The family of planes in the projective space is considered. Dimensions of the family and plane are arbitrary. Group connection is given by means of Laptev's way in the bundle associated with the family. Group connection includes the projective one. It is shown, that in the case of non-holonomicity of parameter space the projective connection curvature object of the 1-st order. Botolotti′s equipment is tensor only with projective connection object and fundamental object of plane family is made. It is proved that it induces 2 types of group connection in the associated bundle. The coinsidence conditions of the types are found.

УДК 514.75

Н.Н. Иванищева

(Калининградский государственный университет)

АФФИННАЯ СВЯЗНОСТЬ, ПОРОЖДЕННАЯ НЕКОТОРЫМ ОТОБРАЖЕНИЕМ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР

Изучается дифференцируемое отображение f: $P_m \to R(Q)$ проективного пространства P_m в многообразие гиперквадрик R(Q) проективного пространства P_n. В [1] получена порожденная в P_m отображением f аффинная связность Γ, определяемая метрикой в R(Q). В настоящей работе найдена еще одна аффинная связность γ, которая является аналогом связности Г.Врэнчану [2] точечного соответствия. Изучены некоторые свойства связности γ, в том числе найдены связи между характеристическими направлениями отображения f и фокальными многообразиями семейств гиперквадрик с одной стороны и свойствами геодезических связности γ.

Система величин $\gamma^L_{IK} = V^{\alpha\beta L}\Lambda_{\alpha\beta IK}$ ($\alpha, \beta,... = \overline{0,n}$, $I, J,... = \overline{1,m}$) является аналогом объекта связности Г. Врэнчану точечного соответствия.

Теорема 1. *Формы* $\overline{\Omega}^I = \Omega^I_0$, $\overline{\Omega}^I_K = \Omega^I_K - \delta^I_K \Omega^0_0 + \gamma^I_{KL}\Omega^L_0$ *удовлетворяют уравнениям структуры пространства аффинной связности*

$$D\overline{\Omega}^I = \overline{\Omega}^T \wedge \Omega^I_T + \tfrac{1}{2} S^I_{KL}\overline{\Omega}^K \wedge \overline{\Omega}^L,\quad D\overline{\Omega}^I_K = \overline{\Omega}^T_K \wedge \overline{\Omega}^I_T + \tfrac{1}{2} R^I_{KLT}\overline{\Omega}^L \wedge \overline{\Omega}^T,$$

где S^I_{KL} *и* R^I_{KLT} *равны нулю.*

Следствие. Связность γ является локально аффинной [3].

Теорема 2. *Направление, определенное в точке P, будет характеристическим направлением для отображения f:* $P_m \to R(Q)$ *в том и только в том случае, если геодезическая l:* $R \to P_m$ *связности γ, имеющая это направление, является инфлексионной в точке P.*

Доказательство. Пусть объект Λ^I определяет направление в точке P и геодезическая l связности γ, имеющая это направление, задается рядом Тейлора $Y^I = \Lambda^I t + \frac{1}{2} M^I t^2 + \langle 3 \rangle$, где

$$M^I = -\gamma^I_{KL} \Lambda^K \Lambda^L. \tag{1}$$

Необходимость. Пусть направление, определенное в точке P, будет характеристическим. Тогда выполняется условие

$$\Lambda_{\alpha\beta KL} \Lambda^K \Lambda^L - 2\mu \Lambda_{\alpha\beta K} \Lambda^K = 0 \tag{2}$$

Приведем (2) к виду:

$$-2\mu \Lambda^I = -\gamma^I_{KL} \Lambda^K \Lambda^L. \tag{3}$$

Сравнивая (1) и (3), получим $M^I = -2\mu\Lambda^I$. Следовательно, геодезическая l связности γ, имеющая направление, определенное в точке P объектом Λ^I, является инфлексионной в точке P.

Достаточность. Пусть геодезическая l связности γ является инфлексионной в точке P. Тогда выполняется следующее условие:

$$M^I = k\Lambda^I. \tag{4}$$

Из (1) и (4) получаем $\Lambda_{\alpha\beta KL} \Lambda^K \Lambda^L - 2\mu \Lambda_{\alpha\beta I} \Lambda^I = 0$, где $\mu = -\frac{k}{2m}$. Следовательно, направление Λ^I, определенное в точке P, является характеристическим.

Следствие. Геодезическая l: $R \to P_m$ связности γ является инфлексионной в точке P в том и только том случае, если фокальные многообразия [4] семейств гиперквадрик f_0 l первого и второго порядков совпадают.

Список литературы

1. *Иванищева Н.Н.* Дифференцируемое отображение проективного пространства P_m в многообразие гиперквадрик пространства P_n // Диф. геом. многооб. фигур. Калининград, 1999. № 30. С. 27 – 29.

2. *Vranceanu G.* Sul tensore associato ad corrispondenza fra spazi proettivi // Boll. Unione mat. ital. 1957. V. 12. № 4. P. 489 – 506.

3. *Рашевский П.К.* Риманова геометрия и тензорный анализ. М., 1967.

4. *Малаховский В.С., Махоркин В.В.* Дифференциальная геометрия многообразий гиперквадрик в n-мерном проективном пространстве // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ. М., 1974. Т. 6. С. 113 – 133.

N. Ivanischeva

AFFINE CONNECTION GENERATED BY SOME MAPPING OF FIGURES MANYFOLDS

Differentiable mapping f: $P_m \to R(Q)$ of projective space P_m into manifold hyperquadrix R(Q) of projective space P_n is studied. Affine connection γ, which is analog of Vranceanu's connection of point correspondence, is found. Some properties of the connection γ are investigated. The connections between characteristic directions of the mapping f and focal manifolds of hyperquadrix family on the one hand and the properties of geodesic for the connection γ are found.

УДК 514.76

В.А. Игошин, Е.К. Китаева

(Нижегородский государственный университет им.Н.И.Лобачевского)

ОБ АФФИННЫХ СИММЕТРИЯХ КВАЗИГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ПОТОКОВ

На базе результатов [1] и метода пульверизационного моделирования [2,3] получен ряд теорем об аффинной подвижности квазигеодезических потоков (КП), стандартная связность которых является аффинной.

1. Произвольный КП f $\equiv$ (M,f) – это поток обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка на многообразии M конечной размерности m, который локально представляется своим координатным выражением

$$d^2x^i/dt^2 = f^i(x^j, t, dx^j/dt),\ 1 \le i,j \le m.$$

Автономный квазигеодезический поток f – пульверизация, если функции f^i являются однородными 2-ой степени по производным dx^j/dt.

Пусть $D \equiv (\overline{M}, D)$ и f $\equiv$(M, f) – два КП. Субмерсия Ф: $\overline{M} \to M$ называется гомоморфизмом квазигеодезического потока D в квазигеодезический поток f, если она переводит траектории потока D в траектории потока f.

Гомоморфизм Ф: $(\overline{M},D) \to (M,f)$ называется пульверизационным моделированием, а четверка $((\overline{M},D)$, Ф, M) – пульверизационной моделью КП (M,f), если D – пульверизация. Диффеоморфизм $\overline{\Phi}: \overline{M} = M \times R \to \overline{N} = N \times R$ называется точечным изоморфизмом КП (M,f), в КП (N,h), если он переводит интегральные кривые потока f в интегральные кривые потока h.

Как показано в работе [3], для произвольного КП (M,f) можно построить пульверизационную модель$((\overline{M},D)$, Ф, M), тотальное пространство которой есть пространство событий $\overline{M} = M \times R$ КП f, а моделирующая КП f