



УДК 538.94

*А. И. Иванов, А. А. Лебедкина***ОПЕРАТОРЫ ТОКА СПИНПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ
И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ К КВАНТОВЫМ ТОЧКАМ**

Исследовано влияние детектирования тока спинполяризованных электронов, туннелирующих через квантовую точку, находящуюся в статическом и циркулярнополяризованном магнитных полях, на ее динамику. Введены операторы туннельных токов и предложена процедура последовательных итераций с целью уточнения вида этих операторов.

A detection of spin polarized tunneling current through the quantum dot in a circularly polarized magnetic field is investigated. Current operators and proposed of successive iterative procedure for elaboration those operators are introduced.

Ключевые слова: квантовые точки, операторы тока, уравнение Линдблада.

Key words: quantum dots, current operators, Lindblad equation.

Введение

Одноэлектронные квантовые точки, а также квантовые точки с небольшим числом электронов стали предметом значительного интереса, отчасти мотивированного возможностью применения этих объектов в приложениях квантовых методов обработки информации. В силу того, что спинполяризованный электрон в квантовой точке может иметь относительно большое время декогеренции, квантовые точки выступают перспективными кандидатами на роль кубита — основной единицы квантового компьютера.

1. Уравнение эволюции

Рассмотрим квантовую точку, находящуюся между двумя проводниками с химическими потенциалами μ_1 , μ_2 . Квантовая точка помещена в статическое магнитное поле B_z , ориентированное вдоль направления z и осциллирующее магнитное поле $B_x(t) = B_0 \cos(\omega t)$, направленное вдоль оси x . Электрон внутри точки может находиться в одном из трех состояний $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle, |S\rangle = (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) / \sqrt{2}$, обозначим их $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$. Осциллирующее магнитное поле индуцирует переходы между состояниями $|1\rangle, |2\rangle$. Синглетное состояние $|3\rangle$ образуется в результате туннелирования дополнительного электрона из левого проводника внутрь точки. Такая возможность обеспечена подбором величины напряженности статического магнитного поля. Предполагается, что триплетное состояние обладает более высокой энергией. Электроны со спинами вверх и вниз могут туннелировать из точки в правый проводник.

Электроны в квантовой точке взаимодействуют с окружением, в частности с проводниками. Уравнение для редуцированной матрицы плотности, описывающей состояния электронов в точке, получается усреднением уравнения Неймана для полной матрицы плотности объединенной системы по степеням свободы окружения.

Следуя [1], запишем в выбранном базисе эволюционные уравнения для матрицы плотности во вращающейся системе координат:



$$\begin{aligned}
 \dot{\rho}_{11} &= -(W_{21} + W_{31})\rho_{11} + W_{12}\rho_{22} + W_{13}\rho_{33} - \frac{\Delta_{\perp}}{4i}\rho_{21} + \frac{\Delta_{\perp}}{4i}\rho_{12}, \\
 \dot{\rho}_{22} &= -(W_{12} + W_{32})\rho_{22} + W_{21}\rho_{11} + W_{23}\rho_{33} - \frac{\Delta_{\perp}}{4i}\rho_{12} + \frac{\Delta_{\perp}}{4i}\rho_{21}, \\
 \dot{\rho}_{33} &= -(W_{13} + W_{23})\rho_{33} + W_{32}\rho_{22} + W_{31}\rho_{11}, \quad \dot{\rho}_{31} = [-i\Delta_{31} - V_{31}]\rho_{31}, \\
 \dot{\rho}_{21} &= [i(\omega - \Delta_z) - V_{21}]\rho_{21} - i\frac{\Delta_{\perp}}{4}\rho_{22} + i\frac{\Delta_{\perp}}{4}\rho_{11}, \quad \dot{\rho}_{23} = [-i\Delta_{32} - V_{32}]\rho_{23},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\rho_{mn} = \langle n | \rho | m \rangle$ – матричные элементы матрицы плотности; W_{mn} – скорость перехода из состояния $|n\rangle$ в состояние $|m\rangle$; $V_{mn} = V_{nm}$ – скорости декогеренции; $\Delta_{\perp} = 2g\mu_B B_{\perp}^0$, $\Delta_z = g\mu_B B_z$ – зеемановское расщепление, где g – g -фактор электрона; μ_B – магнетон Бора; $\Delta_{31} = E_3 - E_1$, $\Delta_{32} = E_3 - E_2$ – расстояния между энергетическими уровнями.

2. Операторы тока

В нашем базисе введем операторы числа электронов: $\hat{n}_1 = |1\rangle\langle 1|$, $\hat{n}_2 = |2\rangle\langle 2|$, $\hat{n}_3 = |3\rangle\langle 3|$. Определим операторы тока электронов [2]:

$$-e\frac{dn_3}{dt} = \hat{I}^{\uparrow 31} + \hat{I}^{\downarrow 32} - \hat{I}^{\uparrow 13} - \hat{I}^{\downarrow 23}, \quad -e\frac{dn_2}{dt} = \hat{I}^{\uparrow 21} + \hat{I}^{\downarrow 23} - \hat{I}^{\uparrow 12} - \hat{I}^{\downarrow 32}, \quad -e\frac{dn_1}{dt} = -\hat{I}^{\uparrow 21} + \hat{I}^{\uparrow 13} + \hat{I}^{\uparrow 12} - \hat{I}^{\downarrow 31}. \tag{2}$$

Выберем систему физических единиц с $e = 1$, $\hbar = 1$. Стрелки \uparrow (\downarrow) указывают на спиновую поляризацию электрона, а индексы m и n – номера электронных уровней. Так, $\hat{I}^{\uparrow mn}$ – оператор тока электронов с ориентацией спина вверх соответствует переходу уровня n на m . Учтя схему переходов, установим соотношения, связывающие операторы: $\hat{I}_{\uparrow}^{\uparrow} = \hat{I}^{\downarrow 32}$, $\hat{I}_{\uparrow}^{\downarrow} = \hat{I}^{\uparrow 31}$, $\hat{I}_{\downarrow}^{\uparrow} = \hat{I}^{\uparrow 23}$, $\hat{I}_{\downarrow}^{\downarrow} = \hat{I}^{\uparrow 13}$, где индексы \uparrow (\downarrow) – переход электрона из левого проводника в точку (из точки в правый проводник).

На основе эволюционных уравнений (1) и определения (2) запишем операторы полного тока системы, ток \hat{I}_0 (без учета вклада в туннельный ток переходов между уровнями 1 и 2) и ток \hat{I}_1 (с учетом вклада):

$$\hat{I}_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -W_{31} & 0 & 0 \\ 0 & -W_{32} & 0 \\ 0 & 0 & -(W_{13} + W_{23}) \end{pmatrix}, \quad \hat{I}_1 = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -2W_{31} - W_{21} & -\Delta_{\perp}/4i & 0 \\ \Delta_{\perp}/4i & -2W_{32} - W_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -2(W_{13} + W_{23}) \end{pmatrix}.$$

В простейшем случае $W_{31} = W_{13} = W_{23} = W_{32} = W$ из (1) найдем стационарную матрицу плотности: $\rho_{12} = -\rho_{21} = 4i(W_{21} - W_{12})/(3\Delta_{\perp})$, $\rho_{11} = \rho_{22} = \rho_{33} = 1/3$, $\rho_{31} = \rho_{13} = \rho_{23} = \rho_{32} = 0$. Теперь по формуле $\langle \hat{I} \rangle_{\infty} \equiv Sp(\hat{\rho}\hat{I})$ можно вычислить средние значения стационарных токов:

$$\langle \hat{I}_0 \rangle = 4W/3, \quad \langle \hat{I}_1 \rangle = (6W - W_{21} + 3W_{12})/3.$$

Так как $W_{12}, W_{21} < W$, учет вклада в туннельный ток переходов между уровнями 1 и 2 приводит к увеличению тока.

3. Учет влияния измерения туннельного тока на динамику квантовой точки

Известно, что измерение, проводимое над квантовой системой, влияет на ее динамику. Существуют различные способы учета этого влияния. Один из наиболее простых – это добавление к уравнениям эволюции дополнительного слагаемого в форме Линдблада [3].

При измерении туннельного тока, протекающего через точку, линдбладовское слагаемое $\gamma[\hat{I}, [\hat{I}, \hat{\rho}]]$, где γ – параметр, характеризующий частоту и силу воздействия на систему при детектировании. Имея начальное выражение для оператора измеряемого тока, можем записать



слагаемое линдбладовского типа и добавить его к исходной системе уравнений (1) с целью последующего уточнения вида операторов тока.

Как и в предыдущем случае, имеется несколько допустимых вариантов выбора \hat{I}^{21} и \hat{I}^{12} . Выберем для дальнейшего рассмотрения два варианта разделения этих операторов:

$$\hat{I}_{21(j)} = \begin{pmatrix} -W_{21} + \gamma' \Delta_{\perp}^2 / 8 & A_j & 0 \\ -A_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{I}_{12(j)} = \begin{pmatrix} 0 & -B_j & 0 \\ B_j & -W_{12} + \gamma' \Delta_{\perp}^2 / 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_1 = B_1 = \Delta_{\perp} (1 + \gamma' [2W_{31} + W_{21} - 2W_{32} - W_{12}]) / 8i, \quad j = 1, 2, \quad \gamma' = \gamma / 64,$$

$$B_2 = -\Delta_{\perp} \gamma' [2W_{32} + W_{12}] / 4i, \quad A_2 = \Delta_{\perp} (1 + \gamma' [2W_{31} + W_{21}]) / 4i.$$

В соответствии с этим выбором операторы полных токов

$$\hat{I}_j = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -2W_{31} - W_{21} + \gamma' \Delta_{\perp}^2 / 8 & D_j & 0 \\ -D_j & -2W_{32} - W_{12} + \gamma' \Delta_{\perp}^2 / 8 & 0 \\ 0 & 0 & -2W_{13} - 2W_{23} \end{pmatrix}, \quad D_1 = 0, \quad D_2 = 2A_1.$$

Запишем теперь стационарную матрицу плотности с учетом линдбладовского слагаемого:

$$\rho_{11} = W / K, \quad \rho_{22} = 2 / 3 - W / K, \quad \rho_{33} = 1 / 3, \quad \rho_{21} = 0, \quad \rho_{31} = c_1,$$

$$\rho_{23} = -\gamma' \frac{\Delta_{\perp}}{4i} \frac{4W - W_{12} - W_{21}}{i \Delta_{23} - V_{32} + \Delta_{\perp}^2 \gamma' / 16 + \gamma' (2W - W_{12})^2} c_1, \quad K = W_{21} + 2W - \gamma' \Delta_{\perp}^2 / 8.$$

Средние значения измеряемого тока, вычисленные с этой матрицей, не зависят от выбора вида операторов тока \hat{I}_{21} и \hat{I}_{12} :

$$\langle \hat{I} \rangle = \langle \hat{I}_1 \rangle = \langle \hat{I}_2 \rangle = 2K / 3 - 4W / 3 + (K - W + W_{12})^{-1} (2K / 3 - W) (W_{21} - W_{12} - 2K).$$

График зависимости среднего значения измеряемого туннельного тока $\langle \hat{I} \rangle$, протекающего через точку, от параметра γ' , характеризующего частоту и силу воздействия на систему при детектировании тока, представлен на рисунке. Значения параметров выбраны в соответствии с оценками, приведенными в работе [1]:

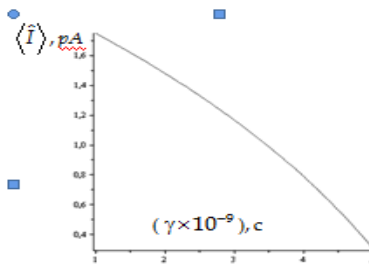


Рис. Зависимость среднего значения туннельного тока $\langle \hat{I} \rangle$ от параметра γ'

$$W_{21} = 10^4 \text{ c}^{-1}, \quad W_{12} = 10^6 \text{ c}^{-1},$$

$$W = 10^7 \text{ c}^{-1}, \quad \Delta_{\perp} = 3 \times 10^8 \text{ c}^{-1}.$$

Из графика видно, что на выбранном интервале значений γ' ток уменьшается в 10 раз.

Полученные результаты иллюстрируют квантовый эффект Зенона — уменьшение величины туннельного тока при увеличении частоты и интенсивности его измерения.



Заключение

В работе для расчета туннельного тока, протекающего через квантовую точку, помещенную в статическое и переменное магнитные поля, использован метод операторов тока. Метод реализован на основе уравнений эволюции, записанных в матричной форме, что позволило в свою очередь получить в матричной форме явные выражения операторов туннельных токов. С целью уточнения вида операторов тока предложена процедура последовательных итераций. Выполнены расчеты среднего значения туннельного тока в стационарном состоянии. На основе результатов расчета проиллюстрирован квантовый эффект Зенона – уменьшение величины туннельного тока при увеличении частоты и интенсивности его измерения.

Список литературы

1. Engel H. A., Loss D. Single spin dynamics and decoherence in a quantum dot via charge transport // arXiv:cond-mat/109470v1. 2001.
2. Prachar J., Novotny T. Diploma thesis. Charles University in Prague, Faculty of Mathematics and Physics. 2008.
3. Lindblad G. On the generators of quantum dynamical semigroups // Commun. math. Phys. 1976. 48.

Об авторах

Алексей Иванович Иванов – д-р физ.-мат. наук, профессор, РГУ им. И. Канга, e-mail: AIvanov@kantiana.ru.

Анастасия Алексеевна Лебедкина – студ., РГУ им. И. Канга, e-mail: malinrose@mail.ru.

Authors

Professor Aleksey Ivanov – hrsd of department, IKSUR, e-mail: AIvanov@ kantiana.ru.

Anastasiya Lebedkina – student, IKSUR, e-mail: malinrose@mail.ru.