УДК 514.75

А. В. Вялова

(Калининградский государственный технический университет)

Редукция центропроективной связности к групповой связности на точечно-плоскостной поверхности

В многомерном проективном пространстве проективная группа представлена в виде расслоения центропроективных реперов, в котором задана центропроективная связность. Рассмотрена точечно-плоскостная поверхность в проективном пространстве и ассоциированное с ней главное расслоение, в котором задана групповая связность. Показано, что объект центропроективной связности редуцируется к объекту групповой связности.

***Ключевые слова*:** проективное пространство, расслоение центропроективных реперов, центропроективная связность, точечно-плоскостная поверхность, групповая связность, редукция объекта связности.

В n-мерном проективном пространстве P_n рассмотрим главное расслоение центропроективных реперов $C_{n(n+1)}(P_n)$, базой которого является проективное пространство P_n (точнее, область пространства P_n, описанная точкой A), а типовым слоем — центропроективная (коаффинная) группа $C_{n(n+1)} = GA^*(n) \subset GP(n)$, действующая в любом центропроективном пространстве P_n^0, получающемся из пространства P_n при фиксации точки A. Структурные уравнения расслоения $C_{n(n+1)}(P_n)$ [1] имеют вид

$$D\omega^I = \omega^J \wedge \omega_J^I,\;\; D\omega_I = \omega_I^J \wedge \omega_J. \tag{1}$$

$$D\omega_J^I = \omega_J^K \wedge \omega_K^I + \omega^K \wedge \Omega_{JK}^I, \tag{2}$$

$$\Omega_{JK}^I = -\delta_J^I \omega_K - \delta_K^I \omega_J. \tag{3}$$

В главном расслоении $C_{n(n+1)}(P_n)$ задана центропроективная связность с помощью поля объекта связности $\Pi = \{\Pi_{JK}^I, \Pi_{IJ}\}$. Компоненты объекта Π удовлетворяют следующим дифференциальным уравнениям [1]:

$$\Delta\Pi_{JK}^I + \Omega_{JK}^I = \Pi_{JKL}^I \omega^L, \quad \Delta\Pi_{IJ} + \Pi_{IJ}^K \omega_K = \Pi_{IJK}\omega^K. \tag{4}$$

В проективном пространстве P_n рассмотрим точечно-плоскостную поверхность S_{h+r}, которую представим вырожденным многообразием [2] троек (A, L_h, T_m), причем точка A $(A \in L_h \subset T_m)$ и касательная плоскость T_m $(m = h + r,\, n < m + hr)$ описывают m-мерные семейства, а образующая L_h — r-мерное семейство.

Произведем разбиение значений индексов:

$$I = \{u, \alpha\}:\; u,\ldots = \overline{1,m},\;\; \alpha,\ldots = \overline{m+1,n};$$
$$u = \{a, i\}:\; a,\ldots = \overline{1,h};\;\; i,\ldots = \overline{h+1,m}.$$

Поверхность S_{h+r} задается уравнениями [3]

$$\omega^\alpha = 0, \quad \omega_a^i = \Lambda_{aj}^i \omega^j, \quad \omega_a^\alpha = \Lambda_{ai}^\alpha \omega^i, \quad \omega_i^\alpha = \Lambda_{ia}^\alpha \omega^a + \Lambda_{ij}^\alpha \omega^j, \tag{5}$$

где совокупность функций $\Lambda^1 = \{\Lambda_{aj}^i, \Lambda_{ai}^\alpha = \Lambda_{ia}^\alpha, \Lambda_{ij}^\alpha\}$ составляет фундаментальный объект 1-го порядка поверхности. Компоненты объекта Λ^1 удовлетворяют соотношениям $\Lambda_{[ij]}^\alpha = 0$ и системе дифференциальных уравнений [3]

$$\Delta\Lambda_{ai}^\alpha = \Lambda_{aiu}^\alpha \omega^u, \quad \Delta\Lambda_{aj}^i + \Lambda_{aj}^\alpha \omega_\alpha^i - \delta_j^i \omega_a = \Lambda_{aju}^i \omega^u,$$
$$\Delta\Lambda_{ij}^\alpha - \Lambda_{ai}^\alpha \omega_j^a - \Lambda_{aj}^\alpha \omega_i^a = \Lambda_{iju}^\alpha \omega^u, \tag{6}$$

где тензорный оператор Δ действует следующим образом:

$$\Delta\Lambda^{\alpha}_{ai} = d\Lambda^{\alpha}_{ai} - \Lambda^{\alpha}_{bi}\omega^{b}_{a} - \Lambda^{\alpha}_{aj}\omega^{j}_{i} + \Lambda^{\beta}_{ai}\omega^{\alpha}_{\beta}.$$

Утверждение. *Фундаментальный объект первого порядка* Λ^1 *поверхности* S_{h+r} *образует квазитензор, содержащий простейший и простой тензоры:* $\{\Lambda^{\alpha}_{ai}\}, \{\Lambda^{\alpha}_{ij}, \Lambda^{\alpha}_{ai}\}$.

С поверхностью S_{h+r} ассоциировано главное расслоение $G(S_{h+r})$, базой которого является сама поверхность, расслоенным пространством — проективная группа $G_r P(n)$, а типовым слоем — подгруппа стационарности тройки (A, L_h, T_m), причем $\dim G = n(n-m+1) + mr + h^2$. Базисные формы ω^a, ω^i удовлетворяют структурным уравнениям

$$D\omega^i = \omega^j \wedge \upsilon^i_j \quad (\upsilon^i_j = \omega^i_j - \Lambda^i_{aj}\omega^a), \quad D\omega^a = \omega^b \wedge \omega^a_b + \omega^i \wedge \omega^a_i.$$

Групповая связность Γ в главном расслоении $G(S_{h+r})$ задана с помощью поля объекта связности $\Gamma = \{\Gamma_{au}, \Gamma^a_{bu}, \Gamma^i_{ju}, \Gamma^a_{iu}, \Gamma_{iu}, \Gamma_{\alpha u}, \Gamma^a_{\alpha u}, \Gamma^{\alpha}_{\beta u}, \Gamma^i_{\alpha u}\}$. Дифференциальные уравнения на компоненты объекта связности Γ имеют вид [3]

$$\begin{gathered}
\Delta\Gamma^a_{bc} + \omega^a_{bc} = \Gamma^a_{bcu}\omega^u, \quad \Delta\Gamma^a_{b(i)} - \Gamma^a_{bc}\omega^c_i + \omega^a_{bi} = \Gamma^a_{biu}\omega^u,\\
\Delta\Gamma_{ab} + \Gamma^c_{ab}\omega_c = \Gamma_{abu}\omega^u, \quad \Delta\Gamma_{a(i)} + \Gamma^b_{ai}\omega_b - \Gamma_{ab}\omega^b_i + \omega_{ai} = \Gamma_{aiu}\omega^u,\\
\Delta\Gamma^i_{ja} + \omega^i_{ja} = \Gamma^i_{jau}\omega^u, \quad \Delta\Gamma^i_{j(k)} - \Gamma^i_{ja}\omega^a_k + \omega^i_{jk} = \Gamma^i_{jku}\omega^u,\\
\Delta\Gamma^a_{ib} - \Gamma^a_{cb}\omega^c_i + \Gamma^j_{ib}\omega^a_j + \omega^a_{ib} = \Gamma^a_{ibu}\omega^u,\\
\Delta\Gamma_{ia} + \Gamma^u_{ia}\omega_u - \Gamma_{ba}\omega^b_i + \omega_{ia} = \Gamma_{iau}\omega^u,\\
\Delta\Gamma_{i(j)} + \Gamma^u_{ij}\omega_u - \Gamma_{aj}\omega^a_i - \Gamma_{ia}\omega^a_j + \omega_{ij} = \Gamma_{iju}\omega^u, \qquad (7)\\
\Delta\Gamma^a_{i(j)} - \Gamma^a_{ib}\omega^b_j - \Gamma^a_{bj}\omega^b_i + \Gamma^k_{ij}\omega^a_k + \omega^a_{ij} = \Gamma^a_{iju}\omega^u,\\
\Delta\Gamma_{\alpha a} + \Gamma^u_{\alpha a}\omega_u + \Gamma^{\beta}_{\alpha a}\omega_{\beta} - \Gamma_{ia}\omega^i_{\alpha} - \Gamma_{ba}\omega^b_{\alpha} = \Gamma_{\alpha a u}\omega^u,\\
\Delta\Gamma_{\alpha(i)} + \Gamma^u_{\alpha i}\omega_u + \Gamma^{\beta}_{\alpha i}\omega_{\beta} - \Gamma_{ji}\omega^j_{\alpha} - \Gamma_{ai}\omega^a_{\alpha} - \Gamma_{\alpha a}\omega^a_i = \Gamma_{\alpha i u}\omega^u,
\end{gathered}$$

$$\Delta\Gamma^a_{\alpha b}+\Gamma^i_{\alpha b}\omega^a_i-\Gamma^a_{ub}\omega^u_\alpha+\Gamma^\beta_{\alpha b}\omega^a_\beta-\delta^a_b\omega_\alpha=\Gamma^a_{\alpha bu}\omega^u,$$

$$\Delta\Gamma^a_{\alpha(i)}+\Gamma^j_{\alpha i}\omega^a_j+\Gamma^\beta_{\alpha i}\omega^a_\beta-\Gamma^a_{ui}\omega^u_\alpha-\Gamma^a_{\alpha b}\omega^b_i=\Gamma^a_{\alpha iu}\omega^u,$$

$$\Delta\Gamma^\alpha_{\beta a}+\omega^\alpha_{\beta a}=\Gamma^\alpha_{\beta au}\omega^u,\quad \Delta\Gamma^\alpha_{\beta(i)}-\Gamma^\alpha_{\beta a}\omega^a_i+\omega^\alpha_{\beta i}=\Gamma^\alpha_{\beta iu}\omega^u,$$

$$\Delta\Gamma^i_{\alpha a}+\Gamma^\beta_{\alpha a}\omega^i_\beta-\Gamma^i_{ja}\omega^j_\alpha=\Gamma^i_{\alpha au}\omega^u,$$

$$\Delta\Gamma^i_{\alpha(j)}+\Gamma^\beta_{\alpha j}\omega^i_\beta-\Gamma^i_{\alpha a}\omega^a_j-\Gamma^i_{kj}\omega^k_\alpha+\omega^i_{\alpha j}=\Gamma^i_{\alpha ju}\omega^u,$$

где оператор Δ действует следующим образом:

$$\Delta\Gamma^i_{\alpha(j)}=d\Gamma^i_{\alpha j}-\Gamma^i_{\alpha k}\upsilon^k_j-\Gamma^i_{\beta j}\omega^\beta_\alpha+\Gamma^k_{\alpha j}\omega^i_k,$$

а продолженные слоевые формы имеют вид

$$\begin{gathered}
\omega^a_{bc}=-\delta^a_b\omega_c-\delta^a_c\omega_b,\quad \omega^a_{bi}=\Lambda^j_{bi}\omega^a_j+\Lambda^\alpha_{bi}\omega^a_\alpha-\delta^a_b\omega_i,\\
\omega_{ai}=\Lambda^j_{ai}\omega_j+\Lambda^\alpha_{ai}\omega_\alpha,\quad \omega^i_{ja}=\Lambda^\alpha_{ja}\omega^i_\alpha-\delta^i_j\omega_a,\quad \omega_{ij}=\Lambda^\alpha_{ij}\omega_\alpha,\\
\omega^i_{jk}=\Lambda^\alpha_{jk}\omega^i_\alpha-\Lambda^i_{ak}\omega^a_j-\delta^i_j\omega_k-\delta^i_k\omega_j,\quad \omega^a_{ij}=\Lambda^\alpha_{ij}\omega^a_\alpha,\\
\omega^a_{ib}=\Lambda^\alpha_{ib}\omega^a_\alpha-\delta^a_b\omega_i,\quad \omega_{ia}=\Lambda^\alpha_{ia}\omega_\alpha,\quad \omega^i_{\alpha j}=-\Lambda^i_{aj}\omega^a_\alpha-\delta^i_j\omega_\alpha,\\
\omega^\alpha_{\beta a}=-\Lambda^\alpha_{ia}\omega^i_\beta-\delta^\alpha_\beta\omega_a,\quad \omega^\alpha_{\beta i}=-\Lambda^\alpha_{ai}\omega^a_\beta-\Lambda^\alpha_{ij}\omega^j_\beta-\delta^\alpha_\beta\omega_i.
\end{gathered}\tag{8}$$

Представим дифференциальные уравнения (4) на компоненты объекта центропроективной связности Π в подробном виде, соответствующем компонентам объекта групповой связности Γ:

$$\Delta\Pi^a_{bc}+\Pi^i_{bc}\omega^a_i+\Pi^\alpha_{bc}\omega^a_\alpha+\omega^a_{bc}=\overline{\Pi}^a_{bci}\omega^i+\Pi^a_{bcd}\omega^d,$$

$$\Delta\Pi^a_{b(i)}+\Pi^j_{bi}\omega^a_j+\Pi^\alpha_{bi}\omega^a_\alpha-\Pi^a_{bc}\omega^c_i-\delta^a_b\omega_i=\overline{\Pi}^a_{biu}\omega^u,$$

$$\Delta\Pi_{ab}+\Pi^u_{ab}\omega_u+\Pi^\alpha_{ab}\omega_\alpha=\overline{\Pi}_{abi}\omega^i+\Pi_{abc}\omega^c,$$

$$\Delta\Pi_{a(i)}+\Pi_{ab}\omega^b_i+\Pi^u_{ai}\omega_u+\Pi^\alpha_{ai}\omega_\alpha=\overline{\Pi}_{aiu}\omega^u,$$

$$\Delta\Pi^i_{ja}+\Pi^\alpha_{ja}\omega^i_\alpha-\Pi^i_{ba}\omega^b_j-\delta^i_j\omega_a=\overline{\Pi}^i_{jau}\omega^u,$$

$$\Delta\Pi^i_{j(k)}+\Pi^\alpha_{jk}\omega^i_\alpha-\Pi^i_{ak}\omega^a_j-\Pi^i_{ja}\omega^a_k-\delta^i_j\omega_k-\delta^i_k\omega_j=\overline{\Pi}^i_{jku}\omega^u,$$

$$\Delta\Pi^a_{ib}+\Pi^j_{ib}\omega^a_j+\Pi^\alpha_{ib}\omega^a_\alpha-\Pi^a_{cb}\omega^c_i-\delta^a_b\omega_i=\overline{\Pi}^a_{ibu}\omega^u,$$

$$\begin{aligned}
&\Delta\Pi^a_{i(j)} + \Pi^k_{ij}\omega^a_k + \Pi^\alpha_{ij}\omega^a_\alpha - \Pi^a_{bj}\omega^b_i - \Pi^a_{ib}\omega^b_j = \overline{\Pi}^a_{iju}\omega^u,\\
&\Delta\Pi_{ia} - \Pi_{ba}\omega^b_i + \Pi^u_{ia}\omega_u + \Pi^\alpha_{ia}\omega_\alpha = \overline{\Pi}_{iau}\omega^u,\\
&\Delta\Pi_{i(j)} - \Pi_{aj}\omega^a_i - \Pi_{ia}\omega^a_j + \Pi^u_{ij}\omega_u + \Pi^\alpha_{ij}\omega_\alpha = \overline{\Pi}_{iju}\omega^u,\\
&\Delta\Pi^a_{\alpha b} + \Pi^i_{\alpha b}\omega^a_i + \Pi^\beta_{\alpha b}\omega^a_\beta - \Pi^a_{ub}\omega^u_\alpha - \delta^a_b\omega_\alpha = \overline{\Pi}^a_{\alpha bi}\omega^i + \Pi^a_{\alpha bc}\omega^c,\\
&\Delta\Pi^a_{\alpha(i)} + \Pi^j_{\alpha i}\omega^a_j + \Pi^\beta_{\alpha i}\omega^a_\beta - \Pi^a_{ui}\omega^u_\alpha - \Pi^a_{\alpha b}\omega^b_i = \overline{\Pi}^a_{\alpha iu}\omega^u,\\
&\Delta\Pi^\alpha_{\beta a} - \Pi^\alpha_{ua}\omega^u_\beta - \delta^\alpha_\beta\omega_a = \overline{\Pi}^\alpha_{\beta au}\omega^u,\\
&\Delta\Pi^\alpha_{\beta(i)} - \Pi^\alpha_{ui}\omega^u_\beta - \Pi^\alpha_{\beta a}\omega^a_i - \delta^\alpha_\beta\omega_i = \overline{\Pi}^\alpha_{\beta iu}\omega^u,\\
&\Delta\Pi^i_{\alpha a} + \Pi^\beta_{\alpha a}\omega^i_\beta - \Pi^i_{ua}\omega^u_\alpha = \Pi^i_{\alpha ab}\omega^b + \overline{\Pi}^i_{\alpha aj}\omega^j,\\
&\Delta\Pi^i_{\alpha(j)} + \Pi^\beta_{\alpha j}\omega^i_\beta - \Pi^i_{uj}\omega^u_\alpha - \Pi^i_{\alpha a}\omega^a_j - \delta^i_j\omega_\alpha = \overline{\Pi}^i_{\alpha ju}\omega^u,\\
&\Delta\Pi_{\alpha a} - \Pi_{ua}\omega^u_\alpha + \Pi^u_{\alpha a}\omega_u + \Pi^\beta_{\alpha a}\omega_\beta = \Pi_{\alpha ab}\omega^b + \overline{\Pi}_{\alpha ai}\omega^i,\\
&\Delta\Pi_{\alpha(i)} - \Pi_{ui}\omega^u_\alpha - \Pi_{\alpha a}\omega^a_i + \Pi^u_{\alpha i}\omega_u + \Pi^\beta_{\alpha i}\omega_\beta = \overline{\Pi}_{\alpha iu}\omega^u,
\end{aligned}\tag{9}$$

$$\begin{aligned}
&\Delta\Pi^\alpha_{ba} = \overline{\Pi}^\alpha_{bau}\omega^u,\ \ \Delta\Pi^i_{ba} + \Pi^\alpha_{ba}\omega^i_\alpha = \Pi^i_{bac}\omega^c + \overline{\Pi}^i_{baj}\omega^j,\\
&\Delta\Pi^i_{aj} - \Pi^i_{ab}\omega^b_j + \Pi^\alpha_{aj}\omega^i_\alpha - \delta^i_j\omega_a = \overline{\Pi}^i_{aju}\omega^u,\\
&\Delta\Pi^\alpha_{ai} - \Pi^\alpha_{ab}\omega^b_i = \overline{\Pi}^\alpha_{aiu}\omega^u,\quad \Delta\Pi^\alpha_{ij} - \Pi^\alpha_{aj}\omega^a_i - \Pi^\alpha_{ia}\omega^a_j = \overline{\Pi}^\alpha_{iju}\omega^u,
\end{aligned}\tag{10}$$

где преобразованные пфаффовые производные имеют вид

$$\begin{aligned}
&\overline{\Pi}^a_{bci} = \Pi^a_{bci} + \Pi^a_{jc}\Lambda^j_{bi} + \Pi^a_{\alpha c}\Lambda^\alpha_{bi} + \Pi^a_{bj}\Lambda^j_{ci} + \Pi^a_{b\alpha}\Lambda^\alpha_{ci},\\
&\overline{\Pi}^a_{bic} = \Pi^a_{bic} + \Pi^a_{bj}\Lambda^j_{ci} + \Pi^a_{b\alpha}\Lambda^\alpha_{ic},\\
&\overline{\Pi}^a_{bij} = \Pi^a_{bij} + \Pi^a_{ki}\Lambda^k_{bj} + \Pi^a_{\alpha i}\Lambda^\alpha_{bj} + \Pi^a_{b\alpha}\Lambda^\alpha_{ij},\\
&\overline{\Pi}_{abi} = \Pi_{abi} + \Pi_{jb}\Lambda^j_{ai} + \Pi_{\alpha b}\Lambda^\alpha_{ai} + \Pi_{aj}\Lambda^j_{bi} + \Pi_{a\alpha}\Lambda^\alpha_{bi},\\
&\overline{\Pi}_{aib} = \Pi_{aib} + \Pi_{aj}\Lambda^j_{ib} + \Pi_{a\alpha}\Lambda^\alpha_{ib},
\end{aligned}$$

$$\overline{\Pi}_{aij} = \Pi_{aij} + \Pi_{ki}\Lambda^k_{aj} + \Pi_{\alpha i}\Lambda^\alpha_{aj} + \Pi_{a\alpha}\Lambda^\alpha_{ij}, \quad \overline{\Pi}^i_{jab} = \Pi^i_{jab} + \Pi^i_{\alpha a}\Lambda^\alpha_{jb},$$

$$\overline{\Pi}^i_{jak} = \Pi^i_{jak} - \Pi^b_{ja}\Lambda^i_{bk} + \Pi^i_{\alpha a}\Lambda^\alpha_{jk} + \Pi^i_{jl}\Lambda^l_{ak} + \Pi^i_{j\alpha}\Lambda^\alpha_{ak},$$

$$\overline{\Pi}^i_{jka} = \Pi^i_{jka} + \Pi^i_{jl}\Lambda^l_{ka} + \Pi^i_{\alpha k}\Lambda^\alpha_{ja} + \Pi^i_{j\alpha}\Lambda^\alpha_{ka},$$

$$\overline{\Pi}^i_{jkl} = \Pi^i_{jkl} + \Pi^a_{jk}\Lambda^i_{al} + \Pi^i_{\alpha k}\Lambda^\alpha_{jl} + \Pi^i_{j\alpha}\Lambda^\alpha_{kl},$$

$$\overline{\Pi}^a_{ibc} = \Pi^a_{ibc} + \Pi^a_{\alpha b}\Lambda^\alpha_{ic}, \quad \overline{\Pi}^a_{ibj} = \Pi^a_{ibj} + \Pi^a_{\alpha b}\Lambda^\alpha_{ij} + \Pi^a_{ik}\Lambda^k_{bj} + \Pi^a_{i\alpha}\Lambda^\alpha_{bj},$$

$$\overline{\Pi}^a_{ijb} = \Pi^a_{ijb} + \Pi^a_{ik}\Lambda^k_{jb} + \Pi^a_{\alpha b}\Lambda^\alpha_{ij} + \Pi^a_{\alpha j}\Lambda^\alpha_{ib} + \Pi^a_{i\alpha}\Lambda^\alpha_{jb},$$

$$\overline{\Pi}^a_{ijk} = \Pi^a_{ijk} + \Pi^a_{\alpha j}\Lambda^\alpha_{ik} + \Pi^a_{i\alpha}\Lambda^\alpha_{jk}, \quad \overline{\Pi}_{iab} = \Pi_{iab} + \Pi_{\alpha a}\Lambda^\alpha_{ib},$$

$$\overline{\Pi}_{iaj} = \Pi_{iaj} + \Pi_{\alpha a}\Lambda^\alpha_{ij} + \Pi_{ik}\Lambda^k_{aj} + \Pi_{i\alpha}\Lambda^\alpha_{aj},$$

$$\overline{\Pi}_{ija} = \Pi_{ija} + \Pi_{ik}\Lambda^k_{ja} + \Pi_{\alpha j}\Lambda^\alpha_{ia} + \Pi_{i\alpha}\Lambda^\alpha_{ja},$$

$$\overline{\Pi}_{ijk} = \Pi_{ijk} + \Pi_{\alpha j}\Lambda^\alpha_{ik} + \Pi_{i\alpha}\Lambda^\alpha_{jk}, \quad \overline{\Pi}^a_{\alpha bi} = \Pi^a_{\alpha bi} + \Pi^a_{\alpha j}\Lambda^j_{bi} + \Pi^a_{\alpha\beta}\Lambda^\beta_{bi},$$

$$\overline{\Pi}^a_{\alpha ib} = \Pi^a_{\alpha ib} + \Pi^a_{\alpha j}\Lambda^j_{ib} + \Pi^a_{\alpha\beta}\Lambda^\beta_{ib}, \quad \overline{\Pi}^a_{\alpha ij} = \Pi^a_{\alpha ij} + \Pi^a_{\alpha\beta}\Lambda^\beta_{ij},$$

$$\overline{\Pi}^\alpha_{\beta ai} = \Pi^\alpha_{\beta ai} - \Pi^b_{\beta a}\Lambda^\alpha_{bi} - \Pi^j_{\beta a}\Lambda^\alpha_{ji} + \Pi^\alpha_{\beta j}\Lambda^j_{ai} + \Pi^\alpha_{\beta\gamma}\Lambda^\gamma_{ai},$$

$$\overline{\Pi}^\alpha_{\beta ab} = \Pi^\alpha_{\beta ab} - \Pi^i_{\beta a}\Lambda^\alpha_{ib}, \quad \overline{\Pi}^\alpha_{\beta ia} = \Pi^\alpha_{\beta ia} + \Pi^\alpha_{\beta j}\Lambda^j_{ai} - \Pi^j_{\beta i}\Lambda^\alpha_{ja} + \Pi^\alpha_{\beta\gamma}\Lambda^\gamma_{ia},$$

$$\overline{\Pi}^\alpha_{\beta ij} = \Pi^\alpha_{\beta ij} - \Pi^a_{\beta i}\Lambda^\alpha_{aj} - \Pi^k_{\beta i}\Lambda^\alpha_{kj} + \Pi^\alpha_{\beta\gamma}\Lambda^\gamma_{ij},$$

$$\overline{\Pi}^i_{\alpha aj} = \Pi^i_{\alpha aj} - \Pi^b_{\alpha a}\Lambda^i_{bj} + \Pi^i_{\alpha k}\Lambda^k_{aj} + \Pi^i_{\alpha\beta}\Lambda^\beta_{aj},$$

$$\overline{\Pi}^i_{\alpha ja} = \Pi^i_{\alpha ja} + \Pi^i_{\alpha k}\Lambda^k_{ja} + \Pi^i_{\alpha\beta}\Lambda^\beta_{ja}, \quad \overline{\Pi}^i_{\alpha jk} = \Pi^i_{\alpha jk} - \Pi^a_{\alpha j}\Lambda^i_{ak} + \Pi^i_{\alpha\beta}\Lambda^\beta_{jk},$$

$$\overline{\Pi}_{\alpha ai} = \Pi_{\alpha ai} + \Pi_{\alpha j}\Lambda^j_{ai} + \Pi_{\alpha\beta}\Lambda^\beta_{ai}, \quad \overline{\Pi}_{\alpha ia} = \Pi_{\alpha ia} + \Pi_{\alpha j}\Lambda^j_{ia} + \Pi_{\alpha\beta}\Lambda^\beta_{ia},$$

$$\overline{\Pi}_{\alpha ij} = \Pi_{\alpha ij} + \Pi_{\alpha\beta}\Lambda^\beta_{ij}, \quad \overline{\Pi}^\alpha_{bac} = \Pi^\alpha_{bac} - \Pi^i_{ba}\Lambda^\alpha_{ic},$$

$$\overline{\Pi}^\alpha_{bai} = \Pi^\alpha_{bai} - \Pi^u_{ba}\Lambda^\alpha_{ui} + \Pi^\alpha_{ja}\Lambda^j_{bi} + \Pi^\alpha_{\beta a}\Lambda^\beta_{bi} + \Pi^\alpha_{bj}\Lambda^j_{ai} + \Pi^\alpha_{b\beta}\Lambda^\beta_{ai},$$

$$\overline{\Pi}^i_{baj} = \Pi^i_{baj} - \Pi^c_{ba}\Lambda^i_{cj} + \Pi^i_{ka}\Lambda^k_{bj} + \Pi^i_{\alpha a}\Lambda^\alpha_{bj} + \Pi^i_{bk}\Lambda^k_{aj},$$

$$\overline{\Pi}^{i}_{ajb} = \Pi^{i}_{ajb} + \Pi^{i}_{a\alpha}\Lambda^{\alpha}_{jb},$$

$$\overline{\Pi}^{i}_{ajk} = \Pi^{i}_{ajk} - \Pi^{b}_{aj}\Lambda^{i}_{bk} + \Pi^{i}_{lj}\Lambda^{l}_{ak} + \Pi^{i}_{\alpha j}\Lambda^{\alpha}_{ak} + \Pi^{i}_{a\alpha}\Lambda^{\alpha}_{jk},$$

$$\overline{\Pi}^{\alpha}_{aib} = \Pi^{\alpha}_{aib} - \Pi^{j}_{ai}\Lambda^{\alpha}_{jb} + \Pi^{\alpha}_{a\beta}\Lambda^{\beta}_{ib},$$

$$\overline{\Pi}^{\alpha}_{aij} = \Pi^{\alpha}_{aij} - \Pi^{u}_{ai}\Lambda^{\alpha}_{uj} + \Pi^{\alpha}_{ki}\Lambda^{k}_{aj} + \Pi^{\alpha}_{\beta i}\Lambda^{\beta}_{aj} + \Pi^{\alpha}_{a\beta}\Lambda^{\beta}_{ij},$$

$$\overline{\Pi}^{\alpha}_{ija} = \Pi^{\alpha}_{ija} - \Pi^{k}_{ij}\Lambda^{\alpha}_{ka} + \Pi^{\alpha}_{\beta j}\Lambda^{\beta}_{ia} + \Pi^{\alpha}_{i\beta}\Lambda^{\beta}_{ja},$$

$$\overline{\Pi}^{\alpha}_{ijk} = \Pi^{\alpha}_{ijk} - \Pi^{u}_{ij}\Lambda^{\alpha}_{uk} + \Pi^{\alpha}_{\beta j}\Lambda^{\beta}_{ik} + \Pi^{\alpha}_{i\beta}\Lambda^{\beta}_{jk}.$$

Поскольку $\{\Pi^{\alpha}_{ab}, \Pi^{i}_{ab}\}$ — тензор, можно взять

$$\Pi^{\alpha}_{ab} = 0, \qquad \Pi^{i}_{ab} = 0. \tag{11}$$

Сопоставляя дифференциальные уравнения (6) и (10) с учетом этих соотношений, положим

$$\Pi^{\alpha}_{ai} = \Lambda^{\alpha}_{ai}, \quad \Pi^{\alpha}_{ij} = \Lambda^{\alpha}_{ij}, \quad \Pi^{i}_{aj} = \Lambda^{i}_{aj}. \tag{12}$$

Таким образом, часть компонент объекта центропроективной связности Π охвачена в случае точечно-плоскостной поверхности S_{h+r}. Значит, объект Π сокращается до объекта

$$\hat{\Pi} = \{\Pi^{a}_{bu}, \Pi_{au}, \Pi^{i}_{ju}, \Pi^{a}_{iu}, \Pi_{iu}, \Pi_{\alpha u}, \Pi^{a}_{\alpha u}, \Pi^{\alpha}_{\beta u}, \Pi^{i}_{\alpha u}\},$$

который можно отождествить с объектом групповой связности Г. Последнее следует из сопоставлений дифференциальных уравнений (7) и (9) с учетом обозначений (8), охватов (12) и соотношений (11).

Теорема. *Если в проективном пространстве* P_n *дана точечно-плоскостная поверхность* S_{h+r}*, то объект центропроективной связности П, задающий связность в проективной группе, представленной как расслоение центропроективных реперов* $C_{n(n+1)}(P_n)$*, редуцируется к объекту групповой связности Г, задающему связность в главном расслоении* $G_r(S_{h+r})$*, ассоциированном с точечно-плоскостной поверхностью* S_{h+r}.

Список литературы

1. *Шевченко Ю.И.* Связности, ассоциированные с распределением плоскостей в проективном пространстве. Калининград, 2009.
2. *Малаховский В.С.* Дифференциальная геометрия многообразий фигур и пар фигур в однородном пространстве // Тр. геом. семин. ВИНИТИ. М., 1969. Т. 2. С. 179—206.
3. *Скрягина А.В.* (*Вялова А.В.*) Объект кривизны на центрированной плоскостной поверхности // Доклады международного математического семинара: к 140-летию со дня рождения Давида Гильберта из Кенигсберга и 25-летию математического факультета. Калининград, 2002. С. 152—159.

A. Vyalova

Reduction of centeredprojective connection to the group connection on a point-plane surface

In many-dimensional projective space the projective group as centeredprojective frame bundle, in which centeredprojective connection is given, is introduced. A point-plane surface and associated with it principle bundle, in which group connection is given, in the projective space is considered. It is shown, that the object of the centeredprojective connection to the object of group connection is reduced.

УДК 514.76

А.И. Егоров

(Пензенский государственный педагогический университет им. В.Г. Белинского, г. Пенза)

Метрические пространства линейных и гиперплоскостных элементов $(p+1)$-й лакунарности основного случая

Рассматриваются максимально подвижные метрические пространства линейных и гиперплоскостных элементов различных лакунарностей основного случая. Эти пространства допускают группу движений G_r порядка $r=\frac{p(p+1)}{2}+\frac{(n-p)(n-p+1)}{2}$, где $n>\frac{(p+1)(p+2)}{2}$.