Рассмотрим случай, когда $\mathcal{U}(A_n, B)$ -проективная алгебра Вейля, т.е. $B(x,y) = \bar{P}(x)y + \bar{P}(y)x$. 2-нильпотентные поля $x \in \mathcal{U}(A_n, B)$ определяют гиперраспределение $\bar{\Delta}_{n-1}$: $\bar{P}(x) > P_\jmath x^\jmath = 0$, где

$$\bar{P}_\jmath = \frac{1}{n+1} b^{j}_{j\jmath} = \frac{1}{n+1} \tilde{a}^{j}_{s} a^{s}_{j,\jmath} ,$$

$$\tilde{a}^{j}_{s} a^{s}_{j,\jmath} = \tilde{a}^{j}_{s}(\partial_\jmath a^{s}_{j} - \Gamma^{p}_{j\jmath} a^{s}_{p} + \Gamma^{s}_{p\jmath} a^{p}_{j}) = \tilde{a}^{j}_{s} \partial_\jmath a^{s}_{j} = \frac{1}{K}\partial_\jmath K. \tag{21}$$

Если A_n- плоское, то из (18) имеем

$$(P_{\jmath,\varkappa} - P_\jmath P_\varkappa)\delta^{j}_{M} - (P_{\jmath,M} - P_\jmath P_M)\delta^{j}_{\varkappa} + (P_{M,\varkappa} - P_{\varkappa,M})\delta^{j}_{\jmath} = 0. \tag{22}$$

Из (21),(22) вытекают теоремы 7,8.

Т е о р е м а 7. Вдоль гиперраспределения $\bar{\Delta}_{n-1}$ K-постоянно.

Т е о р е м а 8. Если A_n - плоское, то $P_{\jmath,M} = P_\jmath P_M$.

В этом случае $\nabla_x P_M = x^\jmath P_\jmath P_M = 0$, если $x \in \bar{\Delta}_{n-1}$.

Библиографический список

1. Nicolescu L. Courbes m-caracteristiques // Tensor. 1985. 42. N3. P. 198-203.
2. Balan V. Of deformation algebra // Bull. mat. Sos. Sci. R.S.R. 1985. 29. N4. P. 291-296.
3. Л а п т е в Г.Ф., О с т и а н у Н.М. Распределения m -мерных линейных элементов в пространстве проективной связности// Тр. геометр. семинара ВИНИТИ. Т.3. 1971. С.49-94.
4. Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях// Тр. геометр. семинара. ВИНИТИ. Т.9. 1979. С.7-246.
5. Кобаяси М., Номидзу К. Основы дифференциальной геометрии. М. Наука. 1981.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып. 19 1988

УДК 514.76

СЛАБАЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ МЕРА И РЕГУЛЯРНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ АФФИННЫХ МНОГООБРАЗИЙ

М.А. Ч и н а к

(Омский политехнический институт)

Исследуется поведение регулярного отображения аффинных многообразий в терминах действия этого отображения на линейных расслоениях.

Напомним, что аффинным многообразием называется неприводимое аналитическое подмножество в $\mathbb{C}^n$, которое является множеством нулей конечной совокупности полиномов [1]. Голоморфное отображение $f: M \to N$ аффинных многообразий регулярно, если оно записывается с помощью многочленов [1]. Если, кроме того, образ $f(M)$ плотен по Зарисскому в N, то f называется регулярным доминирующим отображением. Пусть кратность $\sigma(f)$ определяется как существенная верхняя грань мощностей множеств $f^{-1}(x), x \in N$. В случае, когда f-регулярное доминирующее отображение аффинных многообразий одинаковой размерности, величина $\sigma(f)$ будет конечной [1, с.74].

Для любого ненульмерного комплексного многообразия M рассмотрим элемент слабой гиперболической меры $C^M_k, k \in \mathbb{Z}_+$ [2]. Обозначим через V_n евклидов объем единичного шара $B_n \subset \mathbb{C}^n$.

П р е д л о ж е н и е [2,3]. Если τ -элемент объема класса $C^2(M)$ с неположительным тензором Риччи, то

$$C^M_k \geqslant \frac{4^n}{\exp\left(\frac{k\int_M \tau}{2^n V_n}\right)}\tau, \quad k \in \mathbb{Z}_+$$

(здесь $n = \dim_{\mathbb{C}} M > 0$).

Пусть $f: M \to N$ -голоморфное отображение гладких аффинных многообразий и $L \to N$ -линейное голоморфное расслоение. Обозначим через $f_L: f^*L \to L$ гомоморфизм расслоений, индуцированный отображением f. Если $\gamma \in H^0(M; \mathcal{O}(f^*L))$, то символ $Q_{f,\gamma}$ означает внутренность множества

$$\{ v \in L \mid v = a f_L(\gamma(y)),\ |a| \leq 1,\ y \in M \}$$

в пространстве $\langle L \rangle$ расслоения L .Заметим,что M , N являются многообразиями Штейна [4]. Следовательно,любой слой в $f^*L \to M$ порождается глобальным голоморфным сечением данного расслоения и $\langle L \rangle$ допускает форму объема с неположительным тензором Риччи.Это позволяет исследовать поведение регулярных доминирующих отображений,используя только внутренние термины.

Т е о р е м а. Пусть $L \to N$ -линейное голоморфное расслоение над ненульмерным гладким аффинным многообразием N и τ - форма объема с неположительным тензором Риччи на $\langle L \rangle$.Предположим,что $f: M \to N$ -регулярное отображение ненульмерного гладкого аффинного многообразия M ,причем $C^M_{k_0}(x_0) = 0\ (k_0 \in \mathbb{Z}_+)$ в некоторой точке $x_0 \in M$.Если для некоторого сечения $\gamma \in H^0(M; \mathcal{O}(f^*L))$ с условием $\gamma(x_0) \neq 0$ выполнено неравенство $\int_{Q_{f,\gamma}} \tau < +\infty$,то $x_0 \in \operatorname{sing} f$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $x_0 \notin \operatorname{sing} f$. Тогда $\operatorname{sing} f \neq M$, и поэтому f является регулярным доминирующим отображением многообразий одинаковой размерности.Следовательно, $\sigma(f) < +\infty$ (см.выше).Рассмотрим отображение $\Psi_\gamma : M \times \{1\} \to \langle f^*L \rangle$ вида $\Psi_\gamma(x,1) = \gamma(x)$, $x \in M$. Если $\Phi_\gamma : M \times \mathbb{C} \to \langle f^*L \rangle$ -линейное продолжение Ψ_γ ,то определим $F_\gamma : M \times \Delta \to \langle L \rangle$ с помощью формулы

$$F_\gamma = f_L \circ \Phi_\gamma |_{M \times \Delta} \quad (\text{здесь } \Delta = \{ z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1 \}).$$

Очевидно,что $\sigma(F_\gamma) < \sigma(f)$. Кроме того,найдется открытое множество $U \supset Q_{f,\gamma} = F_\gamma(M \times \Delta)$ со свойством $\int_U \tau < +\infty$.
Используя голоморфную сжимаемость слабой гиперболической меры и [3, §2],получаем неравенство

$$F^*_\gamma\, C^U_{k_0^2 \sigma(f)} \leq C^{M \times \Delta}_{k_0^2} \leq C^M_{k_0} \wedge C^\Delta_{k_0}.$$

Значит,предложение выше дает оценку

$$C^M_{k_0} \wedge C^\Delta_{k_0} \geq F^*_\gamma \left(\frac{4^{n+1} \tau}{\exp\left(\dfrac{\sigma(f)\, k_0}{2^{n+1} V_{n+1}} \displaystyle\int_U \tau \right)} \right).$$

Поэтому равенство $C^M_{k_0}(x_0) = 0$ противоречит соотношению $x_0 \notin \operatorname{sing} f$.

С л е д с т в и е. Пусть $L \to N$ -голоморфное линейное расслоение над гладким аффинным многообразием N и τ форма объема с неположительным тензором Риччи на пространстве расслоения L .Предположим,что $f: M \to N$ -регулярное отображение ненульмерного гладкого аффинного многообразия M и M не является слабо гиперболическим многообразием в смысле [2,3]. Если для некоторого нетривиального сечения $\gamma \in H^0(M; \mathcal{O}(f^*L))$ выполнено неравенство $\int_{Q_{f,\gamma}} \tau < +\infty$, то f -всюду вырожденное отображение.

Библиографический список

1.М а м ф о р д Д. Комплексные проективные многообразия. Пер. с англ.М.:Мир,1979.254с.

2.Ч и н а к М.А. Слабая гиперболичность и оценки для кратности голоморфных отображений// Всесоюз.школа-семинар по комплексному анализу и матем.физике:Тез.докл.Красноярск,1987. С.126.

3. Ч и н а к М.А. Слабая гиперболическая мера на комплексных многообразиях / Омский политех.ин-т. Омск,1987.30с. Деп. в ВИНИТИ 22.06.87, № 4495-1387.

4.Г а н н и н г Р.,Р о с с и Х. Аналитические функции многих комплексных переменных.Пер.с англ.М.:Мир,1969.395с.

5.Г р и ф ф и т с Ф.,Х а р р и с Дж. Принципы алгебраической геометрии.М.:Мир.,1982.Т.1.496с.

6.Ч и н а к М.А. О вложении гиперболических многообразий в проективное пространство// Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз.сб.науч.тр./ Калинингр.ун-т.Калининград.1987.Вып.18.С.109-111.

7. Kobayashi Sh. Intrinsic distances, measures and geometric function theory // Bull. Amer. Math. Soc. 1976. T. 82. № 3. P. 357-416.