

Н. Л. Великанов, В. А. Наумов, С. И. Корягин**ТЕЧЕНИЕ ГАЗА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ
ПРИ ДОЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ**

96

Рассмотрено стационарное течение совершенного газа в вертикальном канале. Температура стенки канала задана. Для определенности расчеты выполнены для азота. Течение полагается высокоскоростным, дозвуковым и расчетным, то есть давление газа на выходе равно давлению среды (противодавлению). Силами тяжести можно пренебречь.

Для решения краевой задачи численным методом использованы стандартные процедуры, в частности в среде Mathcad.

По экспериментальным данным методом наименьших квадратов была найдена эмпирические зависимости теплоемкости азота от температуры. Третий порядок многочлена аппроксимации дает среднее отклонение от опытных данных менее 0,5%. Установлено, что с увеличением температуры стенки канала растет необходимое давление на входе в фурму и скорость на выходе. Последнее важно в технологическом процессе для увеличения влияния продувки.

Разработанный метод позволяет решать в среде Mathcad краевую задачу газодинамики совершенного газа в канале с теплоподводом. Учтена зависимость вязкости и теплоемкости газа от температуры.

The article gives the account of steady flow of a perfect gas in a vertical channel having some other parameters set. The flow is supposed to be high-speed, subsonic and design, that is the gas pressure at the outlet equal to the pressure (back pressure), while the forces of gravity can be neglected.

The boundary value problem is solved with the standard numerical method, the Mathcad in particular.

The least squares method was used to find the empirical dependence of the heat nitrogen on the temperature. Third order polynomial approximation gives the average deviation from experimental data of less than 0.5%. The paper also shows that with increase of the wall temperature of channel increases the required pressure at the inlet of the lance and the speed of the output. The latter fact is important in the process to increase the influence of the purge.

The developed method allows applying the Mathcad to solve the boundary problem of gas dynamics of a perfect gas in the channel with heat supply. The authors also show the dependence of the viscosity and heat capacity on the gas temperature.

Ключевые слова: динамика, совершенный газ, температуры стенки канала.

Keywords: dynamics, perfect gas, temperature of channel wall.

В металлургии широко используются технологии, предусматривающие обработку металлов инертными газами и порошками в ковшах и конвертерах [1–11]. При этом газ подается в донную часть с помощью



длинной тонкой цилиндрической трубы (фурмы) [1]. В разработанных методах приближенного аналитического решения все характеристики газа считались постоянными. Были разработаны специальные газодинамические функции, позволявшие оценивать адиабатные течения сжимаемого газа в трубе (см.: [2]). В дальнейшем, несмотря на развитие методов вычислительной газодинамики, решения пространственных задач, теория продувки и научные основы конструирования заглубленных под металл фурм базируются на одномерном (гидравлическом) подходе [3–5]. В данной статье показана возможность усовершенствования метода гидравлического расчета течения газа в цилиндрическом канале при дозвуковой скорости.

Рассмотрим стационарное течение совершенного газа в вертикальном канале длиной L , диаметром D ($L \gg D$). Температура стенки канала T_w задана. Аргон в большинстве случаев применяется в металлургии как инертный газ, но при производстве сталей простых марок аргон заменяют дешевыми газами (азотом или даже паром) [6]. Далее для определенности расчеты выполнены для азота. Течение полагается высокоскоростным, дозвуковым и расчетным, то есть давление газа на выходе равно давлению среды (противодавлению). Силами тяжести можно пренебречь.

Исходные уравнения движения сжимаемого газа в одномерном приближении приведены, например, в [7]. Уравнение сохранения массового расхода газа G_1 с учетом постоянства площади поперечного сечения трубы S :

$$G_1 = \rho W S = \text{const}, \quad G = \frac{G_1}{S} = \rho W = \text{const},$$

где ρ , W – средние по сечению плотность и скорость газа соответственно; $S = \frac{\pi D^2}{4}$; D – диаметр трубы.

Уравнение состояния совершенного газа (с учетом $T < 1000$ К):

$$P = \rho R T,$$

где R – газовая постоянная, равная универсальной газовой постоянной, деленной на молекулярную массу; T – термодинамическая температура газа (средняя по сечению трубы); P – давление. Координата X направлена по оси трубы в направлении течения.

Уравнение движения (количества движения):

$$\rho W \frac{dW}{dX} = - \frac{dP}{dX} - \zeta \rho \frac{W^2}{2D}, \quad (1)$$

где ζ – коэффициент гидравлических потерь на трение. Так как длина трубы L достаточно велика ($L/D \gg 100$), можно не учитывать эффект начального участка трубы и рассчитывать коэффициент гидравлических потерь на трение по формуле Блазиуса [7]:

$$\zeta = 0,3164 \text{Re}^{-0,25}.$$



Уравнение теплообмена (для внутренней энергии):

$$\rho C_V W \frac{dT}{dX} = -P \frac{dW}{dX} + \zeta \rho \frac{W^2}{2D} W + Q_W, \quad (2)$$

где C_V – теплоемкость газа при постоянном объеме.

Тепловой поток через стенки трубы рассчитывается по формуле [8]

$$Q_W = \frac{4St}{D} \rho C_p W (T_W - T),$$

где C_p – теплоемкость газа при постоянном давлении. Число Стэнтона в трубах при числах Маха $M < 0,8$ можно найти по формуле А. А. Гухмана [8]:

$$St = 0,0167(\text{Re Pr})^{-0,18} \frac{T_M}{T_W},$$

где T_W – термодинамическая температура стенки трубы; T_M – средняя по сечению трубы температура торможения [2]:

$$T_M = T + 0,5 \frac{W^2}{C_p}.$$

Для решения системы дифференциальных уравнений (1)–(2) необходимо задать граничные условия. В прикладных задачах, как правило, известен расход газа, давление на выходе из трубы (противодавление) P_K , температура газа на входе W_0 . Скорости на входе и на выходе неизвестны. В связи с этим разрабатывают специальные методы решения таких задач (см.: [3; 4]). В данной статье получим дифференциальное уравнение для давления, что позволит непосредственно использовать заданные граничные условия.

С учетом $\rho = \frac{P}{RT}$ выразим скорость через температуру и давление:

$$W = \frac{G}{\rho} = \frac{GRT}{P}. \quad (3)$$

Найдем производную по координате выражения (3):

$$\frac{dW}{dX} = \frac{GR}{P} \frac{dT}{dX} - \frac{GRT}{P^2} \frac{dP}{dX}.$$

Подставим это выражение в уравнения (1) и (2):

$$\frac{G^2 R}{P} \frac{dT}{dX} + \left(1 - \frac{G^2 RT}{P^2}\right) \frac{dP}{dX} = -\frac{G^2 RT}{P} \frac{\zeta}{2D}, \quad (4)$$

$$\rho C_V W \frac{dT}{dX} + P \left(\frac{GR}{P} \frac{dT}{dX} - \frac{GRT}{P^2} \frac{dP}{dX} \right) = \zeta \rho \frac{W^2}{2D} W + Q_W.$$

Заменим в последнем уравнении скорость по формуле (3):

$$(C_V + R) \frac{dT}{dX} - \frac{RT}{P} \frac{dP}{dX} = \left(\frac{GRT}{P} \right)^2 \frac{\zeta}{2D} + \frac{Q_W}{G}. \quad (5)$$



Учтем, что $C_V + R = C_P$. Считая (4), (5) системой уравнений, выразим производные по координате от давления и температуры:

$$\frac{G^2 R}{P} \frac{dT}{dX} + \left(1 - \frac{G^2 RT}{P^2}\right) \frac{dP}{dX} = -\frac{G^2 RT}{P} \frac{\zeta}{2D} \Big|_{C_P},$$

$$C_P \frac{dT}{dX} - \frac{RT}{P} \frac{dP}{dX} = \left(\frac{GRT}{P}\right)^2 \frac{\zeta}{2D} + \frac{Q_W}{G} \Big|_{\frac{G^2 R}{P}},$$

$$\left[C_P \left(1 - \frac{G^2 RT}{P^2}\right) + \left(\frac{GR}{P}\right)^2 T \right] \frac{dP}{dX} = -\frac{\zeta}{2D} \frac{G^2 RT}{P} \left[C_P + \left(\frac{GR}{P}\right)^2 T \right] - Q_W \frac{GR}{P}, \quad (6)$$

$$\frac{G^2 R}{P} \frac{dT}{dX} + \left(1 - \frac{G^2 RT}{P^2}\right) \frac{dP}{dX} = -\frac{G^2 RT}{P} \frac{\zeta}{2D} \Big|_{\frac{RT}{P}},$$

$$C_P \frac{dT}{dX} - \frac{RT}{P} \frac{dP}{dX} = \left(\frac{GRT}{P}\right)^2 \frac{\zeta}{2D} + \frac{Q_W}{G} \left(1 - \frac{G^2 RT}{P^2}\right),$$

$$\left[C_P \left(1 - \frac{G^2 RT}{P^2}\right) + \left(\frac{GR}{P}\right)^2 T \right] \frac{dT}{dX} = -\left(\frac{GRT}{P}\right)^2 \frac{G^2 RT}{P^2} \frac{\zeta}{2D} + \frac{Q_W}{G} \left(1 - \frac{G^2 RT}{P^2}\right). \quad (7)$$

Граничные условия:

$$T(0) = T_0, P(L) = P_k. \quad (8)$$

Для решения краевой задачи (6)–(8) численным методом могут быть использованы стандартные процедуры, в частности в среде Mathcad. При расчетах были приняты следующие параметры:

длина фурмы $L = 5$ м;

противодавление $P_k = 300$ кПа;

расход газа $G_1 = 0,06$ кг/с.

В расчетах [3–5] теплоемкость газа считалась постоянной. Хотя известно, что при высоких температурах влияние теплоемкости газа может привести к заметному изменению характеристик течения [9]. По экспериментальным данным [10] методом наименьших квадратов была найдена эмпирические зависимости теплоемкости азота от температуры. Третий порядок многочлена аппроксимации дает среднее отклонение от опытных данных менее 0,5 % (рис. 1):

$$\begin{aligned} C_P(T) &= b_{P0} + b_{P1}T + b_{P2}T^2 + b_{P3}T^3, \\ C_V(T) &= b_{V0} + b_{V1}T + b_{V2}T^2 + b_{V3}T^3. \end{aligned} \quad (16)$$

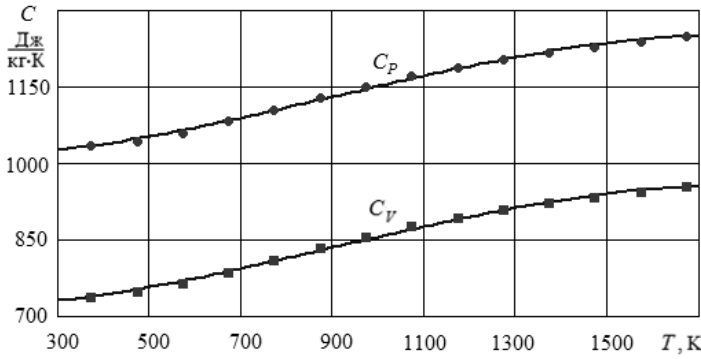


Рис. 1. Зависимость удельной теплоемкости азота от температуры. Точки – экспериментальные данные [10]; линии – расчет по формулам (8)

На рисунках 2–6 показаны результаты расчетов с использованием зависимостей (9) при различных температурах стенки. Видно, что с увеличением T_W растет необходимое давление на входе в фурму и скорость на выходе. Последнее важно в технологическом процессе для увеличения влияния продувки.

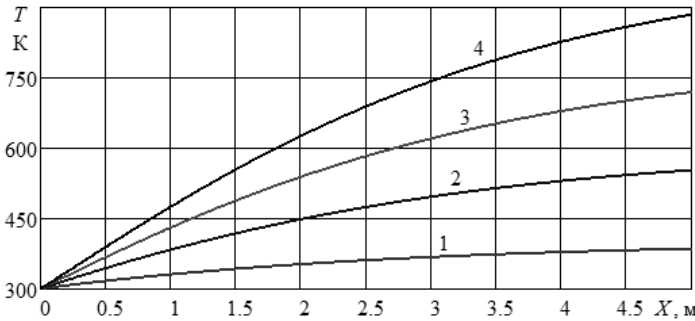


Рис. 2. Изменение температуры газа вдоль канала при $D = 20$ мм и различных температурах стенки: 1 – $T_W = 400$ К; 2 – $T_W = 600$ К; 3 – $T_W = 800$ К; 4 – $T_W = 1000$ К

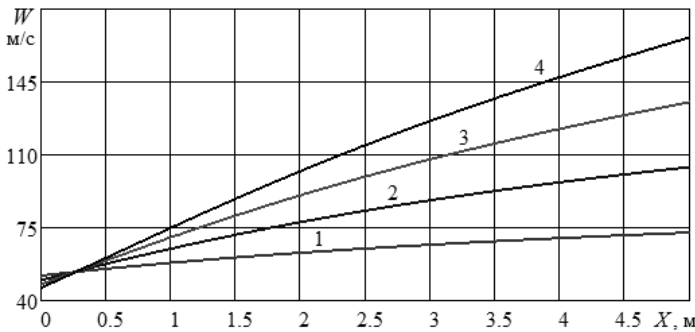


Рис. 3. Изменение скорости газа вдоль канала при различных температурах стенки: 1 – $T_W = 400$ К; 2 – $T_W = 600$ К; 3 – $T_W = 800$ К; 4 – $T_W = 1000$ К

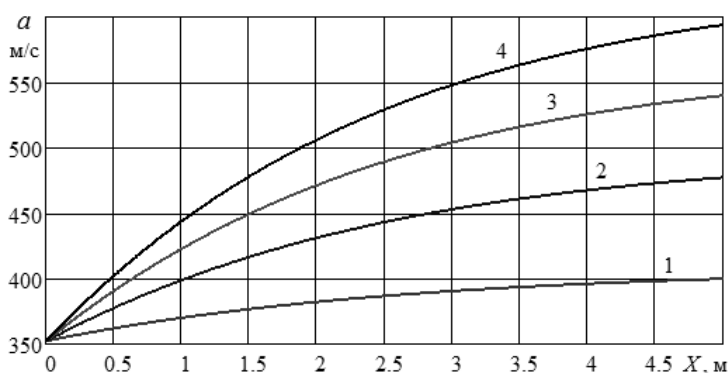


Рис. 4. Изменение скорости звука вдоль канала при различных температурах стенки: 1 – $T_W = 400$ К; 2 – $T_W = 600$ К; 3 – $T_W = 800$ К; 4 – $T_W = 1000$ К

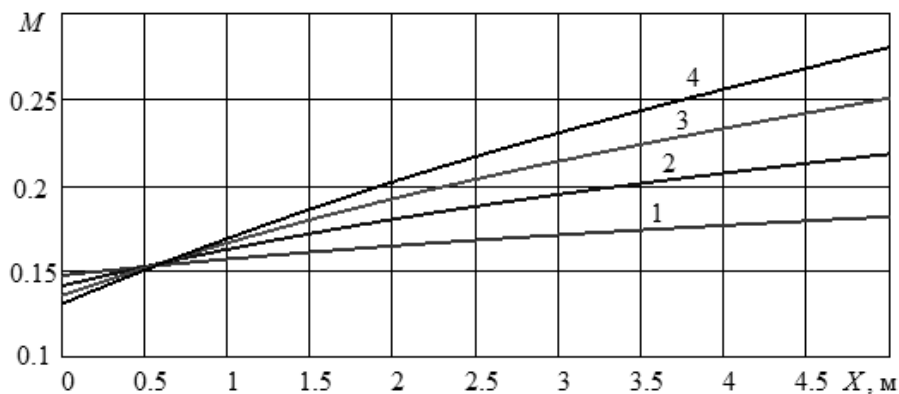


Рис. 5. Изменение чисел Маха вдоль канала при различных температурах стенки: 1 – $T_W = 400$ К; 2 – $T_W = 600$ К; 3 – $T_W = 800$ К; 4 – $T_W = 1000$ К

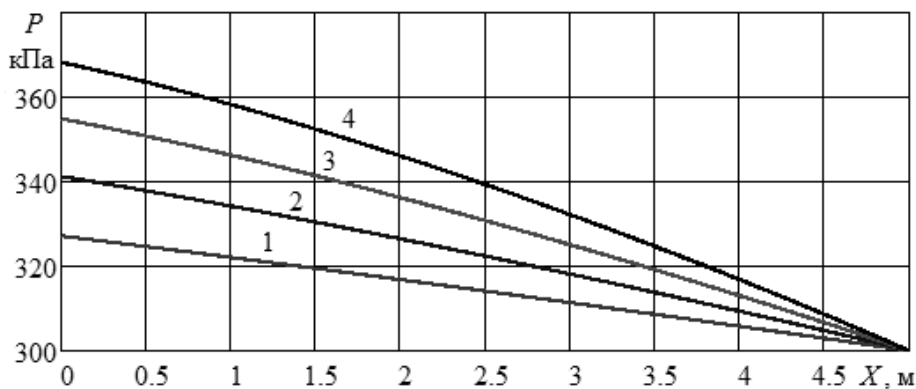


Рис. 6. Изменение давления вдоль канала при различных температурах стенки: 1 – $T_W = 400$ К; 2 – $T_W = 600$ К; 3 – $T_W = 800$ К; 4 – $T_W = 1000$ К

На рисунках 7–8 представлены результаты расчетов при различных диаметрах трубы.

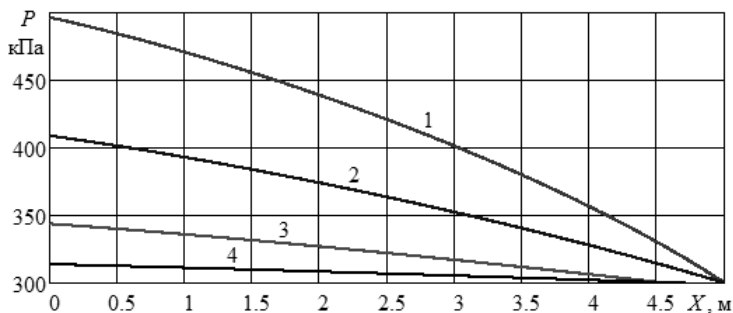


Рис. 7. Изменение давления вдоль канала при $T_W = 800$ К и различных диаметрах: 1 – $D = 15$ мм; 2 – $D = 17$ мм; 3 – $D = 20$ мм; 4 – $D = 25$ мм

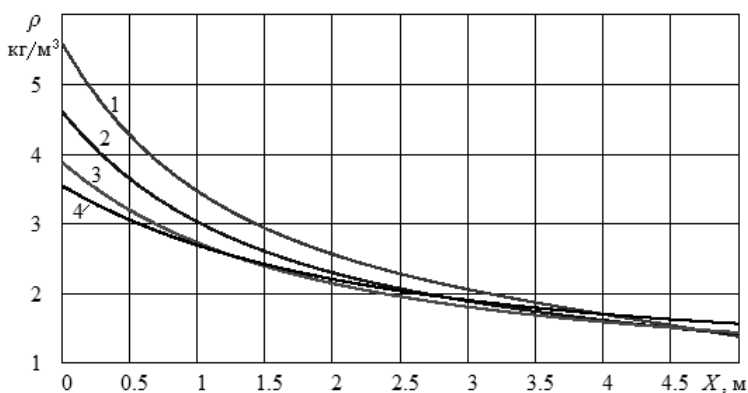


Рис. 8. Изменение плотности газа вдоль канала при различных диаметрах: 1 – $D = 15$ мм; 2 – $D = 17$ мм; 3 – $D = 20$ мм; 4 – $D = 25$ мм

Заключение

Таким образом, разработанный метод позволяет решать в среде Mathcad краевую задачу газодинамики совершенного газа в канале с теплоподводом. При этом была учтена зависимость вязкости и теплоемкости газа от температуры. Если считать их постоянными погрешность расчета в выходном сечении может достигать 20%.

Список литературы

1. Корнеев С. В. Применение инжекционных технологий в металлургическом производстве // *Литье и металлургия*. 2011. № 2. С. 152–159.
2. Абрамович Г. Н. *Прикладная газовая динамика* : учебник. М., 1976.
3. Кузнецов Ю. М., Горшков А. В., Добровольский Б. В. Численное исследование двухфазного течения в донной фурме конвертера // *Теплотехнические исследования процессов и агрегатов в черной металлургии*. М., 1986. С. 47–51.
4. Куземко Р. Д., Наумов В. А. Математическая модель течения в фурмах для глубинной продувки расплавов порошками и инертными газами // *Теплотехнические исследования процессов и агрегатов в черной металлургии*. М., 1991. С. 103–125.



5. Харлашин П. С., Мохаммед А. К., Харин А. К., Куземко Р. Д. Влияние концентрации порошка на течение газовой взвеси в торкрет-фурме 160-т конвертера // Сталь. 2015. № 4. С.21 – 25.

6. Валуев Д. В. Внепечные и ковшовые процессы обработки стали в металлургии : учеб. пособие. Томск, 2010.

7. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., 1978.

8. Юдаев Б. Н. Теплопередача: учебник. М., 1981.

9. Гавин Л. Б., Медведев В. А., Наумов В. А. Модель двухфазной турбулентной струи с учетом гетерогенного горения частиц // Физика горения и взрыва. 1988. Т. 24, № 3. С. 12 – 17.

10. Вукалович М. П., Кириллин В. А., Ремизов С. А. и др. Термодинамические свойства газов : учеб. пособие. М., 1953.

11. Великанов Н. Л., Наумов В. А., Корягин С. И. Гидравлический расчет системы подачи смазочно-охлаждающей жидкости в зону обработки материала // Вестник машиностроения. 2017. № 10. С. 70 – 74.

Об авторах

Николай Леонидович Великанов – д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: monolit8@yandex.ru

Владимир Аркадьевич Наумов – д-р техн. наук, проф., Калининградский государственный технический университет, Россия.

E-mail: van-old@rambler.ru

Сергей Иванович Корягин – д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: SKoryagin@kantiana.ru

The authors

Prof. N. Velikanov, Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: monolit8@yandex.ru

Prof. V. Naumov, Kaliningrad state technical university, Russia.

E-mail: van-old@rambler.ru

Prof. S. Koryagin, Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: SKoryagin@kantiana.ru