

**Н. Л. Великанов, В. А. Наумов, С. И. Корягин**

## ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ С ИСПАРЯЮЩИМИСЯ КАПЛЯМИ

57

Рассмотрены особенности моделирования газовых потоков с испаряющимися каплями. Такие потоки встречаются в энергетических установках и технологических аппаратах. Исследованы кривая сопротивления для капли с поправками для квазистационарного движения, зависимость коэффициента поправочного от безразмерной интенсивности испарения, зависимости безразмерной интенсивности снижения пульсационной энергии от различных параметров. Графики представлены в безразмерных переменных. Получено, что увеличение размеров капель повлечет изменение их формы и коэффициента гидродинамического сопротивления.

*The features of modeling gas flows with evaporating droplets are considered. Such flows are found in power plants and technological devices. The resistance curve for a drop with corrections for quasi-stationary motion, the dependence of the correction coefficient on the dimensionless intensity of evaporation, the dependence of the dimensionless intensity of the pulsation energy decrease on various parameters are studied. Graphs are represented in dimensionless variables. It was found that increasing the size of the droplets will cause a change in their shape and coefficient of hydrodynamic resistance.*

**Ключевые слова:** турбулентный газовый поток, испарение капли, интенсивность испарения.

**Keywords:** turbulent gas flow, droplet evaporation, evaporation intensity.

Турбулентные газовые потоки с дисперсными каплями жидкости широко используются в энергетических установках и технологических аппаратах. Математическое моделирование таких высокотемпературных течений требует учета влияния испарения капель на динамику, теплообмен и турбулентную структуру (см. [1–6] и библиографию в них). При этом нередко не все важные аспекты моделирования турбулентных газодисперсных потоков с фазовыми переходами принимаются во внимание [7–10].

В данной статье рассматриваются особенности моделирования турбулентных газовых потоков с испаряющимися каплями.

Интенсивность межфазного перехода массы рассчитывается как произведение расхода пара от одной капли на величину счетной концентрации капель  $K$ . Счетная концентрация частиц выражается через объемную долю дисперсной фазы и объем частицы  $\Theta_1$ :

$$K = \frac{\alpha_p}{\Theta_1} = \frac{\rho_p / \rho_p^0}{\pi \delta^3 / 6}, \quad (1)$$



где  $\alpha_p$  – доли объема смеси, занимаемые каждой фазой  $\alpha_k = \rho_p / \rho_p^0$ ;  $\rho_p^0, \rho_p$  – истинная и распределенная плотность  $k$ -й фазы соответственно;  $\delta$  – размер включения.

Если условия испарения капли не изменяются, то уменьшение диаметра описывается законом Срезневского [3; 8]:

$$\delta^2 = \delta_0^2 (1 - N \cdot t), \quad (2)$$

где  $N$  характеризует интенсивность испарения;  $\delta_0$  – начальный диаметр капли.

Продифференцируем (2) по времени, чтобы найти интенсивность испарения одиночной капли:

$$2\delta \frac{d\delta}{dt} = -\delta_0^2 N, \quad J_1 = \frac{dm}{dt} = \frac{\pi}{6} \rho_p^0 3\delta^2 \frac{d\delta}{dt} = -\frac{\pi}{4} \delta \delta_0^2 N \rho_p^0. \quad (3)$$

Тогда интенсивность межфазного массообмена будет

$$J = J_1 \cdot K = \frac{3}{2} \frac{\delta_0^2}{\delta^2} N \cdot \bar{\rho}_p, \quad (4)$$

где  $J$  – интенсивность перехода массы из несущей фазы в дисперсную (например, при испарении каплей  $J < 0$ , при конденсации  $J > 0$ ).

Сила межфазного взаимодействия рассчитывается как произведение силы, действующей на единичную каплю, на величину счетной концентрации каплей  $n$ . При этом изменение размера капли учитывают по формуле (2), а вот влиянием испарения на силу аэродинамического сопротивления, как правило, пренебрегают. Покажем, что может привести к заметной погрешности расчета.

Если время стабилизации пограничного слоя частицы намного меньше, чем характерные времена изменения диаметра и скорости капли, то можно считать процесс ее движения квазистационарным и использовать поправку к коэффициенту сопротивления, предложенную Дуковичем [6] (рис. 1):

$$\eta \equiv \frac{C_R}{C_R^0} = \frac{2}{3} \cdot \frac{f \cdot \text{Re}_n}{0,5 \text{Re}_n^2 - f}, \quad f = 1 - (1 + \text{Re}_n) \exp(-\text{Re}_n), \quad \text{Re}_n = \frac{V_n \delta}{\nu}, \quad (5)$$

где  $V_n$  – массовая скорость отделяющегося пара относительно капли.

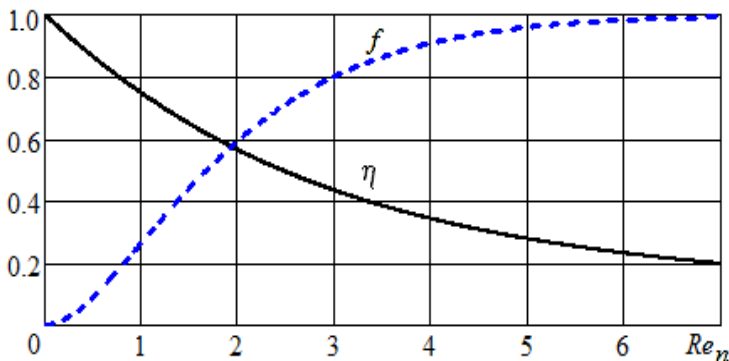


Рис. 1. Поправка Дуковича к силе аэродинамического сопротивления

Получим формулу для вычисления числа Рейнольдса пара  $Re_n$ .  
Скорость отделяющегося пара найдем по его потоку массы  $V_n = G_n / \rho_n$ , но

$$G_n \pi \delta^2 = -dm / dT. \quad (6)$$

Из (6) с учетом (3) следует:

$$V_n = 0,25 N \frac{\delta_0^2 \rho_p}{\delta \rho_n}. \quad (7)$$

По скорости (7) вычислим число Рейнольдса пара:

$$Re_n = 0,25 N \frac{\delta_0^2 \rho_p}{\nu \rho_n} = 4,5 N \frac{\delta_0^2}{18 \nu \lambda} \lambda_n = 4,5 n \lambda_n, \quad \lambda_n = \frac{\rho_f}{\rho_n}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (5), получим, что коэффициент Дуковича уменьшается с ростом как безразмерной интенсивности испарения капли  $n$ , так и отношения плотностей  $\lambda_n$  (рис. 2).

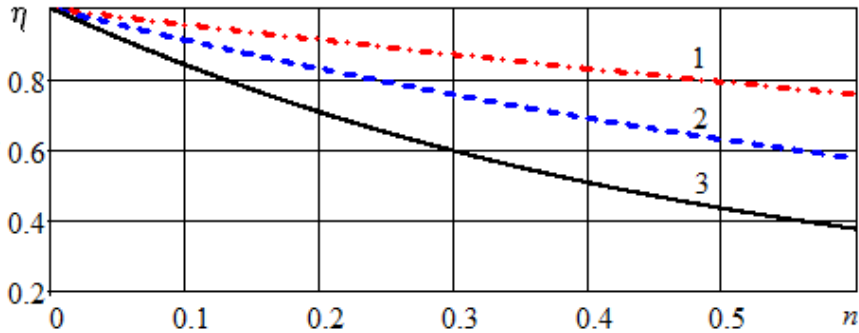


Рис. 2. Зависимость коэффициента Дуковича от безразмерной интенсивности испарения при различных значениях  $\lambda_n$ :  
1 –  $\lambda_n = 0,4$ ; 2 –  $\lambda_n = 0,5$ ; 3 –  $\lambda_n = 1,5$

Тогда основная составляющая силы межфазного взаимодействия – сила гидродинамического сопротивления – может быть вычислена по формуле, приведенной в [7].

В стационарном, однородном течении показатели затухания не должны зависеть от направления  $\theta_{Ei} = \theta_E$ , а сумма квадратов пульсационных скоростей равна удвоенной пульсационной энергии несущей среды  $k$ . Отсюда получается формула

$$\varepsilon_J = \frac{J}{\rho_f} \left( 2k - \sum_i \overline{V'_{fi} V'_{pi}} \right), \quad (9)$$

где  $\varepsilon_J$  – одна из составляющих уравнения переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций, приведенных в [10].

С учетом полученных в [10] формул преобразуем (9):

$$\varepsilon_J = 2k \frac{J}{\rho_f} \exp(-\beta \theta_E). \quad (10)$$



Подставим в (10) выражение осредненной интенсивности испарения (5):

$$\varepsilon_J = 3k \cdot \frac{\bar{\rho}_p}{\rho_f} \cdot \frac{\delta_0^2}{\delta^2} \cdot N \cdot \exp(-\beta \theta_E). \quad (11)$$

Учтем в формуле (11) зависимость размера испаряющейся капли от времени (2):

$$\varepsilon_J = 3k \frac{\bar{\rho}_p}{\rho_f} \frac{N}{1 - Nt} \exp\left(-\frac{\beta_0 \theta_E}{1 - Nt}\right). \quad (12)$$

Введем безразмерные величины

$$\hat{\varepsilon}_J = \frac{\varepsilon_p \theta_E}{3k}, \quad \lambda = \frac{\bar{\rho}_p}{\rho_f}, \quad n = \frac{N}{\beta_0}, \quad \tau = t \cdot \beta_0, \quad \tau_E = \theta_E \cdot \beta_0. \quad (13)$$

Выражая в (12) размерные величины через безразмерные (13), получим

$$\hat{\varepsilon}_J = \lambda \cdot \frac{n \cdot \tau_E}{1 - n \cdot \tau} \exp\left(-\frac{\tau_E}{1 - n \cdot \tau}\right). \quad (14)$$

На рисунке 3 видно, что безразмерная интенсивность снижения пульсационной энергии несущей среды из-за испарения капель  $\hat{\varepsilon}_J$  прямо пропорциональна отношению распределенной плотности дисперсной фазы и несущей фазы  $\lambda$ , зависит от инерционности включений, характеризующейся безразмерной величиной  $\tau_E = \beta_0 \theta_E$ . Максимум  $\hat{\varepsilon}_J$  достигается при  $\tau_E = 1$ . И при малоинерционных включениях ( $\tau_E \rightarrow \infty$ ), и при существенно инерционных ( $\tau_E \rightarrow 0$ ) величина  $\hat{\varepsilon}_J \rightarrow 0$ . Физическая сущность данного явления заключается в следующем: пульсационная энергия дисперсной фазы тем ниже турбулентной энергии несущей фазы, чем больше инерционность частиц (капель). Следовательно, испаряющаяся субстанция приходит в несущую среду с меньшей пульсационной энергией.

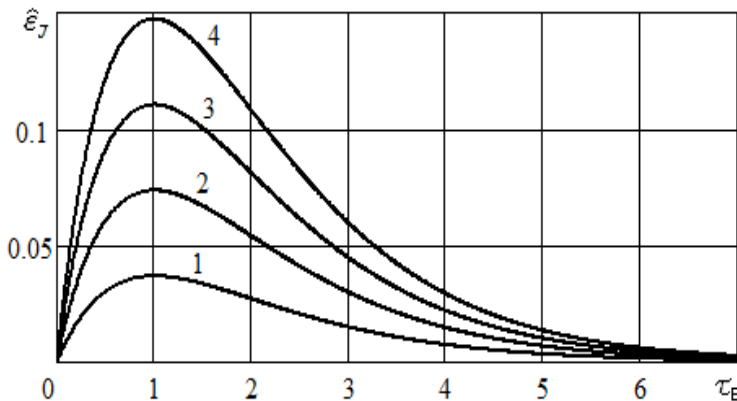


Рис. 3. Зависимость безразмерной интенсивности снижения пульсационной энергии от инерционности включений при  $\tau = 0$ ,  $n = 0,5$  и различной загрузке: 1 –  $\lambda = 0,2$ ; 2 –  $\lambda = 0,4$ ; 3 –  $\lambda = 0,6$ ; 4 –  $\lambda = 0,8$



Рисунки 4–7 иллюстрируют зависимость данного явления не только от относительной инерционности каплей, но и от безразмерной интенсивности испарения и времени процесса.

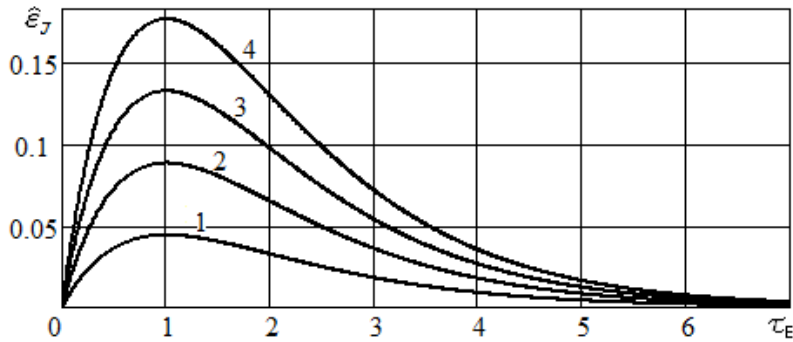


Рис. 4. Зависимость безразмерной интенсивности снижения пульсационной энергии от инерционности включений при  $\tau = 0$ ,  $\lambda = 0,6$  и различной интенсивности испарения: 1 –  $n = 0,2$ ; 2 –  $n = 0,4$ ; 3 –  $n = 0,6$ ; 4 –  $n = 0,8$

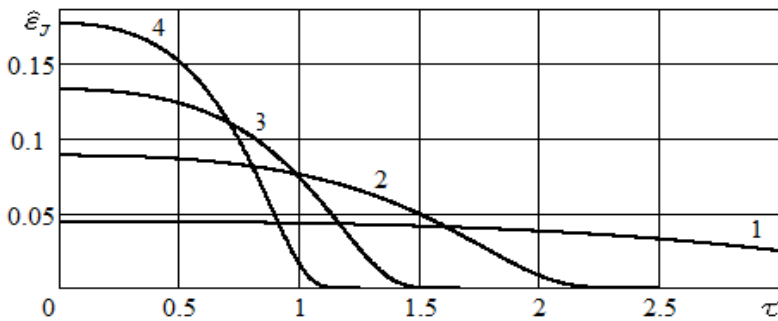


Рис. 5. Изменение безразмерной интенсивности снижения пульсационной энергии по времени при  $\tau_E = 1$ ,  $\lambda = 0,6$  и различной интенсивности испарения: 1 –  $n = 0,2$ ; 2 –  $n = 0,4$ ; 3 –  $n = 0,6$ ; 4 –  $n = 0,8$

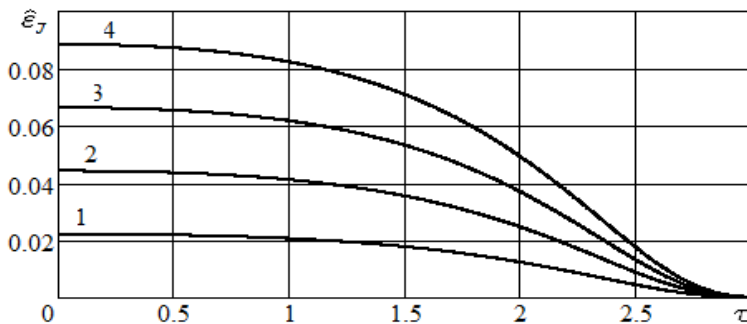


Рис. 6. Изменение безразмерной интенсивности снижения пульсационной энергии по времени при  $\tau_E = 1$ ,  $n = 0,3$  и различной нагрузке: 1 –  $\lambda = 0,2$ ; 2 –  $\lambda = 0,4$ ; 3 –  $\lambda = 0,6$ ; 4 –  $\lambda = 0,8$

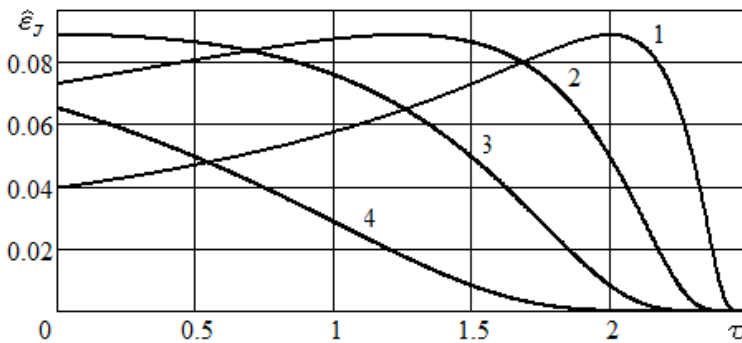


Рис. 7. Изменение безразмерной интенсивности снижения пульсационной энергии по времени при  $\lambda = 0,6$ ,  $n = 0,3$  и различной инерционности:  
1 –  $\tau_E = 0,2$ ; 2 –  $\tau_E = 0,2$ ; 3 –  $\tau_E = 1$ ; 4 –  $\tau_E = 2$

Строго говоря, формула (14) справедлива для сферических частиц в линейной области сопротивления. Увеличение размеров капель повлечет изменение их формы и коэффициента гидродинамического сопротивления. Но качественная картина явления при этом не изменится, хотя количественные отличия могут быть существенными. Значительная нагрузка потока испаряющимися каплями вызовет рост величины  $\hat{\epsilon}_J$ , что приведет к уменьшению турбулентной энергии несущей среды.

### Список литературы

1. Wu Z.H., Liu X.D. Simulation of spray drying of a solution atomized in a pulsating flow // Drying Technology. 2002. Vol. 20, №6. P. 1101–1121.
2. Kaiser A.S., Lucas M., Vledma A., Zamora B. Numerical model of evaporative cooling processes in a new type of cooling tower // Int. J. Heat Mass Transfer. 2005. Vol. 48, №5. P. 986–999.
3. Наумов В.А. Динамика дисперсных частиц в вязкой среде : монография. Калининград, 2016.
4. Войтков И.С., Волков Р.С., Кузнецов Г.В., Стрижак П.А. Высокотемпературное испарение капель воды в газовой среде // Журнал технической физики. 2017. Т. 87, №12. С. 1911–1914.
5. Пахомов М.А., Терехов В.И. Влияние испарения капель на структуру течения и тепломассообмен в ограниченном закрученном газок капельном потоке за его внезапным расширением // Теплофизика и аэромеханика. 2018. №6 (114). С. 865–875.
6. Наумов В.А., Великанов Н.Л. Моделирование движения капель в системах охлаждения поверхности распыленной жидкостью // Известия Калининградского государственного технического университета. 2019. №53. С. 169–181.
7. Нугматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М., 1978.
8. Shraiber A.A., Gavin L.B., Naumov V.A., Yatsenko V.P. Turbulent flows in gas suspensions. N. Y., 1990.
9. Crowe C.T., Sommerfeld M., Tsuji Y. Flows with Droplets and Particles. Florida, 1998.



10. Великанов Н.Л., Наумов В.А., Корягин С.И. Моделирование турбулентного течения вязкой жидкости с дисперсными включениями близкой плотности // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер.: Физико-математические и технические науки. 2019. №1. С. 72–80.

#### Об авторах

Николай Леонидович Великанов — д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: NVelikanov@kantiana.ru

Владимир Аркадьевич Наумов — д-р техн. наук, проф., Калининградский государственный технический университет, Россия.

E-mail: van-old@rambler.ru

Сергей Иванович Корягин — д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: SKoryagin@kantiana.ru

#### The authors

Prof. Nikolay L. Velikanov, Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: NVelikanov@kantiana.ru

Prof. Vladimir A. Naumov, Kaliningrad State Technical University, Russia.

E-mail: van-old@rambler.ru

Prof. Sergey I. Koryagin, Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: SKoryagin@kantiana.ru