



УДК 550.388.2

Н. М. Кащенко, С. В. Мацевский, С. А. Ишанов

## ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ НАЧАЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА ПРОЦЕССЫ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ – ТЕЙЛОРА В ЭКВАТОРИАЛЬНОМ F-СЛОЕ ИОНОСФЕРЫ

16

*Приведены результаты численного моделирования неустойчивости Релея – Тэйлора для разных геометрических характеристик начальных неоднородностей для вечерних экваториальных условий на основе электродинамически согласованной математической модели экваториального F-слоя ионосферы. Показано, что увеличение только вертикальных размеров начальной неоднородности существенно ускоряет развитие рэлей-тейлоровского пузыря, тогда как увеличение только горизонтальных размеров начальной неоднородности несущественно замедляет это развитие.*

*Results of numerical simulation of the Rayleigh – Taylor instability for different geometrical characteristics of the initial irregularities for evening equatorial conditions based on electrodynamicly coherent mathematical model of the equatorial ionosphere F-layer are given. It is shown that increase only in the vertical extent of initial irregularity significantly accelerates development a rayleigh-Taylor bubble whereas increase only in lateral dimensions of initial irregularity insignificantly slows down this development.*

### Введение

Целью работы является дальнейшее исследование процессов развития экваториальной неустойчивости Релея – Тэйлора из начальных неоднородностей с разными геометрическими характеристиками.

Ранее в работах авторов эта тема исследования неоднократно поднималась. Уже при расчетах на небольшой математической двумерной экспресс-модели экваториальной неустойчивости Релея – Тэйлора [1] был сделан вывод о том, что структура рэлей-тейлоровских пузырей зависит от начальных условий.

Интересные результаты были получены при трехмерном моделировании экваториальной неустойчивости Релея – Тэйлора [2], а именно:

1) независимость характерного времени развития неустойчивости Релея – Тэйлора от большого (более 1000 км) продольного (вдоль геомагнитных линий) размера начальной неоднородности;

2) линейная связь между логарифмами малого (менее 1000 км) продольного размера начальной неоднородности и времени развития неустойчивости Релея – Тэйлора.

Теоретически вопрос о возможном влиянии на динамику рэлей-тейлоровских пузырей конечной вытянутости их вдоль силовых линий геомагнитного поля был затронут в работе [3].



## 1. Возникновение неустойчивости Рэлея – Тейлора

Как известно, условия для развития неустойчивости Рэлея – Тейлора в ионосфере Земли возникают в вечернее время при наличии направленного вверх вертикального дрейфа разреженной ионосферной плазмы и могут быть описаны линейным инкрементом нарастания, имеющим вид [4]

$$\gamma = \left( \frac{g}{v_{in}} + \frac{E_{0y}}{B} \right) \frac{\partial \ln N_e}{\partial z} - \nu_R,$$

где  $\nu_R$  – частота рекомбинации ионов. Наличие положительных значений параметра  $\gamma$  приводит на линейной стадии к экспоненциальному росту обеднения с характерным временем  $\gamma^{-1}$ . При этом условия развития неустойчивости Рэлея – Тейлора существенно улучшаются во время геомагнитных бурь.

## 2. Уравнения модели

В соответствии с [5] в математической модели развития неустойчивости Рэлея – Тейлора использовано квазигидродинамическое приближение, содержащее уравнения непрерывности ионов, уравнения движения ионов и электронов в диффузионном приближении

$$\frac{d\vec{V}_j}{dt} = 0,$$

уравнения теплопроводности ионов и электронов, уравнения непрерывности электрического тока и три уравнения потенциальности электрического поля [10]:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla(n_j \vec{V}_j) = Q_j - L_j, \quad (1)$$

$$-\frac{\nabla p_j}{n_j m_j} + \frac{e}{m_j} (\vec{E} + \vec{V}_j \times \vec{B}) - \nu_{jn} (\vec{V}_j - \vec{V}_n) - \sum_{l \neq j} \nu_{jl} (\vec{V}_j - \vec{V}_l) + \vec{g} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} n_j k \left( \frac{\partial T_j}{\partial t} + (\vec{V}_j \nabla) T_j \right) + p_j \nabla \vec{V}_j + \nabla q_j = G_j - P_j, \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0, \quad (4)$$

$$\nabla \vec{j} \equiv \nabla \sum e_j n_j \vec{V}_j = 0, \quad (5)$$

где  $n_j$ ,  $\vec{V}_j$ ,  $Q_j$ ,  $L_j$ ,  $m_j$ ,  $e_j$ ,  $p_j$ ,  $\nu_{jn}$ ,  $\nu_{jl}$ ,  $T_j$ ,  $q_j$ ,  $G_j$ ,  $P_j$  – соответственно концентрация, дрейфовая скорость, скорости образования и потерь, масса, заряд, давление, частоты соударений с нейтралами, частоты столкновений



между заряженными частицами, температура, плотность теплового потока, скорость нагрева и скорость охлаждения частиц сорта  $j$ ;  $k$  — постоянная Больцмана;  $\vec{j}$  — плотность тока;  $\vec{E}$  — напряженность электрического поля.

Следствие замагниченности ионосферной плазмы F-области процессы переноса вдоль магнитного поля Земли будут определяться столкновениями, а поперек поля — дрейфовым движением.

Из-за сильной анизотропии, обусловленной магнитным полем Земли, процессы диффузии и теплопроводности в области F и во внешней ионосфере происходят в основном вдоль силовых линий геомагнитного поля [6], а благодаря условию электростатики (5) электрическое поле потенциально:

$$\vec{E} = -\nabla\Phi,$$

где  $\Phi$  — потенциал электрического поля.

Плазма вдоль геомагнитного поля на высотах экваториальной области F является высокопроводящей средой, поэтому будем считать, что силовые линии геомагнитного поля эквипотенциальны, а магнитное поле постоянно по времени и дипольное [7]. Поэтому размерность уравнения для потенциала может быть понижена до двух интегрированием его вдоль силовых линий:

$$\nabla_{\perp}(\hat{\sigma}\nabla_{\perp}\Phi) = \nabla_{\perp}\vec{A},$$

где  $\hat{\sigma}$  — тензор интегральных проводимостей. Для вычисления параметров нейтральных частиц использовалась глобальная термосферная модель MSIS [8–9].

Уравнения вышеприведенной модели решались численно конечноразностными методами на квазиравномерных сетках, сгущающихся к центру области решения. Начальные значения задавались путем решения низкоширотной модели ионосферы до получения периодического решения.

В работе исследования проводятся в предположении достаточно развитых неоднородностей, что позволяет уравнения модели считать двумерными и записывать их в экваториальной плоскости [10]:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla_{\perp}(n_i\vec{V}_i) = Q_i - L_i,$$

$$\frac{3}{2}n_i k \left( \frac{\partial T_i}{\partial t} + (\vec{V}_i \nabla_{\perp}) T_i \right) + p_i \nabla_{\perp} \vec{V}_i + \nabla_{\perp} q_i = G_i - P_i,$$

$$\nabla_{\perp}(\hat{\sigma}\nabla_{\perp}U) = \nabla_{\perp}\vec{A}.$$

Здесь  $\nabla_{\perp}$  — поперечная магнитному полю Земли часть оператора  $\nabla$ , остальные обозначения те же, что и для системы дифференциальных уравнений (1–5).



### 3. Результаты численного моделирования

Численное моделирование проводилось в области, ограниченной снизу высотой 90 км, а сверху – 1700 км. По горизонтали протяженность области интегрирования составляет 400 км. Сетка выбрана так, что в центральной области шаги равны 2 км.

Условия расчетов соответствовали среднему уровню солнечной активности с  $F_{10.7} = 150$  и уровню геомагнитной активности  $k_p = 3$ .

Для потенциала граничные условия заданы через фоновое электрическое поле.

Для концентраций и температур на нижней границе заданы соответственно условия химического равновесия и равенства нейтральной температуре, вверху и на боковых границах задано условие равенства нулю потоков.

Восточная компонента фонового электрического поля задавалась модельно, положительным значением (в представленных расчетах 1 мВ/м).

Начальное возмущение задавалось модельно в виде эллипса с пониженной концентрацией, в центре эллипса в 3 раза.

На рисунке 1 приведены зависимости времени развития пузыря ( $a$ ) и вертикальной скорости в центре развитого пузыря ( $b$ ) от горизонтального размера начальной неоднородности. При этом вертикальный размер начальной неоднородности равен 10 км. Время развития пузыря определялось достижением его центром высоты 500 км.

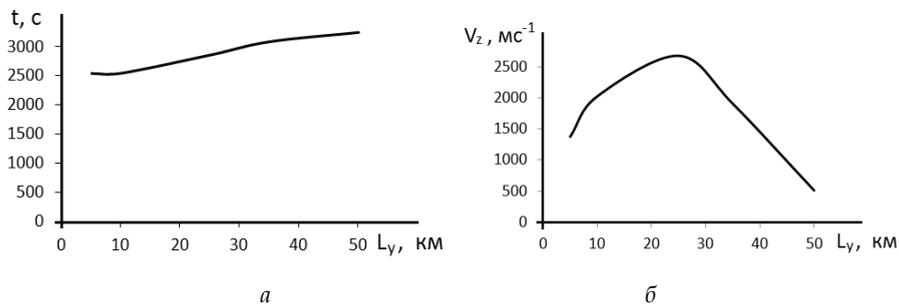


Рис. 1. Зависимости времени развития пузыря ( $a$ ) и вертикальной скорости в центре развитого пузыря ( $b$ ) от горизонтального размера начальной неоднородности ( $L_y$ )

Результаты, представленные на рисунке 1, показывают, что:

1) время развития рэлей-тейлоровского пузыря незначительно и монотонно увеличивается;

2) скорость плазмы в центре развитого пузыря при увеличении горизонтального размера начальной неоднородности вначале быстро растет, достигая максимума при горизонтальном размере 25 км, а затем быстро падает.

На рисунке 2 приведены зависимости времени развития пузыря ( $a$ ) и вертикальной скорости в центре развитого пузыря ( $b$ ) от вертикального размера начальной неоднородности. При этом горизонтальный размер равен 10 км. Время развития пузыря определялось достижением его центром высоты 500 км.

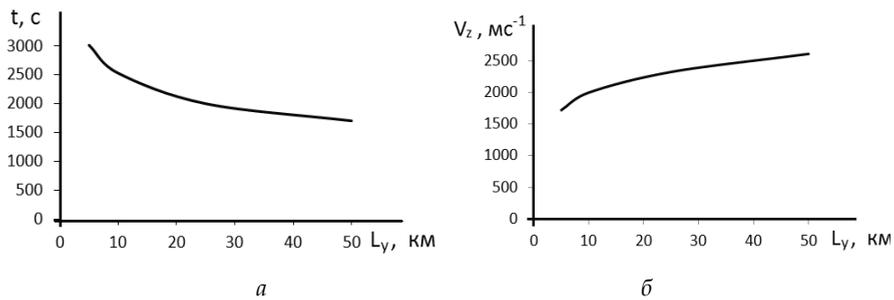


Рис. 2. Зависимости времени развития пузыря (а) и вертикальной скорости в центре развитого пузыря (б) от вертикального размера начальной неоднородности ( $L_z$ )

Результаты, представленные на рисунке 2, показывают, что в этом случае:

- 1) время развития достаточно сильно зависит от вертикального размера начальной неоднородности, монотонно убывая;
- 2) вертикальная скорость в центре развитого пузыря при увеличении вертикального размера начальной неоднородности достаточно быстро и монотонно возрастает.

### Заключение

Относительно зависимости времени развития пузыря от размеров начальной неоднородности можно сделать следующие выводы:

- 1) вертикальный размер начальной неоднородности влияет на время развития пузыря гораздо сильнее, чем горизонтальный;
- 2) направления влияния размеров противоположны: увеличение горизонтального размера слабо увеличивает время развития пузыря, а увеличение вертикального размера — сильно уменьшает.

Другими словами, увеличение только вертикальных размеров начальной неоднородности существенно ускоряет развитие рэлей-тейлоровского пузыря, тогда как увеличение только горизонтальных размеров начальной неоднородности несущественно замедляет это развитие.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ по проекту 17-01-00265.*

### Список литературы

1. Мацневский С. В., Никитин М. А., Пец А. В. О нелинейной стадии развития неустойчивости Рэля — Тейлора в экваториальной F-области // Геомагнетизм и аэрномия. 1987. Т. 27, № 6. С. 921 — 924.
2. Каценко Н. М., Мацневский С. В., Никитин М. А. Исследования нелинейной стадии развития неустойчивости Рэля — Тейлора в экваториальной F-области с учетом продольной диффузии и педерсеновской проводимости E-области // Там же. 1989. Т. 29, № 4. С. 577 — 582.
3. Каценко Н. М., Мацневский С. В., Никитин М. А. Динамика системы множественных рэлей-тейлоровских ионосферных пузырей // Там же. 1990. Т. 30, № 2. С. 281 — 286.



4. Ossakow S. L., Zalesak S. T., McDonald B. E., Chaturvedi P. K. Nonlinear equatorial spread-F: Dependence of altitude of the F-peak and bottomside background electron density gradient scale length // J. Geophys. Res. 1979. Vol. A84, № 1. P. 17–39.
5. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М., 1974.
6. Рыбин В. В., Поляков В. М. Об амбиполярности движений ионосферной плазмы // Ионосферные исследования. 1983. № 33. С. 5–44.
7. Фаткуллин М. Н., Ситнов Ю. С. Диполярная система координат и ее некоторые особенности // Геомагнетизм и аэрномия. 1972. Т. 12, № 2. С. 333–335.
8. Hedin A. E., Salah J. E., Evans J. V. et al. A global thermospheric model based on mass spectrometer and incoherent scatter data MSIS 1. N2 density and temperature // J. Geophys. Res. 1977. Vol. 82, N. A1. P. 2139–2147.
9. Hedin A. E., Reber C. A., Newton G. P. et al. A global thermospheric model based on mass spectrometer and incoherent scatter data MSIS 2. Composition // Ibid. P. 2148–2156.
10. Кащенко Н. М., Мациевский С. В. Математическое моделирование неустойчивостей экваториального F-слоя ионосферы // Вестник Калининградского государственного университета. 2003. Вып. 3. С. 59–68.

#### Об авторах

Николай Михайлович Кащенко – канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: kaschtschenko@mail.ru

Сергей Валентинович Мациевский – канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: matsievsky@newmail.ru

Сергей Александрович Ишанов – д-р физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: sergey.ishanov@ya.ru

#### About the authors

Dr Nikolay Kashchenko, ass. prof., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: kaschtschenko@mail.ru

Dr Sergey Matsievsky, ass. prof., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: matsievsky@newmail.ru

Prof. Sergey Ishanov, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: sergey.ishanov@ya.ru

УДК 532.5

**А. Я. Шпилевой, В. Н. Худенко, Н. В. Персичкина**

### ДИНАМИЧЕСКАЯ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОСОБЫХ ТОЧЕК АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ГИДРОДИНАМИКЕ

*Построены динамические визуализации математических моделей потенциальных установившихся течений идеальной несжимаемой жидкости с использованием особых точек аналитических функций.*