

параллельный перенос в линейной комбинации связности  $\Gamma$  осуществить можно, а при  $n \geq 2m$  - нельзя.

В рассмотренном примере система уравнений (6) принимает вид:

$$\Gamma_{ij} - \lambda_{\kappa} \Gamma_{ij}^{\kappa} = \lambda_{ij}, \quad \Gamma_{a\epsilon} - \lambda_{\epsilon} \Gamma_{ai}^{\epsilon} + \lambda_a^j \Gamma_{ji} = \lambda_{ai},$$

$$\Gamma_{aj}^i + \lambda_a^{\kappa} \Gamma_{\kappa j}^i - \lambda_{\epsilon}^i \Gamma_{aj}^{\epsilon} = \lambda_{aj}^i,$$

что соответствует случаю в) - бесконечного множества связностей  $\Gamma$ , в которых поле пар плоскостей  $(P_{n-m-1}, P_{m-1})$  абсолютно параллельно. Из этого множества можно выделить одну связность следующим образом. Пользуясь охватами компонент  $\Gamma_{jk}^i, \Gamma_{\epsilon i}^a$  из работы [3, с.141], выразим остальные компоненты:

$$\Gamma_{ij} = \lambda_{ij} + \lambda_{\kappa} \lambda_a^{\kappa} \Lambda_{ij}^a - 2 \lambda_i \lambda_j,$$

$$\Gamma_{aj}^i = \lambda_{aj}^i + \lambda_a^{\kappa} (\delta_j^i \lambda_{\kappa} - 2 \lambda_{\epsilon}^i \Lambda_{jk}^{\epsilon}),$$

$$\Gamma_{ai} = \lambda_{ai} - \lambda_a \lambda_i + \lambda_a^j (2 \lambda_i \lambda_j - \lambda_{ji}) - \lambda_a^j \Lambda_{ij}^{\epsilon} (\lambda_{\epsilon} + \lambda_{\kappa} \lambda_{\epsilon}^{\kappa}).$$

Эти формулы дают другое доказательство леммы 1 в [3].

#### Библиографический список

1. Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Проблемы геометрии / ВИНТИ АН СССР. М., 1979. Т. 9. С. 5-247.

2. М а л а х о в с к и й В.С. Дифференциальная геометрия многообразий фигур и пар фигур в однородном пространстве // Тр. геометр. семинара / ВИНТИ АН СССР. М., 1969. Т. 2. С. 179-206.

3. Ш е в ч е н к о Ю.И. Об оснащении многомерной поверхности проективного пространства // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Сб. науч. тр. Калинингр. ун-та. Калининград, 1977. Вып. 8. С. 135-150.

4. Ш е в ч е н к о Ю.И. Геометрическая характеристика некоторых индуцированных связностей поверхности // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1981. Вып. 12. С. 126-130.

5. Kolář J. On the absolute differentiation of geometric object fields: Ann. pol. math., 1973. V. 27, № 3. P. 293-304.

#### ВВЕДЕНИЕ ПРОЕКТИВНЫХ СВЯЗНОСТЕЙ В ПОДРАССЛОЕНИЯХ $M(\Lambda)$ -РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Н.М.Ш е й д о р о в а

(Калининградский университет)

В работе исследованы возможности введения связностей в многообразии  $P^{\circ}$ -структуры, ассоциированном с двухсоставным распределением  $M(\Lambda)$  проективного пространства  $P_n$  [3]. Распределение  $\tau$ -мерных линейных элементов  $\Lambda$  можно трактовать как  $\Lambda$ -подрасслоение в многообразии  $P^{\circ}$ -структуры.  $M$ -расслоение, в каждом слое которого задана плоскость  $\Lambda \subset M$ , будем называть  $M(\Lambda)$ -подрасслоением в многообразии  $P^{\circ}$ -структуры, или многообразием  $P^{\circ}(M(\Lambda))$ . Используется следующая схема индексов:

$$\bar{j}, \bar{j}, \bar{x}, \bar{l} = \bar{0}, \bar{n}; \quad \bar{j}, \bar{j}, \bar{k}, \bar{l} = \bar{1}, \bar{n}; \quad \bar{p}, \bar{q}, \bar{s} = \bar{0}, \bar{\tau}; \quad \bar{p}, \bar{q}, \bar{s}, \bar{t} = \bar{1}, \bar{\tau}; \quad \bar{u}, \bar{v} = \bar{z}, \bar{n}, \bar{l}.$$

Оператор  $\nabla$  определим формулой, введенной в работе [1].

1. Согласно теореме Картана-Лаптева, формы  $\omega_{\bar{j}}^{\bar{x}}$  в слоях многообразия  $P^{\circ}(M(\Lambda))$  тогда и только тогда будут определять проективную связность, когда они будут удовлетворять следующим структурным уравнениям [1]:

$$D\omega_{\bar{j}}^{\bar{x}} = \omega_{\bar{j}}^{\bar{j}} \wedge \omega_{\bar{j}}^{\bar{x}} + R_{\bar{j}\bar{j}\bar{l}}^{\bar{x}} \omega_{\bar{j}}^{\bar{j}} \wedge \omega_{\bar{l}}^{\bar{x}} \quad (1)$$

Будем считать, что реперы адаптированы  $\Lambda$ -подрасслоению. Формы  $\omega_{\bar{p}}^{\bar{q}}$  не удовлетворяют уравнениям вида (1), но если ввести формы

$$\hat{\omega}_{\bar{p}}^{\bar{q}} = \omega_{\bar{p}}^{\bar{q}} - \gamma_{\bar{p}\bar{k}}^{\bar{q}} \omega_{\bar{k}}^{\bar{x}} \quad (2)$$

и потребовать, чтобы функции  $\gamma_{\bar{p}\bar{k}}^{\bar{q}}$  удовлетворяли уравнениям

$$\nabla \gamma_{\bar{p}\bar{k}}^{\bar{q}} + \Lambda_{\bar{p}\bar{k}}^{\bar{u}} \omega_{\bar{u}}^{\bar{q}} - \gamma_{\bar{p}\bar{k}}^{\bar{s}} \gamma_{\bar{s}\bar{j}}^{\bar{q}} \omega_{\bar{j}}^{\bar{x}} = \gamma_{\bar{p}\bar{k}\bar{j}}^{\bar{q}} \omega_{\bar{j}}^{\bar{x}}, \quad (3)$$

где  $\Lambda_{\bar{o}\bar{k}}^{\bar{u}} = \delta_{\bar{k}}^{\bar{u}}$ ;  $\Lambda_{\bar{p}\bar{k}}^{\bar{u}}$  - компоненты фундаментального объекта [3]  $\Lambda$ -распределения, т.е. задать поле объекта  $\gamma = \{\gamma_{\bar{p}\bar{k}}^{\bar{q}}, \Lambda_{\bar{p}\bar{k}}^{\bar{u}}\}$ , то формы (2) будут удовлетворять уравнениям вида (1) и, следовательно, определять в слоях  $\Lambda$ -расслоения проективную связность  $\gamma$ .



2. Рассмотрим систему величин:

$$G_u^p = -(\hat{\ell}_q \hat{\Lambda}_s^p \hat{\ell}_u^{qs} + \hat{t}_u^p), \quad (4)$$

где  $\hat{\Lambda}_s^p$  — тензор, обратный тензору  $\Lambda_p^q = \hat{\ell}_u^{qs} B_{sp}^u$ , причем  $B_{sp}^u$  — главный,  $\hat{\ell}_u^{qs}$  — главный обращенный фундаментальные тензоры первого порядка  $\Lambda$  — распределения;  $\hat{\ell}_u^{qs}$  вводится при условии  $n-\tau < \frac{\tau(\tau+1)}{2}$ ;  $\hat{t}_u^p = \Lambda_{su}^v \hat{\ell}_v^{sq} \hat{\Lambda}_q^p$ ;  $\hat{\ell}_p^q$  — тензор, обратный тензору  $\hat{\ell}_p^q = (n-\tau) \delta_p^q - \hat{\Lambda}_s^t \hat{\ell}_u^{sq} B_{pt}^u$ ;  $\hat{\ell}_p = -\hat{\ell}_p^q (\Lambda_{qu}^u - \Lambda_{qs}^u \hat{t}_u^s)$ . (5) Системы величин  $G_u^p$  (4) и  $\hat{\ell}_p$  (5) удовлетворяют уравнениям:

$$\nabla G_u^p = -\omega_u^p + G_{ux}^p \omega_x^u,$$

$$\nabla \hat{\ell}_p = -\theta_p + \hat{\ell}_{pk} \omega_k^x,$$

где формы  $\theta$  имеют строение [4]. Объекты  $G_u^p$  и  $\hat{\ell}_p$  определяют соответственно нормали первого и второго рода  $\Lambda$  — распределения.

Введем величины

$$G_u = -\frac{1}{\tau} (G_{ur}^r - G_v^r G_u^s \Lambda_{qr}^v), \quad (6)$$

$$\hat{g}_q = -\frac{1}{n-\tau} (\Lambda_{qu}^u + \Lambda_{qr}^u G_u^r). \quad (7)$$

3. Используя объект  $\{G_u^r, G_u\}$ , определяющий оснащение по Картану  $\Lambda$  — распределения, и тензор  $\Lambda_p^q$ , можно ввести объект проективной связности, компоненты которого определены следующими формулами охвата:

$$\hat{\gamma}_{op}^q = \Lambda_p^q; \quad \hat{\gamma}_{ou}^q = G_u^q - \Lambda_s^q G_u^s; \quad \hat{\gamma}_{op}^o = \Lambda_p^q \hat{g}_q; \quad \hat{\gamma}_{ou}^o = G_u - \hat{\gamma}_{op}^o G_u^p;$$

$$\hat{\gamma}_{rq}^s = \Lambda_{rq}^u G_u^s - \Lambda_q^s \hat{g}_r; \quad \hat{\gamma}_{rq}^o = \Lambda_{rq}^u G_u - \Lambda_q^s \hat{g}_r \hat{g}_s; \quad (8)$$

$$\hat{\gamma}_{ru}^q = \Lambda_{ru}^v G_v^q + (G_v^q \Lambda_{rs}^v - \hat{\gamma}_{rs}^q) G_u^s; \quad \hat{\gamma}_{ru}^o = \Lambda_{ru}^v (G_v - G_v^s \hat{g}_s) + \hat{\gamma}_{ru}^s \hat{g}_s$$

Объект проективной связности  $\hat{\gamma} = \{\hat{\gamma}_{pk}^q, \Lambda_{pk}^u\}$  внутренне присоединенный к  $\Lambda$  — распределению, охвачен фундаментальным объектом  $\Lambda$  — распределения второго порядка.

Связность  $\hat{\gamma}$  является перспективной связностью [2].

Если деформировать связность  $\hat{\gamma}$  при помощи тензора деформации  $T_{pk}^q$

$$\hat{\gamma}_{pk}^q = \hat{\gamma}_{pk}^q - T_{pk}^q, \quad (9)$$

компоненты которого имеет строение

$$\begin{aligned} T_{op}^q &= \Lambda_p^q; \quad T_{ou}^q = -\Lambda_s^q G_u^s; \quad T_{op}^o = \Lambda_p^s \hat{g}_s; \\ T_{rq}^s &= -\Lambda_q^s \hat{g}_r; \quad T_{rq}^o = -\Lambda_q^s \hat{g}_s \hat{g}_r; \quad T_{ou}^o = -\Lambda_p^q \hat{g}_q G_u^p; \\ T_{ru}^q &= \Lambda_s^q G_u^s \hat{g}_r; \quad T_{ru}^o = \Lambda_s^q G_u^s \hat{g}_q \hat{g}_r, \end{aligned} \quad (10)$$

то получим в  $\Lambda$  — подрасслоении новую проективную связность  $\hat{\gamma}$ , аналогичную связности [1], полученную проектированием при помощи оснащающей по Картану плоскости.

4. Связность в  $\Lambda$  — подрасслоении можно вводить исходя из того, что  $\Lambda$  — подрасслоение является базисным для  $M(\Lambda)$  — подрасслоения, а также для  $\mathcal{H}(M(\Lambda))$  — подрасслоения [4].

#### Библиографический список

1. Лаптев Г.Ф., Остиану Н.М. Распределения  $m$ -мерных линейных элементов в пространстве проективной связности. I // Тр. геом. семинара / ВИНТИ М., 1971. Т.3. С.49-94.

2. Лумисте Ю.Г. Теория связностей в расслоенных пространствах // Итоги науки и техники: Алгебра, топология, геометрия. 1969 / ВИНТИ. М., 1971. С.123-168.

3. Шейдорова Н.М. Задание двухсоставных распределений  $\mathcal{H}_m^r \subset P_n$  // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1985. Вып.16. С.110-112.

4. Шейдорова Н.М. Поле гиперплоскостей, ассоциированное с  $M(\Lambda)$  — распределением проективного пространства // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1986. Вып.17. С.103-105.