УДК 524.834

А. В. Юров, А. А. Юрова, В. А. Юров

КОГДА ОЖИДАТЬ НЕОЖИДАННЫХ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ: АНТРОПНЫЙ ПРИНЦИП И ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ ВСЕЛЕННОЙ

Антропное объяснение малости наблюдаемой величины темной энергии подразумевает наличие переменной компоненты, компенсирующей величину вакуумной энергии. Согласно Гаррига и Виленкину, эта компонента должна медленно уменьшаться, приводя к смене режима ускоренного расширения на фазу коллапса, но не раньше чем через триллион лет. Однако убывающее скалярное поле может приводить к неожиданным сингулярностям при конечном значении масштабного фактора. Мы анализируем эту ситуацию на примере SFS и получаем неожиданный результат: время появления таких особенностей — того же порядка, что и время жизни наблюдаемой вселенной.

The anthropic explanation of the smallness of the observed amount of dark energy implies the presence of a variable component compensating for the magnitude of the vacuum energy. According to Garriga and Vilenkin, this component should decrease slowly, leading to a change in the accelerated expansion regime to the collapse phase, but not earlier than in a trillion years. However, a decreasing scalar field can lead to unexpected singularities with a finite value of the scale factor. We analyze this situation using the example of SFS and get an unexpected result: the time of appearance of such features of the same order as the lifetime of the observed universe.

Ключевые слова: темная энергия, скалярные поля, сингулярность, антропный принцип.

Keywords: dark energy, scalar fields, singularity, anthropic principle.

Введение

В уже ставшей классической работе [1] предложено антропное решение двух загадок «космологической постоянной»: ее малости и time coincidence. Основная идея заключается в рассмотрении плотности темной энергии ρ_D как случайной переменной. Точнее, плотность записывается в виде суммы двух слагаемых, плотности вакуумной энергии, которая является константой и может быть как положительной, так и отрицательной, и плотности динамической компоненты темной энергии. Если эти компоненты приблизительно одного порядка по модулю и противоположного знака (скажем, вакуумная компонента отвечает AdS вакууму в соответствии с теорией струн), то величина ρ_D может оказаться много меньше модуля каждой из компонент, что с учетом антропного ограничения решает загадку малости темной энергии.

Кроме того, авторам [1] удалось элегантно решить вторую загадку (космических совпадений) и сделать еще ряд тестируемых предсказаний. Среди них находится наиболее сложно тестируемое, но и одновременно самое интересное предсказание: наблюдаемая нами часть вселенной должна в будущем перейти к стадии сжатия (правда, не ранее чем через триллион лет ускоренного расширения). Это экстремально неожиданное заключение сделано следующим образом: предполагается, что динамическая компонента ассоциирована с некоторым скалярным полем $\tilde{\varphi}$ с очень малой массой [2; 3].

На следующем шаге учитывается, что наблюдатели могут существовать только в очень узком антропном диапазоне возможных значений плотности темной энергии, ограниченной справа квадратом обратного момента времени, при котором сформировались самые первые галактики (этот момент времени определяется произведением текущего возраста вселенной и множителя $(1+z)^{-3/2}$, где величина красного смещения отвечает моменту формирования первого поколения галактик, то есть z = 5). Во избежание недоразумений отметим, что всюду мы используем удобную систему единиц, при которой $\frac{8\pi G}{3} = c = 1$.

В очень узком диапазоне потенциал самодействия $V\left(\tilde{\varphi}\right)$ практически не меняется, так что с хорошей точностью его можно разложить в ряд окрест точки нуль и ограничиться линейным по полю членом. Если поле убывает с течением времени, то можно использовать приближение медленного скатывания и получить оценку момента смены ускорения сжатием, отсчитывая от текущего момента времени. Качественные оценки, проведенные в [1], дают характерный временной масштаб в триллион (10^{12}) лет. Неожиданные следствия, составляющие предмет данной работы, связаны с динамической компонентой темной энергии. Определим новую полевую переменную φ, так что плотность темной энергии определяется новым потенциалом самодействия $\rho_D = V(\varphi)$, и будем считать, что поле φ медленно уменьшается, а потенциал самодействия является полиномиальным с вещественными коэффициентами. Например, он определяется одним членом с положительной константой связи и степенью *n*, которая необязательно является целой. Разумеется, называть такие потенциалы полиномиальными является некоторым злоупотреблением терминологией, но мы надеемся, что это не вызовет неправильных ассоциаций.

В работе [4] Бэрроу и Грэхэм изучили такие потенциалы и обнаружили следующее замечательное свойство: полиномиальные потенциалы с нецелой степенью могут приводить к появлению сингулярностей за конечное время при стремлении полевой переменной к нулю. В частности, если показатель степени лежит в интервале $M < n < M+1$ и M натуральное число, то производная

$$\frac{d^{M+2}\varphi}{dt^{M+2}} \to (-1)^{M+1} \times \infty$$

при $\varphi \to 0$, а все производные более низких порядков остаются конечными. Скажем, при наименьшем допустимом значении числа $M = 0$ расходится только вторая производная от поля по времени. В этом случае и давление, и плотность остаются конечными, а возникающая особенность относится к четвертом классу по классификации, предложенной в работе [5], и считается «слабой сингулярностью» в соответствии с уже устоявшейся терминологией, восходящей к классическим работам [6; 7].

Появление таких особенностей в реалистичных полевых моделях с полиномиальным потенциалом носит определяющий характер для данной работы. Мы покажем, что предсказание Виленкина — Гаррига о смене режима ускоренного расширения на сжатие оказывается значительно более близким, буквально на два порядка ближе (10^{10} вместо 10^{12}). В этой статье мы рассматриваем простую интегрируемую, но достаточно общую модель, чтобы оценить характерное время наступления такой сингулярности. В следующем разделе мы кратко описываем метод суперпотенциала, чтобы рассмотреть появление особенностей, и обнаруживаем, что нелинейные скалярные поля в плоской фридмановской вселенной способны привести к еще более драматичной особенности, а именно сингулярности класса SFS, за конечное время, если потенциал имеет вид суммы полиномиального потенциала и потенциала, характерного для моделей газа Чаплыгина. Поскольку потенциалы такого типа вполне допустимы, мы заключаем, что возможным следствием гипотезы Виленкина — Гаррига может быть появление в будущем SFS. Используя это наблюдение, в третьем разделе мы строим такую модель в приближении медленно меняющегося скалярного поля и анализируем ее. В результате мы приходим к уже озвученному удивительному заключению: если SFS появится в будущем в приближении медленно убывающего поля, то время ее наступления имеет тот же порядок, что и возраст наблюдаемой вселенной! Другими словами, если она наступит, то это будет весьма скоро (по космологическим масштабам, конечно).

SFS и метод суперпотенциала

Следуя работе [4], рассмотрим плоскую вселенную Фридмана, заполненную минимально связанным скалярным полем, так что параметр Хаббла определяется простым уравнением

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi) = H^2,$$

а полевое уравнение с констанстой связи A^2 имеет вид

$$\ddot{\varphi} = -3H\dot{\varphi} - nA^2\varphi^{n-1}.$$

Предположим, что начальные значения поля, параметра Хаббла и скорости изменения поля положительны. В этом случае в начальный момент времени вторая производная скалярного поля отрицательна, а значит, $\dot{\varphi}$ уменьшается и за конечное время обращается в нуль. После этого начинает убывать само поле φ. Если $0 < n < 1$, то за конечное время поле обращается в нуль, а вторая производная — в минус бесконечность. При этом первая производная $\dot{\varphi}$ остается все время конечной, так же, как и плотность энергии и давление. Другими словами, расходятся все производные по времени от масштабного фактора начиная с третьей (подробности см. в [4]).

Потенциалы рассматриваемого вида неинтегрируемы, что затрудняет исследование. Чтобы упростить ситуацию, обратимся к модельной задаче, используя метод суперпотенциала [8]. Пусть $W(\varphi)$ — суперпотенциал, формально совпадающий с выражением для плотности энергии, но считающийся однозначной функцией полевой переменной. Легко показать (см. общий случай в работе [8]), что динамические уравнения Фридмана сводятся к простому уравнению первого порядка

$$\dot{\varphi} = -3^{-1} \frac{dW(\varphi)}{d\varphi} / \sqrt{W(\varphi)},$$

а потенциал определяется из соотношения

$$V(\varphi) = W(\varphi) - 3^{-2} \left(\frac{dW(\varphi)}{d\varphi} \right)^2 / W(\varphi).$$

Положим $W(\varphi) = A^2 \varphi^n$. В этом случае уравнения тривиально интегрируются, и, считая, что параметр n лежит в интервале от нуля до четырех, мы находим полевую функцию

$$\varphi(t) = \left[\left(An(4-n) 6^{-1} (t_s - t) \right] \right]^{2/(4-n)}$$

и потенциал

$$V(\varphi) = A^2 \varphi^n - \frac{A^2 n^2 \varphi^{n-2}}{9}.$$

Теперь легко показать, что имеют место три принципиально различных случая: (1) $0 < n < 2$, (2) $2 < n < 3$ и (3) $3 < n < 10/3$. В случае (1) при $t \to t_s$ расходится первая производная $\dot{\varphi} \to -\infty$; в случае (2) $\ddot{\varphi} \to \infty$, а $\dot{\varphi}$ и φ остаются конечными. Наконец, в случае (3) расходимость появляется только в третьей производной: $\dddot{\varphi} \to -\infty$. Заметим: поскольку нас не интересуют целые показатели степени у φ, мы всюду используем только строгие неравенства. Другими словами, при $n > 2$ могут реализовываться необычные особенности, найденные Бэрроу и Грэхэмом. Однако мы сконцентрируемся на случае (1), который выходит из класса сингулярностей, изученного в [4]. Очевидно, это SFS. Действительно, прямой проверкой можно убедиться, что плотность и давление определяются выражениями (достаточно громоздкими), которые при $t \to t_s$ демонстрируют следующее простое поведение: $\rho \to 0$ и $p \to \infty$. Соответственно, все энергетические условия выполнены. Несложно понять, почему этот случай был пропущен в работе [4]. Авторы рассматривали только полиномиальные потенциалы с положительной (хотя и не целой!) степенью. Однако, как легко убедиться, такие потенциалы в принципе не могут привести к особенностям типа SFS. Тем не менее тот факт, что SFS может возникать при убывании скалярного поля, приводит к чрезвычайно интересному вопросу: не может ли подобная ситуация реализоваться в модели Виленкина — Гаррига при медленной эволюции динамической компоненты скалярного поля? В этом случае SFS появилась бы как «плата» за удачную компенсацию вакуумной энергии скалярным полем, компенсацию, которая сделала наблюдаемую вселенную гостеприимной, по крайней мере до возникновения SFS!

Обобщенные SFS

Предположим, что имеет место медленно убывающее скалярное поле, которое приводит (точнее, приведет) к появлению SFS. Мы будем рассматривать более общий класс SFS, таких, что при при расхождении давления плотность стремится к некоторому, в общем говоря, ненулевому значению (существование таких решений доказано в [9]). Поскольку, как уже отмечалось, антропное ограничение вырезает чрезвычайно узкий допустимый диапазон в плотности, вся динамика выглядит следующим образом: величина ρ_D является фактически константой вплоть до наступления SFS. Аналогично ведет себя и давление $p_D \approx -\rho_D$, однако при $t \to t_s$, $p_D \to \infty$, а величина $\rho_D \neq 0$ и остается конечной. Такую модель легко построить, если считать, что плотность определяется моделью ΛCDM,

$$\rho = \Lambda + \frac{C_{DM}}{a^3},$$

а выражение для давления содержит дополнительное необычное слагаемое:

$$p = -\Lambda + \alpha\,\delta\left(\frac{t_s - t}{T}\right).$$

При $\alpha = 0$ это ΛCDM-модель, причем $\rho_D = \Lambda$ и $p_D = p$, поскольку вклад от давления темной материи и барионов (барионы учтены в коэффициенте C_{DM} как малая поправка к вкладу темной материи) отсутствует. Такой выбор выражений для плотности и давления полностью соответствует вышеописанным условиям, так что соответствующие уравнения качественно описывают крайне медленную эволюцию динамической компоненты. Соответственно, мы ожидаем, что качественные оценки, которые мы сейчас будем делать, существенно не изменятся при рассмотрении более сложных (и реалистичных) ситуаций, если только они соответствуют общей картине Виленкина — Гаррига. Обозначим $a_{\mp}(t)$ решения при $t<t_s$ и $t>t_s$ соответственно. Очевидно, в области до наступления сингулярности масштабный фактор совпадает с хорошо известным решением для ΛCDM-модели, поэтому мы не будем его здесь выписывать. При $t>t_s$ имеем $a_+(t)=a_-(2t_s-t)$. Дополнительно накладываем условия неразрывности в точке $t=t_s$ для масштабного фактора и его первой производной. Это гарантирует непрерывность плотности энергии на протяжении всей эволюции системы. Отсюда находим величину $T=\sqrt{2/\Lambda}$. Таким образом, при $t=t_s$ плотность остается постоянной, давление расходится (SFS), а параметр Хаббла меняет знак:

$$H_+(t_s)=-H_-(t_s)=-\frac{2}{3T}\cot\frac{t_s}{T},$$

то есть при $t>t_s$ вселенная сжимается, причем эта смена ускоренного расширения сжатием всецело связана с наличием SFS.

У нас остались неопределенными два параметра: положительная «константа связи SFS» α и время наступления SFS $t=t_s$. Для проведения соответствующей оценки поступим следующим образом. Во-первых, подставим наши выражения в уравнение Фридмана для второй производной от масштабного фактора, затем проинтегрируем его по малому интервалу, центрированному окрест точки t_s, и перейдем к пределу бесконечно малого интервала. В результате получается условие, связывающее два неопределенных параметра, а значит, остался только один свободный параметр. Второе условие, которое мы используем, есть предположение о том, что параметр связи не определяется какой-либо неизвестной физикой. Возможно, это достаточно сильное условие, однако нам оно представляется вполне оправданным. Поскольку в любом случае природа появления α неизвестна, мы вполне можем применять байесовский подход и гипотезу о равномерном распределении. В результате мы находим, что наиболее правдоподобной является следующая оценка в годах:

$$t_s \approx T\cot^{-1}1.155\approx 13.6\times 10^9.$$

Разумеется, это не более чем приближение, но в любом случае правдоподобной выглядит величина того же порядка, что и T. Термин «правдоподобный» означает здесь: если $t_s \gg T$, то это будет означать либо наличие некоторой тонкой настройки, либо наличие некоторой неизвестной пока физики, определяющей величину константы связи SFS. На данном этапе это выглядит малообоснованным, поэтому мы предполагаем, что полученный результат является достаточно общим в антропных моделях Виленкина — Гаррига с очень медленно уменьшающимся скалярным полем, если, конечно, они содержат SFS.

Обсуждение

Поскольку окончательный результат выглядит достаточно неожиданно, мы еще раз кратко опишем ход наших рассуждений. Мы исходили из антропного решения проблемы «космологической постоянной», предложенной в [1]. Согласно этому подходу, наблюдаемая плотность темной энергии состоит из двух компонент — собственно вакуумной энергии и медленно меняющейся динамической компоненты. Например, можно считать, что вакуумная энергия отрицательна, а плотность динамической компоненты положительна, так что происходит практически нулевая плотность темной энергии. В этом случае применимы антропные соображения, позволяющие количественно предсказать эту величину с хорошим согласием с натурными данными. С другой стороны, динамическая компонента должна медленно убывать, поэтому данная модель предсказывает смену фазы ускоренного расширения наблюдаемой вселенной на фазу сжатия, но не раньше чем через 10^{12} лет ускоренного расширения. Если считать, что переменная компонента описывается некоторым скалярным полем, то плотность темной энергии можно задать в виде эффективного потенциала самодействия некоторого очень медленно уменьшающегося скалярного поля. Разумно считать, что этот потенциал имеет вид $V(\varphi)\sim\varphi^n$, но априори нет оснований полагать, что показатель степени эффективного потенциала должен быть целым или даже положительным. В этом случае, как показано в [4], по мере убывания поля могут появиться новые неожиданные особенности при конечном значении масштабного фактора. Более того, мы показали, что такая динамика может привести и к sudden future singularity. Поскольку SFS являются наиболее «жесткими» в рассматриваемом контексте (хотя и наболее спекулятивными в этом же контексте!), мы сосредоточились в этой работе исключительно на них. Чтобы изучить появление SFS, мы построили предельно простую модель, обладающую всеми необходимыми ингредиентами сценария [1], но содержащую SFS. Учитывая, что модель строилась с минимумом предположений, можно ожидать, что полученные количественные оценки будут в среднем справедливы и для более реалистичных моделей. Удивительным следствием является то, что в время наступления SFS оказалось того же порядка, что и возраст наблюдаемой вселенной (порядка 10 гигалет). Другими словами, такая SFS должна оказаться неожиданно близко к нам по времени.

В заключение прокомментируем кажущуюся нефизичность этой модели. На первый взгляд, добавление дельта-функции к давлению кажется чисто формальным приемом и является явно нефизичным примером. Однако такое заключение будет весьма поспешно. В работах [10; 11] приводится интересное обсуждение физической природы сингулярностей в рамках ОТО. Традиционный взгляд на эти особенности заключается в том, что появление сингулярностей свидетельствует о нарушении применимости ОТО и требует построения квантовой теории гравитации. Однако авторы [10] и [11] демонстрируют, что любой способ избежать этих сингулярностей приводит к гораздо более серьезным особенностям, возникающим при вычислении действия. Другими словами, здесь защищается точка зрения, что должен существовать принцип финитности действия и этот принцип отсекает множество известных моделей как нефизичных (например, стационарную модель Эйнштейна, вечную модель Де Ситтера, модели перемешанного мира и т. д.). Мы не будем подробнее обсуждать это вопрос, отметим только, что наша модель с SFS приводит к конечному действию в замкнутой вселенной.

Список литературы

1. *Garriga J., Vilenkin A.* Testable anthropic predictions for dark energy // Phys. Rev. 2003. D67. 043503.

2. *Dvali G., Vilenkin A.* Field theory models for variable cosmological constant // Phys. Rev. 2001. D64. 063509.

3. *Garriga J., Vilenkin A.* On likely values of the cosmological constant // Phys. Rev. 2000. D61. 083502.

4. *Barrow J. D., Graham A. A. H.* New Singularities in Unexpected Places // Int. J. Mod. Phys. 2015. D24. 1544012.

5. *Nojiri S., Odintsov S. D., Tsujikawa S.* Properties of singularities in (phantom) dark energy universe // Phys. Rev. 2005. D71. 063004.

6. *Tipler F. J.* Singularities in conformally flat spacetimes // Phys.Lett. 1977. A64. P. 8—10.

7. *Krolak A.* Towards the proof of the cosmic censorship hypothesis // Class. Quantum Grav. 1986. Vol. 3. P. 267.

8. *Yurov A. V., Yurov V. A., Chervon S. V., Sami M.* Total energy potential as a superpotential in integrable cosmological models // Theoret. and Math. Phys. 2011. Vol. 166, iss. 2. P. 259—269.

9. *Yurov A. V.* Brane-like singularities with no brane // Phys. Lett. 2010. B689. P. 1—7.

10. *Barrow J. D.* Finite Action Principle Revisited // Phys. Rev. 2020. D101. 023527.

11. *Barrow J. D., Tipler F. J.* Action principles in nature // Nature. 1988. 331. P. 31—34.

Об авторах

Артём Валерианович Юров — д-р физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: AIUrova@kantiana.ru

Алла Александровна Юрова — канд. физ.-мат. наук, доц., Калининградский государственный технический университет; Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: AIUrova@kantiana.ru

Валериан Артёмович Юров — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: vayt37@gmail.com

The authors

Prof. Artyom V. Yurov, Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.
E-mail: AIUrov@kantiana.ru

Dr Alla A. Yurova, Associate Professor, Kaliningrad State Technical University; Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.
E-mail: AIUrova@kantiana.ru

Dr Valerian A. Yurov, Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.
E-mail: vayt37@gmail.com