УДК 514.75

Н.А. Елисеева

(Калининградский государственный технический университет)

ОСНАЩЕНИЕ В СМЫСЛЕ Э. БОРТОЛОТТИ М-ПОДРАССЛОЕНИЯ ПОЛОСНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Построено оснащение в смысле Э. Бортолотти оснащающего М-подрасслоения $\Lambda(\Pi)$-распределения. Найден охват, при котором оснащение Бортолотти гиперполосного распределения $\Lambda(M)$ равносильно оснащению в смысле Э. Картана двойственного образа $\overline{\mathcal{H}(M)}$.

***Ключевые слова*:** гиперполосное распределение, оснащение Картана, оснащение Бортолотти.

В работе используется следующая система индексов:

$$\bar{I},\bar{K}=\overline{0,n};\ I,K=\overline{1,n};\ p,q,s,t=\overline{1,r};\ i,j,k=\overline{r+1,m};$$
$$a,b,c=\overline{1,m};\ \alpha,\beta,\gamma,\varepsilon=\overline{m+1,n-1};\ \xi,\varsigma=\left(\overline{1,r};\overline{m+1,n-1}\right).$$

Пару распределений соответственно r-мерных плоскостей Λ (Λ-распределение) и m-мерных плоскостей М (М-распределение) проективного пространства P_n с отношением инцидентности $X\in\Lambda\subset M$ $(1\le r<m<n-1)$ их соответствующих элементов в каждом центре X назовем m-полосным распределением П, в котором Λ-распределение назовем базисным, а М-распределение — оснащающим распределением. П-распределение, оснащенное полем гиперплоскостей Н, назовем $\Lambda(\Pi)$-распределением [1].

Определение. *М-подрасслоение назовем оснащенным в смысле Э. Бортолотти [2], если каждому центру* A_0 *подмно-*

гообразия M поставлена в соответствие гиперплоскость $B_{n-1}(A_0)$, не проходящая через точку A_0.

Гиперплоскость $B_{n-1}(A_0)$ задается уравнением:

$$\nu_a^0 x^a + \mu_\alpha^0 x^\alpha + \mu_n^0 x^n - x^0 = 0.$$

Компоненты полей объектов $\{\nu_a^0\}$, $\{\mu_\alpha^0\}$, $\{\nu_a^0, \mu_\alpha^0, \mu_n^0\}$, определяющих гиперплоскость $B_{n-1}(A_0)$, удовлетворяют уравнениям:

$$\nabla \nu_a^0 + \omega_a^0 = \nu_{aK}^0 \omega_0^K, \ \nabla \mu_\alpha^0 + \omega_\alpha^0 = \mu_{\alpha K}^0 \omega_0^K, \qquad (1)$$
$$\nabla \mu_n^0 - \mu_\alpha^0 \omega_n^\alpha - \nu_a^0 \omega_n^a + \omega_n^0 = \mu_{nK}^0 \omega_0^K .$$

Охват $\mu_\alpha^0 = M_\alpha^0$, где

$$M_\alpha^0 = -\frac{1}{m} \Lambda_{\alpha a}^a, \ \nabla M_\alpha^0 + \omega_\alpha^0 = M_{\alpha K}^0 \omega_0^K,$$

равносилен тому, что оснащающая гиперплоскость $B_{n-1}(A_0)$ проходит через первую ось Кёнигса [3] $S_{n-m-2}(A_0)$ подмногообразия M.

Обозначим $\overline{\nu}_n^a \stackrel{def}{=} -\Lambda_n^{ab} \nu_b^0$, $\overline{M}_n^\beta \stackrel{def}{=} \Lambda_n^{\beta\gamma} M_\gamma^0$, $\overline{\nu}_n^0 \stackrel{def}{=} \mu_n^0$. Используя инволютивное преобразование $J: \omega_{\bar K}^{\bar I} \to \overline{\omega}_{\bar K}^{\bar I}$ [1], получим, что система уравнений (1) равносильна следующей:

$$d\overline{M}_n^\gamma - \overline{M}_n^\gamma \overline{\omega}_n^n + \overline{M}_n^\alpha \overline{\omega}_\alpha^\gamma + \overline{\omega}_n^\gamma = \overline{M}_{nK}^\gamma \overline{\omega}_0^K,$$
$$d\overline{\nu}_n^a - \overline{\nu}_n^a \overline{\omega}_n^n + \overline{\nu}_n^b \overline{\omega}_b^a + \overline{\omega}_n^a = \overline{\nu}_{nK}^a \overline{\omega}_0^K, \qquad (2)$$
$$d\overline{\nu}_n^0 + \overline{\nu}_n^0 (\overline{\omega}_0^0 - \overline{\omega}_n^n) + \overline{\nu}_n^b \overline{\omega}_b^0 + \overline{M}_n^\alpha \overline{\omega}_\alpha^0 + \overline{\omega}_n^0 = \overline{\nu}_{nK}^0 \overline{\omega}_0^K .$$

Функции $\overline{M}_{nK}^\beta$, $\overline{\nu}_{nK}^0$, $\overline{\nu}_{nK}^a$ имеют следующие строения:

$$\overline{M}_{na}^\beta = \Lambda_n^{\beta\gamma} M_{\gamma a}^0, \ \overline{M}_{n\alpha}^\beta = \Lambda_n^{\beta\gamma} (M_{\gamma\alpha}^0 - M_{\gamma a}^0 \Lambda_n^{ac} \Lambda_{c\alpha}^n),$$
$$\overline{M}_{nn}^\beta = M_{\gamma a}^0 \Lambda_n^{ac} \Lambda_n^{\beta\gamma} (\Lambda_{c\alpha}^n \Lambda_{\varepsilon n}^n \Lambda_n^{\alpha\varepsilon} - \Lambda_{cn}^n) + \Lambda_n^{\beta\gamma} (M_{\gamma n}^0 - M_{\gamma\alpha}^0 \Lambda_{\varepsilon n}^n \Lambda_n^{\alpha\varepsilon});$$

$$\overline{v}^0_{na}=\mu^0_{na},\ \overline{v}^0_{n\alpha}=\mu^0_{n\alpha}-\Lambda^{ac}_n\Lambda^n_{c\alpha}\mu^0_{na},$$
$$\overline{v}^0_{nn}=\mu^0_{nn}-\Lambda^{ac}_n\Lambda^n_{cn}\mu^0_{na}-\Lambda^n_{\gamma n}\Lambda^{\alpha\gamma}_n(\mu^0_{n\alpha}-\Lambda^{ac}_n\Lambda^n_{c\alpha}\mu^0_{na});$$
$$\overline{v}^q_{np}=-\Lambda^{qt}_n v^0_{tp},\ \overline{v}^q_{nk}=-\Lambda^{qs}_n v^0_{sk}-\overline{v}^q_{np}\Lambda^{pt}_n\Lambda^n_{tk},$$
$$\overline{v}^q_{nn}=-\Lambda^{qt}_n v^0_{tn}-\overline{v}^q_{np}\Lambda^{pt}_n\Lambda^n_{tn}-\overline{v}^q_{nk}\Lambda^{ki}_n\Lambda^n_{in}-\overline{v}^q_{n\alpha}\Lambda^{\alpha\beta}_n\Lambda^n_{\beta n}.$$

Из уравнений (2) заключаем, что оснащение в смысле Э. Бортолотти распределения Λ(М) (М-подрасслоения Λ(П)-распределения) полем гиперплоскостей B_{n-1} определяет поле плоскостей $\overline{S}_{n-m-1}(A_0)$ размерности m, оснащающих в смысле Э. Картана двойственное подмногообразие $\overline{\mathcal{H}(\mathrm{M})}$ в $\overline{P}_n$. Это поле задается полями объектов $\{\overline{v}^a_n\}$, $\{\overline{v}^a_n, \overline{M}^\beta_n, \overline{v}^0_n\}$ и $\{\overline{v}^0_\beta\}$.

Поле плоскостей $\overline{S}_{n-m-1}(A_0)$ определяется неоднозначно потому, что квазитензор $\overline{v}^0_\beta$

$$d\overline{v}^0_\beta+\overline{v}^0_\beta\overline{\omega}^0_0-\overline{v}^0_\alpha\overline{\omega}^\alpha_\beta+\overline{\omega}^0_\beta=\overline{v}^0_{\beta K}\overline{\omega}^K_0, \tag{3}$$

двойственный квазитензору v^0_β

$$\nabla v^0_\beta+\omega^0_\beta=v^0_{\beta K}\omega^K_0,$$

можно охватить не единственным образом. В частности, уравнениям (3) удовлетворяют компоненты квазитензора

$$\overline{M}^0_\beta=\Lambda^n_{\gamma\beta}M^\gamma_n, \tag{4}$$

при этом

$$\overline{M}^0_{\beta a}=\Lambda^n_{\gamma\beta}M^\gamma_{na},\ \overline{M}^0_{\beta\alpha}=\Lambda^n_{\gamma\beta}(M^\gamma_{n\alpha}-M^\gamma_{na}\Lambda^{ab}_n\Lambda^n_{b\alpha}),$$
$$\overline{M}^0_{\beta n}=M^\gamma_{na}\Lambda^{ac}_n\Lambda^n_{\gamma\beta}(\Lambda^n_{c\alpha}\Lambda^n_{\varepsilon n}\Lambda^{\alpha\varepsilon}_n-\Lambda^n_{cn})+\Lambda^n_{\gamma\beta}(M^\gamma_{nn}-M^\gamma_{n\xi}\Lambda^n_{\varepsilon n}\Lambda^{\xi\varepsilon}_n).$$

Так как охват $v^0_\beta=M^0_\beta$ определяет поле первой оси Кенигса $[S_\beta]\equiv S_{n-m-2}(A_0)\subset E_{n-m-1}(A_0)$ М-подрасслоения, то по двойственности охват (4) определяет поле $(m+1)$-мерной инвариантной плоскости S_{m+1}, содержащей в каждом центре A_0 текущий элемент базисного М-подрасслоения: $M_m \subset S_{m+1}$. Плоскость $S_{m+1}(A_0)$, по аналогии с плоскостью $S_{n-m-2}(A_0)$, назовем *второй осью Кёнигса* [4] М-подрасслоения в его центре A_0.

Плоскость Картана $\overline{S}_{n-m-1}$ двойственного подмногообразия $\overline{\mathcal{H}(\mathrm{M})}$ при охвате (4) есть m-мерная плоскость $S_m(A_0)$, содержащаяся во второй оси Кёнигса $S_{m+1}(A_0)$, а именно $S_m(A_0) \equiv B_{n-1}(A_0) \cap S_{m+1}(A_0)$; при этом плоскости $S_m(A_0)$ и $M_m(A_0)$, принадлежащие второй оси Кёнигса $S_{m+1}(A_0)$, пересекаются по нормали второго рода $S_{m-1}(A_0)$.

Таким образом, справедлива [4]

Теорема. *При охвате* (4) *оснащение в смысле Э. Бортолотти гиперполосного распределения* H(M) *полем гиперплоскостей* B_{n-1} *равносильно оснащению в смысле Э. Картана двойственного образа* $\overline{\mathcal{H}(\mathrm{M})}$ *полем* m*-мерных плоскостей* S_m*, принадлежащих полю вторых осей Кёнигса распределения* H(M).

Отметим, что оснащение М-подрасслоения в смысле Э. Бортолотти влечет за собой его оснащение полем нормалей второго рода ν_a^0. И обратно: если на М-подрасслоении задано поле нормалей второго рода ν_a^0, то такое оснащение подмногообразия M определяет его оснащение в смысле Э. Бортолотти, ибо в качестве одного из возможных охватов функции μ_n^0 можно взять

$$\mu_n^0 \overset{def}{=} \frac{1}{m}\Lambda_n^{ba}(\nu_{ab}^0 - \nu_a^0\nu_b^0) + M_\alpha^0 M_n^\alpha;$$

при таком охвате функции μ_n^0 оснащающую гиперплоскость $B_{n-1}(A_0)$ назовем гиперплоскостью Кёнигса [4] нормали ν_a^0.

Список литературы

1. *Елисеева Н.А.* Н(П)-распределения проективного пространства. Калининград, 2002. Деп. в ВИНИТИ РАН, №206-В2002.

2. *Bortolotti E.* Connessioni nelle varietá luogo di spazi; applicazione alla geometria metrica differenziale delle congruenze di rette // Rend. Semin. Fac. Sci. Univ. Cagliari. 1933. Vol. 3. P. 81—89.

3. *Столяров А.В.* Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения m-мерных линейных элементов // Проблемы геометрии / ВИНИТИ АН СССР. 1975. Т. 7. С. 117—151.

4. *Столяров А.В.* Двойственная теория оснащенных многообразий: монография. 2-е изд. Чебоксары, 1994.

N. Eliseeva

THE EQUIPMENTS IN E. BORTOLOTTI'S SENSE
OF M-SUBBUNDLES OF STRIP DISTRIBUTION

For M-subbundles of Н(П)-distribution the equipments in E. Bortolotti's sense are constructed.

УДК 514.756.2

Т. В. Зверева

(Чувашский государственный педагогический университет им. И.Я. Яковлева, г. Чебоксары)

О ПРОСТРАНСТВЕ КОНФОРМНОЙ СВЯЗНОСТИ НА КАСАТЕЛЬНО ОСНАЩЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОНФОРМНОГО ПРОСТРАНСТВА

Получено пространство конформной связности $C_{m,m}$ без кручения, индуцируемое касательным оснащением полем m-сфер $[P_\alpha]$ многомерной поверхности V_m конформного пространства C_n.

Ключевые слова: конформное пространство, оснащение поверхности, связность.