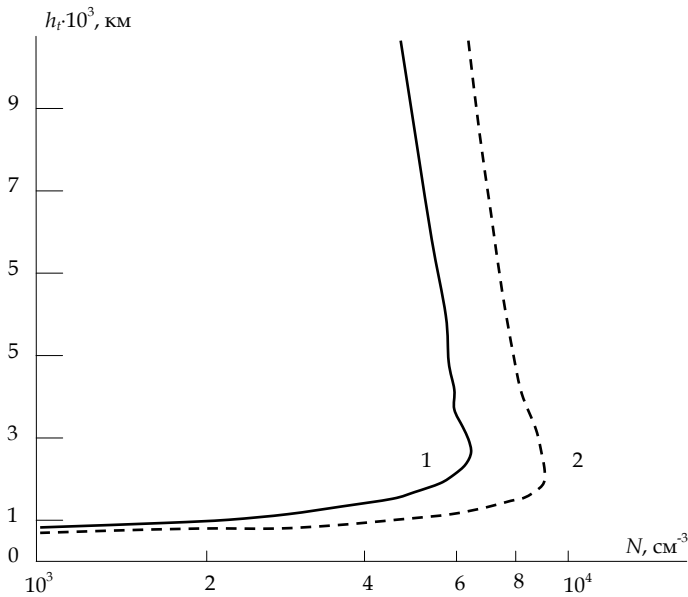


Рис. 4. Высотные профили концентрации ионов H^+ , 00.00 LT:
 1 – диффузионное приближение; 2 – гидродинамическое приближение

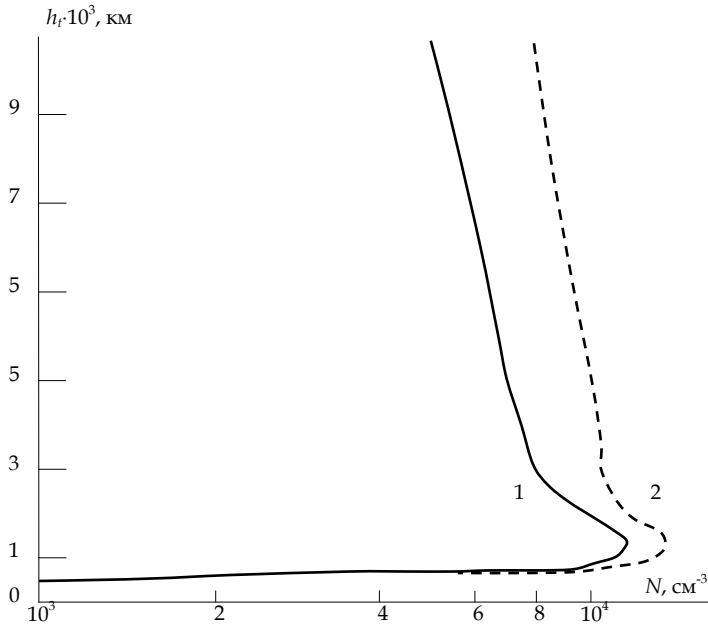


Рис. 5. Высотные профили концентрации ионов H^+ , 12.00 LT:
1 – диффузионное приближение; 2 – гидродинамическое приближение

Итак, в целом гидродинамическое описание дает более высокое содержание заряженных частиц в системе ионосфера-плазмосфера. В ночной ионосфере это обусловлено большими гидродинамическими потоками заряженных частиц из плазмосферы. Таким образом, в спокойных геомагнитных условиях потоки, которыми обмениваются плазмосфера и ионосфера, являются гидродинамическими.

Заключение

Приведены результаты вычислительных экспериментов расчета основных геофизических параметров от высоты 125 км до нескольких радиусов Земли. На основе численного моделирования проведен сравнительный анализ различных гидродинамических приближений для описания системы ионосфера-плазмосфера.

Более корректная постановка задачи моделирования процессов в ионосферно-плазмосферной плазме формулируется для полной системы уравнений непрерывности и движения гиперболического типа.

Такая постановка является единственно возможной в тех случаях, когда инерционные члены начинают играть существенную роль.

Применимость диффузионной постановки ограничивается интервалом высот, в котором можно считать малым ускорения заряженных частиц. Показано, что динамика ионосферно-плазмосферного взаимодействия может быть описана в полной постановке.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ по проекту 17-01-00265.



Список литературы

1. Латышев К.С., Зинин Л.В., Ишанов С.А. Математическое моделирование околоземной космической плазмы // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. 2008. Т. 7, ч. 3. С. 337–349.
2. Ишанов С.А., Мацула П.В. Вычислительный эксперимент при моделировании динамики антропогенных возмущений ионосферно-магнитосферной плазмы // Математическое моделирование. 2012. Т. 24, № 6. С. 128–136.
3. Тацилин А.В., Романова Е.Б. Численное моделирование диффузии ионосферной плазмы в дипольном геомагнитном поле при наличии поперечного дрейфа // Там же. 2013. Т. 25, № 1. С. 3–17.
4. Брюнелли Б.Е., Намгаладзе А.А. Физика ионосферы. М., 1988.
5. Sheehan C.H., St.-Maurice J. Dissociative recombination of N_2^+ , O_2^+ , and NO^+ // J. Geophys. Res. 2004. Vol. 109, № A3. P. A03302.
6. Barakat A.R., Schunk R.W., Moore T.E., Waite J.H. Ion escape fluxes from the terrestrial high-latitude ionosphere // Ibid. 1987. Vol. 92, № 11. P. 12255–12266.
7. Hedin A.E. MSIS-86 thermospheric model // Ibid. 1987. Vol. 92, № 5. P. 4649–4662.
8. Крибберг Н.А., Тацилин А.В. Ионосфера и плазмосфера. М., 1984.
9. Власов М.Н., Григорьев С.А., Ишанов С.А., Латышев К.С. Сравнительный анализ различных гидродинамических приближений для описания ионосферно-магнитосферной плазмы // Космические исследования. 1991. Т. 29, № 3. С. 404–413.
10. Елизарова Т.Г., Четверушкин Б.Н. Об одном вычислительном алгоритме для расчета газодинамических течений // ДАН СССР. 1984. Т. 279, № 1. С. 80–83.
11. Chetverushkin B., D'Ascenzo N., Ishanov S., Saveliev V. Hyperbolic type explicit kinetic scheme of magneto gas dynamics for high performance computing systems // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modeling. 2015. 30(1). P. 27–36.

Об авторах

Константин Юрьевич Богомолов – асп., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: matsievsky@newmail.ru

Сергей Александрович Ишанов – д-р физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: sergey.ishanov@ya.ru

Николай Михайлович Кашенко – д-р физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: kaschtschenko@mail.ru

Сергей Валентинович Мациевский – канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: matsievsky@newmail.ru



About the authors

Konstantin Bogomolov, PhD student, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: matsievsky@newmail.ru

Prof. Sergey Ishanov, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: sergey.ishanov@ya.ru

Prof. Nikolay Kashchenko, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: kaschtschenko@mail.ru

Dr Sergey Matsievsky, ass. prof., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: matsievsky@newmail.ru

26

УДК 669.18.046.517

С. В. Веревкин, Д. Я. Околот, С. А. Дёмин

ПРИЗНАКИ РАССОГЛАСОВАННОСТИ РАБОТЫ ОСНОВНОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО КОМПЛЕКСА

При реализации контактного графика (КГ) работы сложного производственного комплекса постепенно накапливается текущая рассогласованность КГ с фактическим графиком работы. Приведена технология определения признаков начала и окончания основных технологических операций электросталеплавильного комплекса.

The current misalignment of the contact schedule with the actual work schedule is gradually accumulated in implementing the contact schedule of the complicated production complex. The technology of determining the characteristics of the inception and completion in the main technological operations of the electro steel melting complex is presented.

Ключевые слова: производственный комплекс, координация производства, организационно-технологическая система управления, технологическая цепочка, рассогласованность работы оборудования, кластер-анализ, технологическая операция.

Key words: production complex, coordination of production, organizational and technological management system, process chain, equipment mismatch, cluster analysis, technological operation.

Введение

Современный производственный комплекс, как правило, содержит сложное оборудование с широкими технологическими возможностями и оснащен многоуровневой автоматизированной системой управления.