2. *Малаховский В. С.* О вырожденных многообразиях пар фигур в трехмерном проективном пространстве // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1973. Вып. 3. С. 41—49.

3. *Малаховский В. С.* Дифференциальная геометрия многообразий фигур и пар фигур в однородном пространстве // Тр. геом. семинара / ВИНИТИ АН СССР. 1969. Т. 2. С. 179—206.

4. *Малаховский В. С.* Введение в теорию внешних форм I. Калининград, 1978.

5. *Малаховский В. С.* Введение в теорию внешних форм II. Калининград, 1980.

6. *Малаховский В. С.* О голономном расслоении реперов на дифференцируемом многообразии // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2004. Вып. 35. С. 69—78.

V. Malakhovsky

TAME PROLONGATION OF SYSTEM OF PFAFFIAN EQUATIONS OF DEGENERATE MANIFOLDS OF EQUIPPED AND INDUCED FIGURES

It is shown that the rule of G. F. Laptev of tame prolongation of the system of pfaffian equations of differentiable manifold in homogeneous and generalized spaces is necessary fulfill also for degenerated manifolds of equipped and induced figures.

УДК 514.75

О. М. Омельян

(Российский государственный университет им. И. Канта, г. Калининград)

О СВЯЗНОСТИ 1-ГО ТИПА, ИНДУЦИРОВАННОЙ НА СЕМЕЙСТВЕ ЦЕНТРИРОВАННЫХ ПЛОСКОСТЕЙ, ОБОБЩАЮЩЕМ ПОВЕРХНОСТЬ

В работе способом Лаптева — Лумисте задана ассоциированная связность в расслоении, ассоциированном с семейством центрированных плоскостей, обоб-

щающем поверхность. Произведено композиционное оснащение семейства и доказано, что оно индуцирует связность 1-го типа в главном расслоении.

1. Ассоциированное расслоение и ассоциированная связность. В проективном пространстве P_n продолжим исследование [1] m-мерного семейства B^p_m центрированных m-плоскостей L_m, пересекающихся с касательными плоскостями T_m к поверхности центров по p-плоскостям L_p $(L_m \cap T_m = L_p,\ 0 < p < m)$. Индексы в работе принимают следующие значения:

$$I,\ldots = \overline{1,n};\quad i,\ldots = \overline{1,p};\quad \alpha,\ldots = \overline{p+1,m};$$
$$a,\ldots = \overline{m+1,2m-p};\quad u,\ldots = \overline{2m-p+1,n}.$$

Отнесем проективное пространство P_n к подвижному реперу $R = \{A, A_I\}$ с деривационными формулами

$$dA = \theta A + \omega^I A_I,\ \ dA_I = \theta A_I + \omega_I^J A_J + \omega_I A \tag{1}$$

и структурными уравнениями проективной группы $GP(n)$

$$\begin{gathered} D\omega^I = \omega^J \wedge \omega_J^I,\ \ D\omega_I = \omega_I^J \wedge \omega_J, \\ D\omega_J^I = \omega_J^K \wedge \omega_K^I + \delta_J^I \omega_K \wedge \omega^K + \omega_J \wedge \omega^I. \end{gathered} \tag{2}$$

Осуществим специализацию подвижного репера: точку A поместим в центр образующей центрированной плоскости L_m, точки A_a — в саму плоскость L_m, точки A_α расположим в касательной плоскости T_m, а точки A_u — вне плоскостей L_m и T_m. Из уравнений (1) вытекают уравнения семейства B^p_m [1]:

$$\begin{gathered} \omega^a = 0, \omega^u = 0, \omega_i^\alpha = \Lambda_{i\xi}^\alpha \omega^\xi, \omega_i^a = \Lambda_{i\xi}^a \omega^\xi,\ \omega_i^u = \Lambda_{i\xi}^u \omega^\xi,\ \omega_\alpha^a = \Lambda_{\alpha\xi}^a \omega^\xi, \\ \omega_\alpha^u = \Lambda_{\alpha\xi}^u \omega^\xi,\ \omega_a^\alpha = \Lambda_{a\xi}^\alpha \omega^\xi,\ \omega_a^u = \Lambda_{a\xi}^u \omega^\xi, \end{gathered} \tag{3}$$

где $\xi = (i, \alpha)$. Компоненты фундаментального объекта 1-го порядка $\Lambda^1 = \{\Lambda_{i\xi}^\alpha,\ \Lambda_{i\xi}^a, \Lambda_{i\xi}^u, \Lambda_{\alpha\xi}^a, \Lambda_{\alpha\xi}^u, \Lambda_{a\xi}^\alpha, \Lambda_{a\xi}^u\}$ удовлетворяют дифференциальным сравнениям [1], в частности

$$\Delta\Lambda^{\alpha}_{ij} + \Lambda^{u}_{ij}\omega^{\alpha}_{u} \underset{\omega}{=} 0,\ \Delta\Lambda^{\alpha}_{i\beta} + \Lambda^{u}_{i\beta}\omega^{\alpha}_{u} - \Lambda^{\alpha}_{ij}\omega^{j}_{\beta} - \delta^{\alpha}_{\beta}\omega_{i} \underset{\omega}{=} 0, \ldots \qquad (4)$$

Здесь дифференциальный оператор Δ действует обычным образом, а символ $\underset{\omega}{=}$ означает сравнение по модулю базисных форм ω^{ξ}.

Уравнения (2) с учетом уравнений (3) семейства B^{p}_{m} дают структурные уравнения базисных форм ω^{ξ} и слоевых форм $\omega^{i}_{j}, \omega_{i}, \omega^{a}_{b}, \omega^{i}_{a}, \omega_{a}, \omega^{\alpha}_{\beta}, \omega^{i}_{\alpha}, \omega_{\alpha}, \omega^{u}_{v}, \omega^{\alpha}_{u}, \omega^{a}_{u}, \omega^{i}_{u}, \omega_{u}$, а именно:

$$D\omega^{i} = \omega^{j} \wedge \omega^{i}_{j} + \omega^{\alpha} \wedge \omega^{i}_{\alpha}, \qquad (5)$$

$$D\omega^{\alpha} = \omega^{\beta} \wedge (\omega^{\alpha}_{\beta} - \Lambda^{\alpha}_{i\beta}\omega^{i}) + \Lambda^{\alpha}_{[ij]}\omega^{i} \wedge \omega^{j}, \qquad (6)$$

$$D\omega^{i}_{j} = \omega^{k}_{j} \wedge \omega^{i}_{k} + \omega^{\xi} \wedge \omega^{i}_{j\xi}, \qquad (7)$$

$$D\omega_{i} = \omega^{j}_{i} \wedge \omega_{j} + \omega^{\xi} \wedge \omega_{i\xi}, \qquad (8)$$

$$\begin{aligned} D\omega^{a}_{b} = {} & \omega^{c}_{b} \wedge \omega^{a}_{c} + \omega^{\xi} \wedge \omega^{a}_{b\xi} + \Lambda^{\alpha}_{bi}\Lambda^{a}_{\alpha j}\omega^{i} \wedge \omega^{j} + \\ & + (\Lambda^{\alpha}_{bi}\Lambda^{a}_{\alpha\beta} - \Lambda^{\alpha}_{b\beta}\Lambda^{a}_{\alpha i})\omega^{i} \wedge \omega^{\beta}, \end{aligned} \qquad (9)$$

$$D\omega^{i}_{a} = \omega^{j}_{a} \wedge \omega^{i}_{j} + \omega^{b}_{a} \wedge \omega^{i}_{b} + \omega^{\xi} \wedge \omega^{i}_{a\xi}, \qquad (10)$$

$$D\omega_{a} = \omega^{i}_{a} \wedge \omega_{i} + \omega^{b}_{a} \wedge \omega_{b} + \omega^{\xi} \wedge \omega_{a\xi}, \qquad (11)$$

$$\begin{aligned} D\omega^{\alpha}_{\beta} = {} & \omega^{\gamma}_{\beta} \wedge \omega^{\alpha}_{\gamma} + \omega^{\xi} \wedge \omega^{\alpha}_{\beta\xi} + \Lambda^{\alpha}_{ai}\Lambda^{a}_{\beta j}\omega^{i} \wedge \omega^{j} + (\Lambda^{\alpha}_{a\gamma}\Lambda^{a}_{\beta i} - \\ & - \Lambda^{\alpha}_{ai}\Lambda^{a}_{\beta\gamma})\omega^{i} \wedge \omega^{\gamma} + \Lambda^{\alpha}_{a\gamma}\Lambda^{a}_{\beta\delta}\omega^{\gamma} \wedge \omega^{\delta}, \end{aligned} \qquad (12)$$

$$D\omega^{i}_{\alpha} = \omega^{j}_{\alpha} \wedge \omega^{i}_{j} + \omega^{\beta}_{\alpha} \wedge \omega^{i}_{\beta} + \omega^{\xi} \wedge \omega^{i}_{\alpha\xi}, \qquad (13)$$

$$D\omega_{\alpha} = \omega^{i}_{\alpha} \wedge \omega_{i} + \omega^{\beta}_{\alpha} \wedge \omega_{\beta} + \omega^{\xi} \wedge \omega_{\alpha\xi}, \qquad (14)$$

$$D\omega^{u}_{v} = \omega^{w}_{v} \wedge \omega^{u}_{w} + \omega^{\xi} \wedge \omega^{u}_{v\xi}, \qquad (15)$$

$$D\omega^{\alpha}_{u} = \omega^{v}_{u} \wedge \omega^{\alpha}_{v} + \omega^{\beta}_{u} \wedge \omega^{\alpha}_{\beta} + \omega^{\xi} \wedge \omega^{\alpha}_{u\xi}, \qquad (16)$$

$$D\omega^{a}_{u} = \omega^{b}_{u} \wedge \omega^{a}_{b} + \omega^{v}_{u} \wedge \omega^{a}_{v} + \omega^{\xi} \wedge \omega^{a}_{u\xi}, \qquad (17)$$

$$D\omega^{i}_{u} = \omega^{j}_{u} \wedge \omega^{i}_{j} + \omega^{\alpha}_{u} \wedge \omega^{i}_{\alpha} + \omega^{a}_{u} \wedge \omega^{i}_{a} + \omega^{v}_{u} \wedge \omega^{i}_{v} + \omega^{\xi} \wedge \omega^{i}_{u\xi}, \qquad (18)$$

$$D\omega_{u} = \omega^{i}_{u} \wedge \omega_{i} + \omega^{\alpha}_{u} \wedge \omega_{\alpha} + \omega^{a}_{u} \wedge \omega_{a} + \omega^{v}_{u} \wedge \omega_{v}, \qquad (19)$$

где

$$
\begin{aligned}
&\omega^i_{j\xi}=\Lambda^a_{j\xi}\omega^i_a+\Lambda^\alpha_{j\xi}\omega^i_\alpha+\Lambda^u_{j\xi}\omega^i_u-\delta^i_j\omega_\xi-\delta^i_\xi\omega_j,\\
&\omega_{i\xi}=\Lambda^a_{i\xi}\omega_a+\Lambda^\alpha_{j\xi}\omega_\alpha+\Lambda^u_{j\xi}\omega_u,\ \omega^a_{b\xi}=-\Lambda^a_{i\xi}\omega^i_b+\Lambda^u_{b\xi}\omega^a_u-\delta^a_b\omega_\xi,\\
&\omega^i_{a\xi}=\Lambda^\alpha_{a\xi}\omega^i_\alpha+\Lambda^u_{a\xi}\omega^i_u-\delta^i_\xi\omega_a,\ \omega_{a\xi}=\Lambda^\alpha_{a\xi}\omega_\alpha+\Lambda^u_{a\xi}\omega_u,\\
&\omega^\alpha_{\beta\xi}=-\Lambda^\alpha_{i\xi}\omega^i_\beta+\Lambda^u_{\beta\xi}\omega^\alpha_u-\delta^\alpha_\beta\omega_\xi-\delta^\alpha_\xi\omega_\beta,\\
&\omega^i_{\alpha\xi}=\Lambda^a_{\alpha\xi}\omega^i_a+\Lambda^u_{\alpha\xi}\omega^i_u-\delta^i_\xi\omega_\alpha,\omega_{\alpha\xi}=\Lambda^a_{\alpha\xi}\omega_a+\Lambda^u_{\alpha\xi}\omega_u,\\
&\omega^u_{v\xi}=-\Lambda^u_{i\xi}\omega^i_v-\Lambda^u_{a\xi}\omega^a_v-\Lambda^u_{\alpha\xi}\omega^\alpha_v-\delta^u_v\omega_\xi,\\
&\omega^\alpha_{u\xi}=-\Lambda^\alpha_{i\xi}\omega^i_u-\Lambda^\alpha_{a\xi}\omega^a_u-\delta^\alpha_\xi\omega_u,\ \omega^a_{u\xi}=-\Lambda^a_{i\xi}\omega^i_u-\Lambda^a_{\alpha\xi}\omega^\alpha_u,\\
&\omega^i_{u\xi}=-\delta^i_\xi\omega_u.
\end{aligned}
\tag{20}
$$

Уравнения (5—19) есть структурные уравнения главного расслоения $G(B^p_m)$, ассоциированного с семейством B^p_m, базой которого является само семейство плоскостей B^p_m, а типовым слоем — подгруппа стационарности G пары плоскостей (L_m, T_m). В этом расслоении выделяется ряд фактор-расслоений с той же базой со структурными уравнениями (5, 6) и следующими структурными уравнениями слоевых форм: **1)** (7) — расслоение линейных реперов пересечения $L(B^p_m)$, типовым слоем которого служит линейная фактор-группа Λ=GL(p); **2)** (7, 8) — расслоение центропроективных реперов пересечения $A^*(B^p_m)$, типовым слоем которого является центропроективная фактор-группа $A^*=GA^*(p)$; **3)** (9) — расслоение фактор-плоскостных линейных реперов $L'(B^p_m)$, типовым слоем которого служит линейная фактор-группа $L'=GL(m-p)$; **4)** (7, 9, 10) — расслоение адаптированных плоскостных линейных реперов $\Pi(B^p_m)$, типовым слоем которого является фактор-группа П, где $\dim\Pi=p^2+m^2-mp$; **5)** (7—11) — расслоение адаптированных плоскостных центропроективных реперов $\Pi A^*(B^p_m)$, типовым слоем которого служит фактор-группа ΠA^*, где $\dim \Pi A^* = p^2 + (m+1)(m-p)$; **6)** (12) — расслоение фактор-касательных линейных реперов $L''(B^p_m)$, типовым слоем которого является группа $L'' = GL(m-p)$; **7)** (7, 12, 13) — расслоение адаптированных касательных линейных реперов $K(B^p_m)$, типовым слоем которого служит фактор-группа К, где $\dim K = p^2 + m^2 - mp$; **8)** (7, 8, 12, 13, 14) — расслоение адаптированных касательных центропроективных реперов $KA^*(B^p_m)$, типовым слоем которого является фактор-группа KA^*, где dim $KA^* = m^2 + \; + p(p-m+2)$; **9)** (15) — расслоение сверхнормальных линейных реперов $L'''(B^p_m)$ с типовым слоем — линейной фактор-группой $L''' = GL(n-2m+p)$; **10)** (12, 15, 16) — расслоение адаптированных нормальных к образующей плоскости линейных реперов $N(B^p_m)$ с типовым слоем — фактор-группой N, где dim N= $n^2 + p(n+p) + 3m(m-n-p)$; **11)** (9, 15, 17) — расслоение адаптированных нормальных к касательной плоскости линейных реперов $N'(B^p_m)$ с типовым слоем — фактор-группой N', где dim $N' = p^2 + p(n+p) + 3m(m-n-p)$.

В расслоении $G(B^p_m)$ методом Ю. Г. Лумисте [2] зададим групповую связность с помощью форм связности $\tilde{\omega} = \omega - \Gamma_\xi \omega^\xi$, где объект связности $\Gamma = \{\Gamma^i_{j\xi}, \Gamma_{i\xi}, \Gamma^a_{b\xi}, \Gamma^i_{a\xi}, \Gamma_{a\xi}, \Gamma^\alpha_{\beta\xi}$, $\Gamma^i_{\alpha\xi}, \Gamma_{\alpha\xi}, \Gamma^u_{v\xi}, \Gamma^\alpha_{u\xi}, \Gamma^a_{u\xi}, \Gamma^i_{u\xi}, \Gamma_{u\xi}\}$ определяется следующими дифференциальными уравнениями [3], в частности

$$\Delta\Gamma^i_{jk} + \omega^i_{jk} = \Gamma^i_{jk\xi}\omega^\xi, \quad \Delta\Gamma^i_{j\alpha} - \Gamma^i_{jk}\omega^k_\alpha + \omega^i_{j\alpha} = \Gamma^i_{j\alpha\xi}\omega^\xi,$$
$$\Delta\Gamma^a_{bi} + \omega^a_{bi} = \Gamma^a_{bi\xi}\omega^\xi, \quad \Delta\Gamma^a_{b\alpha} - \Gamma^a_{bi}\omega^i_\alpha + \omega^a_{b\alpha} = \Gamma^a_{b\alpha\xi}\omega^\xi, \tag{21}$$

$$\Delta\Gamma^u_{vi} + \omega^u_{vi} = \Gamma^u_{vi\xi}\omega^\xi, \quad \Delta\Gamma^u_{v\alpha} - \Gamma^u_{vi}\omega^i_\alpha + \omega^u_{v\alpha} = \Gamma^u_{v\alpha\xi}\omega^\xi,$$

$$\Delta\Gamma^\alpha_{\beta i} + \omega^\alpha_{\beta i} = \Gamma^\alpha_{\beta i\xi}\omega^\xi, \quad \Delta\Gamma^\alpha_{\beta\gamma} - \Gamma^\alpha_{\beta i}\omega^i_\gamma + \omega^\alpha_{\beta\gamma} = \Gamma^\alpha_{\beta\gamma\xi}\omega^\xi, \ldots$$

Из уравнений (21) вытекает [1]

Теорема 1. *Объект ассоциированной групповой связности Г содержит 4 простейших [3] подобъекта: объекты линейных связностей* $\{\Gamma^i_{jk}\}, \{\Gamma^a_{bi}\}, \{\Gamma^\alpha_{\beta i}\}, \{\Gamma^u_{vi}\}$, *заданных в соответствующих фактор-расслоениях (см. выше) и 22 простых [3] подобъекта, а именно:* $\Gamma_1 = \{\Gamma^i_{jk}, \Gamma^i_{j\alpha}\}$, $\Gamma_2 = \{\Gamma^a_{bi}, \Gamma^a_{b\alpha}\}$, $\{\Gamma^i_{jk}, \Gamma_{ij}\}$, $\Gamma_3 = \{\Gamma_1, \Gamma_{ij}, \Gamma_{i\alpha}\}$, $\{\Gamma^i_{jk}, \Gamma^a_{bi}, \Gamma^i_{aj}\}$, $\Gamma_4 = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma^i_{aj}, \Gamma^i_{a\alpha}\}$, $\{\Gamma_4, \Gamma_{ai}\}$, $\{\Gamma_4, \Gamma_{ai}, \Gamma_{a\alpha}\}$, $\Gamma_5 = \{\Gamma^\alpha_{\beta i}, \Gamma^\alpha_{\beta\gamma}\}$, $\{\Gamma^i_{jk}, \Gamma^\alpha_{\beta i}, \Gamma^i_{\alpha j}\}$, $\Gamma_6 = \{\Gamma_1, \Gamma_5, \Gamma^i_{\alpha j}, \Gamma^i_{\alpha\beta}\}$, $\Gamma_7 = \{\Gamma^u_{vi}, \Gamma^u_{v\alpha}\}$, $\{\Gamma^a_{bi}, \Gamma^v_{ui}, \Gamma^a_{ui}\}$, $\{\Gamma^a_{bi}, \Gamma^v_{ui}, \Gamma^a_{ui}\}$, $\Gamma_8 = \{\Gamma_2, \Gamma_7, \Gamma^a_{ui}, \Gamma^a_{u\alpha}\}$, $\{\Gamma^\alpha_{\beta i}, \Gamma^v_{ui}, \Gamma^\alpha_{ui}\}$, $\Gamma_9 = \{\Gamma_5, \Gamma_7, \Gamma^\alpha_{ui}, \Gamma^\alpha_{u\beta}\}$, $\{\Gamma^i_{jk}, \Gamma^a_{bi}, \Gamma^i_{aj}, \Gamma^i_{\alpha j}, \Gamma^u_{vi}, \Gamma^a_{ui}, \Gamma^\alpha_{\beta i}, \Gamma^\alpha_{ui}, \Gamma^i_{uj}\}$, $\Gamma_{10} = \{\Gamma_4, \Gamma_8, \Gamma_9, \Gamma^i_{uj}, \Gamma^i_{u\alpha}\}$, $\{\Gamma^i_{jk}, \Gamma_{ij}, \Gamma^\alpha_{\beta i}, \Gamma^i_{\alpha j}, \Gamma_{\alpha i}\}$, $\Gamma_{11} = \{\Gamma_3, \Gamma_6, \Gamma_{\alpha i}, \Gamma_{\alpha\beta}\}$, $\{\Gamma \setminus \{\Gamma_{u\alpha}\}\}$.

2. Композиционное оснащение и связность 1-го типа. Произведем композиционное оснащение семейства B^p_m [4], т.е. присоединим к каждой плоскости L_m: 1) плоскость $P_{p-1} \subset L_p$, не проходящую через ее центр A; 2) плоскость $P_{m-p-1} \subset L_m$, не пересекающуюся с плоскостью L_p; 3) плоскость $P^*_{m-p-1} \subset T_m$, не пересекающуюся с L_p, и 4) плоскость $P_{n-2m+p-1} : P_{n-2m+p-1} \cap (T_m + L_m) = \varnothing$. В соответствии с этим геометрическим расположением оснащающие плоскости определяются следующими совокупностями точек:

$$B_i = A_i + \lambda_i A, \; B_a = A_a + \lambda^i_a A_i + \lambda_a A, \; B_\alpha = A_\alpha + \lambda^i_\alpha A_i + \lambda_\alpha A,$$

$$B_u = A_u + \lambda^i_u A_i + \lambda^a_u A_a + \lambda^\alpha_u A_\alpha + \lambda_u A. \qquad (22)$$

Выражения для дифференциалов точек (22) имеют вид:

$$dB_i = (...)_i^j B_j + \omega_i^a A_a + (\omega_i^\alpha + \lambda_i \omega^\alpha) A_\alpha + \omega_i^u A_u +$$
$$+ (\Delta\lambda_i + \omega_i - \lambda_i \lambda_j \omega^j) A;$$
$$dB_a = (...)_a^b B_b + (\Delta\lambda_a^i + \omega_a^i + \lambda_a \omega^i - \lambda_a^j \lambda_b^i \omega_j^b) A_i + (\omega_a^\alpha + \lambda_a^i \omega_i^\alpha +$$
$$+ \lambda_a \omega^\alpha) A_\alpha + (\omega_a^u + \lambda_a^i \omega_i^u) A_u + (\Delta\lambda_a + \lambda_a^i (\omega_i - \lambda_b \omega_i^b) + \omega_a) A;$$
$$dB_\alpha = (...)_\alpha^\beta B_\beta + (\Delta\lambda_\alpha^i + \omega_\alpha^i + \lambda_\alpha \omega^i - \lambda_\beta^i \lambda_\alpha \omega^\beta - \lambda_\alpha^j \lambda_\beta^i \omega_j^\beta) A_i +$$
$$+ (\omega_\alpha^u + \lambda_\alpha^i \omega_i^u) A_u + (\omega_\alpha^a + \lambda_\alpha^i \omega_i^a) A_a + \tag{23}$$
$$+ (\Delta\lambda_\alpha + \lambda_\alpha^i \omega_i + \omega_\alpha - \lambda_\alpha^i \lambda_\beta \omega_i^\beta - \lambda_\alpha \lambda_\beta \omega^\beta) A;$$
$$dB_u = (...)_u^v B_v + (\Delta\lambda_u^i + \lambda_u^a \omega_a^i + \lambda_u^\alpha \omega_\alpha^i + \omega_u^i - \lambda_u^j \lambda_v^i \omega_j^v - \lambda_u^a \lambda_v^i \omega_a^v -$$
$$- \lambda_u^\alpha \lambda_v^i \omega_\alpha^v + \lambda_u \omega^i) A_i + (\Delta\lambda_u^a + \omega_u^a + \lambda_u^i \omega_i^a - \lambda_v^a (\lambda_u^i \omega_i^v +$$
$$+ \lambda_u^b \omega_b^v + \lambda_u^\alpha \omega_\alpha^v) + \lambda_u^\alpha \omega_\alpha^a) A_a + (\Delta\lambda_u^\alpha + \omega_u^\alpha + \lambda_u^i (\omega_i^\alpha - \lambda_v^\alpha \omega_i^v) +$$
$$+ \lambda_u^a (\omega_a^\alpha - \lambda_v^\alpha \omega_a^v) - \lambda_u^\beta \lambda_v^\alpha \omega_\beta^v + \lambda_u \omega^\alpha) A_\alpha + (\Delta\lambda_u + \lambda_u^i \omega_i +$$
$$+ \lambda_u^a \omega_a + \lambda_u^\alpha \omega_\alpha + \omega_u - \lambda_v (\lambda_u^i \omega_i^v + \lambda_u^a \omega_a^v + \lambda_u^\alpha \omega_\alpha^v)) A,$$

где компоненты оснащающего квазитензора $\lambda = \{\lambda_i, \lambda_a^i, \lambda_a, \lambda_\alpha^i, \lambda_\alpha, \lambda_u^i, \lambda_u^a, \lambda_u^\alpha, \lambda_u\}$ удовлетворяют следующим сравнениям по модулю базисных форм ω^ξ:

$$\Delta\lambda_i + \omega_i \underset{\omega}{=} 0, \ \Delta\lambda_a^i + \omega_a^i \underset{\omega}{=} 0, \ \Delta\lambda_a + \lambda_a^i \omega_i + \omega_a \underset{\omega}{=} 0,$$
$$\Delta\lambda_\alpha^i + \omega_\alpha^i \underset{\omega}{=} 0, \ \Delta\lambda_\alpha + \lambda_\alpha^i \omega_i + \omega_\alpha \underset{\omega}{=} 0, \ \Delta\lambda_u^a + \omega_u^a \underset{\omega}{=} 0,$$
$$\Delta\lambda_u^i + \lambda_u^a \omega_a^i + \lambda_u^\alpha \omega_\alpha^i + \omega_u^i \underset{\omega}{=} 0, \ \Delta\lambda_u^\alpha + \omega_u^\alpha \underset{\omega}{=} 0, \tag{24}$$
$$\Delta\lambda_u + \lambda_u^i \omega_i + \lambda_u^a \omega_a + \lambda_u^\alpha \omega_\alpha + \omega_u \underset{\omega}{=} 0.$$

Из (24) имеем [4]

Теорема 2. *Оснащающий объект* λ *семейства* B_m^p *является квазитензором, содержащим 5 простейших* λ_i, λ_a^i, $\lambda_\alpha^i, \lambda_u^a$, λ_u^α *и 3 простых* $\{\lambda_a^i, \lambda_a\}, \{\lambda_\alpha^i, \lambda_\alpha\}$, $\{\lambda_u^\alpha, \lambda_u^a, \lambda_u^i\}$ *подквазитензора.*

Выясним роль композиционного оснащения для задания групповой связности в расслоении $G(B^p_m)$, ассоциированном с семейством B^p_m. Покажем, что объект связности Г охватывается фундаментальным объектом Λ^1 семейства B^p_m и композиционно оснащающим квазитензором λ, т.е. $\Gamma = \Gamma(\Lambda^1, \lambda)$. Для этого используем дифференциальные уравнения (20) для компонент объекта ассоциированной связности Г, выражения (20) для трехиндексных форм ω и сравнения (24) компонент квазитензора λ. Отсюда находим выражения охватов компонент объекта Г, в частности

$$
\begin{aligned}
&\overset{0}{\Gamma}{}^i_{jk} = \Lambda^a_{jk}\lambda^i_a + \Lambda^\alpha_{jk}\lambda^i_\alpha + \Lambda^u_{jk}(\lambda^i_u - \lambda^i_a\lambda^a_u - \lambda^i_\alpha\lambda^\alpha_u) - \delta^i_j\lambda_k - \delta^i_k\lambda_j,\\
&\overset{0}{\Gamma}{}^i_{j\alpha} = \Lambda^a_{j\alpha}\lambda^i_a + \Lambda^\beta_{j\alpha}\lambda^i_\beta + \Lambda^u_{j\alpha}(\lambda^i_u - \lambda^i_a\lambda^a_u - \lambda^i_\beta\lambda^\beta_u) + \delta^i_j(\lambda_\alpha +\\
&\qquad + \lambda_k\lambda^k_\alpha) + \lambda_j\lambda^i_\alpha,\\
&\overset{0}{\Gamma}{}^a_{bi} = \Lambda^u_{bi}\lambda^a_u - \Lambda^a_{ji}\lambda^j_b + \Lambda^u_{ji}\lambda^j_b\lambda^a_u - \delta^a_b\lambda_i,\\
&\overset{0}{\Gamma}{}^a_{b\alpha} = \Lambda^u_{b\alpha}\lambda^a_u - \Lambda^a_{i\alpha}\lambda^i_b + \Lambda^u_{i\alpha}\lambda^i_b\lambda^a_u - \delta^a_b\lambda_\alpha + \delta^a_b\lambda^i_\alpha\lambda_i,\\
&\overset{01}{\Gamma}{}^i_{aj} = \Lambda^\alpha_{aj}\lambda^i_\alpha + \Lambda^u_{aj}(\lambda^i_u - \lambda^\alpha_u\lambda^i_\alpha) - \Lambda^b_{kj}\lambda^k_a\lambda^i_b +\\
&\qquad + \Lambda^u_{kj}\lambda^k_a\lambda^b_u\lambda^i_b - \delta^i_j\lambda_a + \delta^i_j\lambda^k_a\lambda_k,\\
&\overset{01}{\Gamma}{}^i_{a\alpha} = \Lambda^\beta_{a\alpha}\lambda^i_\beta + \Lambda^u_{a\alpha}(\lambda^i_u - \lambda^\beta_u\lambda^i_\beta) - \Lambda^b_{j\alpha}\lambda^i_b\lambda^j_a + \Lambda^u_{j\alpha}\lambda^b_u\lambda^i_b\lambda^j_a +\\
&\qquad + \lambda_a\lambda^i_\alpha - \lambda^j_a\lambda_j\lambda^i_\alpha,\\
&\overset{0}{\Gamma}{}^\alpha_{\beta i} = \Lambda^u_{\beta i}\lambda^\alpha_u - \Lambda^\alpha_{ji}\lambda^j_\beta + \Lambda^u_{ji}\lambda^j_\beta\lambda^\alpha_u - \delta^\alpha_\beta\lambda_i,\\
&\overset{0}{\Gamma}{}^\alpha_{\beta\gamma} = \Lambda^u_{\beta\gamma}\lambda^\alpha_u - \Lambda^\alpha_{i\gamma}\lambda^i_\beta + \Lambda^u_{i\gamma}\lambda^i_\beta\lambda^\alpha_u - \delta^\alpha_\beta\lambda_\gamma - \delta^\alpha_\gamma\lambda_\beta + \delta^\alpha_\beta\lambda_i\lambda^i_\gamma,\\
&\overset{01}{\Gamma}{}^i_{\alpha j} = \Lambda^u_{kj}\lambda^k_\alpha\lambda^\beta_u\lambda^i_\beta - \Lambda^\beta_{kj}\lambda^k_\alpha\lambda^i_\beta + \Lambda^a_{\alpha j}\lambda^i_a + \Lambda^u_{\alpha j}(\lambda^i_u - \lambda^a_u\lambda^i_a) +\\
&\qquad + \delta^i_j\lambda^k_\alpha\lambda_k - \delta^i_j\lambda_\alpha,
\end{aligned}
\tag{25}
$$

$$\overset{01}{\Gamma}{}^{i}_{\alpha\beta} = \Lambda^{u}_{j\beta}\lambda^{\gamma}_{u}\lambda^{i}_{\gamma}\lambda^{j}_{\alpha} + \Lambda^{a}_{\alpha\beta}\lambda^{i}_{a} + \Lambda^{u}_{\alpha\beta}(\lambda^{i}_{u} - \lambda^{a}_{u}\lambda^{i}_{a}) - \Lambda^{\gamma}_{j\beta}\lambda^{i}_{\gamma}\lambda^{j}_{\alpha} -$$
$$- \lambda_{j}\lambda^{i}_{\alpha}\lambda^{j}_{\beta},$$

$$\overset{01}{\Gamma}{}^{\alpha}_{ui} = \Lambda^{\alpha}_{ji}(\lambda^{j}_{\beta}\lambda^{\beta}_{u} - \lambda^{j}_{u}) - \Lambda^{\alpha}_{ai}\lambda^{a}_{u} - \Lambda^{v}_{\beta i}\lambda^{\beta}_{u}\lambda^{\alpha}_{v} - \Lambda^{v}_{ji}\lambda^{j}_{\beta}\lambda^{\alpha}_{v}\lambda^{\beta}_{u},$$

$$\overset{01}{\Gamma}{}^{\alpha}_{u\beta} = \Lambda^{\alpha}_{i\beta}(\lambda^{i}_{\gamma}\lambda^{\gamma}_{u} - \lambda^{i}_{u}) - \Lambda^{v}_{\gamma\beta}\lambda^{\alpha}_{v}\lambda^{\gamma}_{u} - \Lambda^{\alpha}_{a\beta}\lambda^{a}_{u} - \Lambda^{v}_{\gamma i}\lambda^{\gamma}_{u}\lambda^{\alpha}_{v}\lambda^{i}_{\beta} +$$
$$+ \delta^{\alpha}_{\beta}\lambda_{\gamma}\lambda^{\gamma}_{u} - \delta^{\alpha}_{\beta}\lambda_{u},$$

где «0» и «01» над Г означает, что объект охвачен. Из (25) вытекает

Теорема 3. *Семейство* B^{p}_{m} *и его композиционное оснащение индуцируют в ассоциированном расслоении* $G(B^{p}_{m})$ *групповую связность 1-го типа с объектом* $\overset{01}{\Gamma} = \{\overset{0}{\Gamma}{}^{i}_{j\xi}, \overset{01}{\Gamma}_{i\xi}, \overset{0}{\Gamma}{}^{a}_{b\xi}, \overset{01}{\Gamma}{}^{i}_{a\xi}, \overset{01}{\Gamma}_{a\xi}, \overset{0}{\Gamma}{}^{\alpha}_{\beta\xi}, \overset{01}{\Gamma}{}^{i}_{\alpha\xi}, \overset{01}{\Gamma}_{\alpha\xi}, \overset{0}{\Gamma}{}^{u}_{v\xi}, \overset{01}{\Gamma}{}^{\alpha}_{u\xi}, \overset{01}{\Gamma}{}^{a}_{u\xi}, \overset{01}{\Gamma}{}^{i}_{u\xi}, \overset{01}{\Gamma}_{u\xi}\}$, *компоненты которого охвачены по формулам (25).*

Список литературы

1. *Омельян О. М.* Объект ассоциированной связности на семействе центрированных плоскостей, обобщающем поверхность // Тез. докл. междунар. конф. «Геометрия в Одессе — 2008». Одесса, 2008. С. 108—109.

2. *Шевченко Ю. И.* Приемы Лаптева и Лумисте задания связности в главном расслоении // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2006. №37. С. 179—187.

3. *Шевченко Ю. И.* Оснащения центропроективных многообразий. Калининград, 2000.

4. *Омельян О. М.* Расширенная аффинная связность на семействе центрированных плоскостей, обобщающем поверхность // Тр. мат. центра им. Н. И. Лобачевского. Казань, 2008. Т. 37. С. 135—137.

O. Omelyan

ON THE CONNECTION OF THE 1-ST TYPE,
INDUCED ON FAMILY OF CENTERED PLANES,
GENERALIZING THE SURFACE

By Laptev — Lumiste's way we give the associated connection in bundle, associated with family of centered planes, generalizing the surface. The composite clothing of family is produced and it is proved, that the clothing induces the connection of the 1-st type in principal bundle.

УДК 514.75

Е. А. Петрова

(Алтайский государственный университет, г. Барнаул)

**ОБ ОДНОМ ЧАСТНОМ СЛУЧАЕ
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РИБОКУРА**

Изучается конгруэнция сфер. Рассматривается случай, когда поверхность центров является цилиндром. По известной поверхности центров строится функция радиусов так, чтобы конгруэнция сфер была рибокуровой.

В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим двухпараметрическое семейство сфер — конгруэнцию сфер [1, с. 459]. Пусть M — гладкая поверхность, описываемая центрами сфер. Определим огибающую поверхность конгруэнции сфер. Обозначим через $r(p)$ радиус-вектор точки p на M, через $r^*(p)$ — радиус-вектор точки огибающей M^*. Тогда имеем

$$r^* = r + \rho \cdot n^*,$$