УДК 574.76

В. С. Малаховский
Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград
nikolaymal@mail.ru

О закономерностях в строении некоторых подмножеств простых чисел

В дополнении к статье [1] даны примеры закономерностей в строении некоторых подмножеств простых чисел.

Ключевые слова: простое число, подмножество, закономерность.

Теорема 1. *Пусть* $x, y, z \in \{3,5,7\}$ *и попарно различны. Числа подмножества*

$$xy + z \cdot 2^n \quad (n = \overline{1,5}) \tag{1}$$

— простые (без пропуска).

Доказательство.

$3 \cdot 5 + 7 \cdot 2 = 29;$ $3 \cdot 5 + 7 \cdot 4 = 43;$ $3 \cdot 5 + 7 \cdot 8 = 71;$

$3 \cdot 5 + 7 \cdot 16 = 127;$ $3 \cdot 5 + 7 \cdot 32 = 239;$ $3 \cdot 7 + 5 \cdot 2 = 31;$

$3 \cdot 7 + 5 \cdot 4 = 41;$ $3 \cdot 7 + 5 \cdot 8 = 61;$ $3 \cdot 7 + 5 \cdot 16 = 101;$

$3 \cdot 7 + 5 \cdot 32 = 181;$ $5 \cdot 7 + 3 \cdot 2 = 41;$ $5 \cdot 7 + 3 \cdot 4 = 47;$

$5 \cdot 7 + 3 \cdot 8 = 59;$ $5 \cdot 7 + 3 \cdot 16 = 83;$ $5 \cdot 7 + 3 \cdot 32 = 131.$

Что и требовалось доказать.

Теорема 2. *Пусть* $x, y \in \{3,5\}$ *и попарно различны. Числа подмножества*

$$x + y \cdot 2^n \quad (n = \overline{1,5}) \tag{2}$$

— простые (без пропуска).

Доказательство.

$$3+5\cdot 2=13;\ 3+5\cdot 4=23;\ 3+5\cdot 8=43;\ 3+5\cdot 16=83;$$
$$3+5\cdot 32=163;\ 5+3\cdot 2=11;\ 5+3\cdot 4=17;\ 5+3\cdot 8=29;$$
$$5+3\cdot 16=53;\ 5+3\cdot 32=101.$$

Что и требовалось доказать.

Теорема 3. *Множество чисел*

$$\{5+6n\}\wedge\{7+6m\}, \tag{3}$$

где $n=\overline{0,18}$; $m=\overline{0,17}$ *и*

$$n\notin\{5k,12\},\ m\notin\{3,7,8,13,14\}\ \ (k=\overline{1,18}), \tag{4}$$

определяют все простые числа подмножества

$$5\le p\le 113. \tag{5}$$

Доказательство.

$$5;\ 5+6\cdot 1=11;\ 5+6\cdot 2=17;\ 5+6\cdot 3=23;\ 5+6\cdot 4=29;$$
$$5+6\cdot 6=41;\ 5+6\cdot 7=47;\ 5+6\cdot 8=53;\ 5+6\cdot 9=59;$$
$$5+6\cdot 11=71;\ 5+6\cdot 13=83;\ 5+6\cdot 14=89;\ 5+6\cdot 16=101;$$
$$5+6\cdot 17=107;\ 5+6\cdot 18=113.$$

$$7;\ 7+6\cdot 1=13;\ 7+6\cdot 2=19;\ \ 7+6\cdot 4=31;\ 7+6\cdot 6=43;$$
$$7+6\cdot 9=61;\ 7+6\cdot 10=67;\ 7+6\cdot 11=73;\ 7+6\cdot 12=79;$$
$$7+6\cdot 15=97;\ 7+6\cdot 16=103;\ 7+6\cdot 17=109.$$

Возникает подмножество всех простых чисел p, удовлетворяющих неравенствам (5):

$$\{5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,$$
$$67,71,73,79,83,89,97,101,103,107,109,113\}$$

Что и требовалось доказать.

Четыре первых простых числа 2, 3, 5, 7, как показано в [1] (см.: формулы (1.1)), определяют (без пропуска!) подмножество простых чисел, а присоединяя к двум из чисел {3, 5, 7} простые числа 11, 23, 37, 79, получаем новые подмножества простых чисел. Действительно, числа

$$3\cdot 5+7\cdot 2^n \ (n=\overline{1,7}),\ 3\cdot 5+11\cdot 2^n \ (n=\overline{1,7}),$$
$$3\cdot 5+23\cdot 2^n \ (n=\overline{1,5}), 3\cdot 5+37\cdot 2^n \ (n=\overline{1,4}),$$
$$3\cdot 5+79\cdot 2^n \ (n=\overline{1,5}), 5\cdot 7+3\cdot 2^n \ (n=\overline{1,7}),$$
$$3\cdot 11+5\cdot 2^n \ (n=\overline{1,7}), 3\cdot 11+7\cdot 2^n \ (n=\overline{1,3}),$$
$$5\cdot 11+3\cdot 2^n \ (n=\overline{1,5}), 3\cdot 5+\cdot 2^n \ (n=\overline{1,6}), 11+2^{2n-1} \ (n=\overline{1,4})$$

являются простыми.

Список литературы

1. *Малаховский В. С.* Удивительные свойства некоторых подмножеств простых чисел и их особая роль во множестве натуральных чисел. // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2016. Вып. 47. С. 89—97.

V. Malakhovsky

About regularities in construction of some subsets of prime numbers

In addition to article [1] examples of regularities in construction of some subsets of prime numbers are given.

Key words: prime number, subset, subclass.