Т е о р е м а 3. Сеть Σ_n будет характеристической в отображении g тогда и только тогда, когда конус Риччи связности ∇ содержит касательные (AA_i) к линиям ω^i сети Σ_n в качестве своих образующих.

Список литературы

1.Базылев В.Т.О нормализациях проективного пространства, порождаемых заданной в нем сетью.-Лит.матем.сб., 1966, вып.6, № 3, с.313-322

2.Базылев В.Т.Многомерные поверхности, сети и дифференцируемые отображения пространств.-Уч.зап.МГПИ им.В.И. Ленина, 1970, № 374, т.I, с.28-40.

3.Базылев В.Т. Многомерные сети двойных линий.-В кн.: Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, вып.6, 1975, с.19-25.

4.Норден А.П. Пространства аффинной связности.-М.: Наука, 1976.

5.Рыжков В.В. Дифференциальная геометрия точечных соответствий между пространствами.-Проблемы геометрии (Итоги науки и техн.ВИНИТИ АН СССР), 1963, с.65-107.

6.Киреева С.В. Двойные линии и отображения.-В кн.: Прикладные вопросы дифференциальной геометрии.МОПИ. (Деп.рукопись в ВИНИТИ АН СССР, № 1648-82, с.70-80).

7.Киреева С.В. О паре сетей.- В кн.: Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, 1983, Вып.14, с.26-31.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып.15 1984

УДК 514.75

М.Ф.К о с а р е н к о

ПРОЕКТИВНЫЕ СВЯЗНОСТИ, АССОЦИИРОВАННЫЕ С ГИПЕРПОЛОСОЙ $SH_r \subset {}^{\ell}S_N$

Настоящая работа посвящена построению пространств проективной связности, ассоциированных с регулярной гиперполосой SH_r в неевклидовом пространстве ${}^{\ell}S_N$ индекса ℓ [1], двойственных относительно инволютивного преобразования $\mathcal{J}_K$ форм связности.

В работе используются терминология и обозначения, введенные в работе [1].

1.При помощи системы форм $\tilde{\omega}^{\bar i}_{\bar j}$ [3],[4]

$$\tilde{\omega}^{\bar i}_{\bar j} = \omega^{\bar i}_{\bar j} - \Gamma^{\bar i}_{\bar j k}\omega^k \qquad (1)$$

определим пространство проективной связности $P_{r,r}$, ассоциированное с гиперполосой $SH_r \subset {}^{\ell}S_N$. Для того, чтобы формы $\tilde{\omega}^{\bar i}_{\bar j}$ определяли пространство проективной связности $P_{r,r}$, необходимо и достаточно [2],[3], чтобы выполнялись уравнения

$$\mathcal{D}\tilde{\omega}^{\bar i}_{\bar j} = \omega^{\bar k}_{\bar j} \wedge \tilde{\omega}^{\bar i}_{\bar k} + \frac{1}{2} R^{\bar i}_{\bar j km}\, \omega^k \wedge \omega^m, \qquad (2)$$

где $R^{\bar i}_{\bar j km} = 2\Gamma^{\bar i}_{\bar j [km]}$ —тензор кручения-кривизны проективной связности Γ гиперполосы $SH_r \subset {}^{\ell}S_N$.

2.Предположим, что гиперполоса $SH_r \subset {}^{\ell}S_N$ оснащена в смысле Э.Картана [5] полем $(N-r-1)$-мерных плоскостей $\Pi_{N-r-1}(A_0) = [\mathcal{K}_N, \mathcal{K}_\alpha]$, где

$$\begin{aligned} &\mathcal{K}_N = A_N + H^0_N A_0 + H^i_N A_i, \quad \mathcal{K}_\alpha = A_\alpha + H^0_\alpha A_0 + H^i_\alpha A_i, \\ &H^i_N = a^{ij}\ell_{jk\ell}\mathcal{L}^{k\ell}, \quad H^i_\alpha = b^i_{\alpha j}\mathcal{L}^{j\ell}d_\ell, \quad H^0_N = a^{ij}\mathcal{L}_{ij}, \\ &H^0_\alpha = B_\alpha, \end{aligned} \qquad (3)$$

причем оснащающие объекты $H^0_N, H^i_N, H^0_\alpha, H^i_\alpha$ удовлетворяют соответственно дифференциальным уравнениям

$$\nabla_\delta H^0_N = H^0_N \pi^N_N, \qquad \nabla_\delta H^0_\alpha = 0, \qquad (4)$$
$$\nabla_\delta H^i_N = 0, \qquad \nabla_\delta H^i_\alpha = 0.$$

Охват объекта проективной связности Γ гиперполосы $SH_\tau \subset {}^\ell S_N$ можно осуществить с помощью компонент фундаментального объекта второго порядка этой гиперполосы по следующим формулам:

$$\Gamma^0_{0k} = 0, \qquad \Gamma^j_{0k} = 0, \quad \Gamma^0_{ik} = H^0_\alpha \lambda^\alpha_{ik} + H^0_N a_{ik},$$
$$\Gamma^j_{ik} = H^j_\beta \lambda^\beta_{ik} + H^j_N a_{ik}. \qquad (5)$$

Формы $\tilde{\omega}^K_\tau$:

$$\tilde{\omega}^k_0 = \omega^k_0, \quad \tilde{\omega}^k_i = \omega^k_i - \lambda^\alpha_{ij} H^k_\alpha \omega^j - a_{ij} H^k_N \omega^j,$$
$$\tilde{\omega}^0_i = \omega^0_i - \lambda^\alpha_{ij} H^0_\alpha \omega^j - a_{ij} H^0_N \omega^j \qquad (6)$$

являются формами проективной связности на гиперполосе SH_τ, определенной путем проектирования из оснащающей плоскости $\Pi_{N-\tau-1}(A_0) = [\mathcal{K}_N, \mathcal{K}_\alpha]$.
Учитывая построенные охваты (5) компонент объекта проективной связности Γ, находим компоненты тензора кручения-кривизны $R^J_{\tau km}$[4]:

$$R^j_{0km} = 0; \quad R^0_{0km} = 0;$$
$$R^0_{ikm} = 2[H^0_{\alpha[m}\lambda^\alpha_{|i|k]} + H^0_{N[m} a_{|i|k]} - H^0_\alpha H^s_\beta \lambda^\alpha_{s[m}\lambda^\beta_{|i|k]} -$$
$$- H^0_\alpha H^s_N \lambda^\alpha_{s[m} a_{|i|k]} - H^0_N H^s_\beta a_{s[m}\lambda^\beta_{|i|k]} - H^0_N H^s_N a_{s[m} a_{|i|k]}], \qquad (7)$$
$$R^j_{ikm} = 2[H^j_{\beta[m}\lambda^\beta_{|i|k]} + H^j_{N[m} a_{|i|k]} - H^j_\beta H^s_\gamma \lambda^\beta_{s[m}\lambda^\gamma_{|i|k]} -$$
$$- H^j_\beta H^s_N \lambda^\beta_{s[m} a_{|i|k]} - H^j_N H^s_\beta a_{s[m}\lambda^\beta_{|i|k]} - H^j_N H^s_N a_{s[m} a_{|i|k]} +$$
$$+ \lambda^\alpha_{i[k} \mathcal{b}^j_{|\alpha|m]} - \varepsilon_{jN} a_{i[k} a_{|j|m]}].$$

3.Система форм

$$\theta^j = \tilde{\omega}^j, \quad \theta^j_i = \tilde{\omega}^j_i - a^{j\ell}\ell_{\ell ik}\omega^k,$$
$$\theta^0_i = \tilde{\omega}^0_i - a^{j\ell} d_j \ell_{\ell ik}\omega^k \qquad (8)$$

определяет другое пространство проективной связности

$\Pi_{\tau,\tau}$, двойственное пространству $P_{\tau,\tau}$. Компоненты тензора кручения-кривизны τ^j_{iks} пространства $\Pi_{\tau,\tau}$ имеют следующие строения:

$$\tau^j_{0ks} = \tau^0_{0ks} = 0;$$
$$\tau^j_{iks} = R^j_{iks} + 2(-a^{m\ell}a^{jp}\ell_{\ell i[k}\ell_{|pm|s]} - a^{m\ell}H^j_\beta \ell_{\ell i[k}\lambda^\beta_{|m|s]} -$$
$$- a^{m\ell}H^j_N \ell_{\ell i[k} a_{|m|s]} + a^{j\ell}H^m_\beta \ell_{\ell m[k}\lambda^\beta_{|i|s]} + a^{j\ell}\ell_{\ell i[ks]} +$$
$$+ a^{j\ell}H^m_N \ell_{\ell m[k} a_{|i|s]} - a^{j\ell p} a_{p[k}\ell_{|\ell i|s]});$$
$$(9)$$
$$\tau^0_{iks} = R^0_{iks} + 2(-a^{m\ell}a^{jp}d_j \ell_{\ell i[k}\ell_{|pm|s]} -$$
$$- a^{m\ell}H^0_\alpha \ell_{\ell i[k}\lambda^\alpha_{|m|s]} - a^{m\ell}H^0_N \ell_{\ell i[k} a_{|m|s]} + a^{j\ell}d_j \ell_{\ell i[ks]} +$$
$$+ a^{j\ell}d_j H^m_\beta \ell_{\ell m[k}\lambda^\beta_{|i|s]} + a^{j\ell}d_j H^m_N \ell_{\ell m[k} a_{|i|s]} +$$
$$+ a^{j\ell p} d_j a_{p[k}\ell_{|\ell i|s]} - a^{j\ell} d_{j[k}\ell_{|\ell i|s]}).$$

4.Необходимым и достаточным условием касания третьего порядка гиперквадрик [1]

$$a_{ij}x^i x^j + \mathcal{L}_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta + 2d_i x^i x^N + 2B_\alpha x^\alpha x^N +$$
$$+ (T_0 + u_1 K_0 + u_2 \ell_0)(x^N)^2 = 2x^0 x^N \qquad (10)$$

с гиперполосой SH_τ является обращение в нуль тензора Дарбу $\ell_{ijk} = a_{ijk} - a_{(ij}d_{k)}$ данной гиперполосы. Имеет место

Т е о р е м а. Кроме пространства проективной связности $P_{\tau,\tau}$, с гиперполосой SH_τ индуцируется пространство проективной связности $\Pi_{\tau,\tau}$, двойственное пространству $P_{\tau,\tau}$ относительно инволютивного преобразования $\mathcal{J}_\mathcal{K}$ форм связности по закону (8). Условием совпадения связностей пространств $P_{\tau,\tau}$ и $\Pi_{\tau,\tau}$ является обращение в нуль тензора Дарбу гиперполосы SH_τ, т.е. касание третьего порядка соприкасающихся гиперквадрик (10) с данной гиперполосой.

Список литературы

1. Косаренко М.Ф. Построение внутренних инвариантных точечного и тангенциального реперов регулярной гиперполосы $SH_r \subset {}^{\ell}S_N$ –В кн.: Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Калининград, вып. 13, 1982, с. 38–44.

2. Лаптев Г.Ф. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий. Теоретико-групповой метод дифференциально-геометрических исследований.– Тр. Моск. матем. о –ва, 1953, т. 2, с. 275–382.

3. Лаптев Г.Ф. Многообразия, погруженные в обобщенные пространства.–Тр. 4-го Всес. матем. съезда, 1961, т. 2.– М.: Наука, 1964, с. 226–233.

4. Лаптев Г.Ф., Остиану Н.М. Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности I.–Тр. Геометрич. семинара. ВИНИТИ АН СССР, 1971, т. 3, с. 49–94.

5. Cartan E. Les espaces á connexion projective. Тр. семинара по векторн. и тензорн. анализу, 1937, т. 4, с. 147–159.

УДК 514.75

М.В. К р е т о в

О СПЕЦИАЛЬНЫХ ПОДКЛАССАХ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ, АССОЦИИРОВАННЫХ С КОМПЛЕКСАМИ ЦЕНТРАЛЬНЫХ НЕВЫРОЖДЕННЫХ ГИПЕРКВАДРИК.

В работе продолжается изучение локальных дифференцируемых отображений f, ассоциированных с комплексами $\mathcal{K}_n$ центральных невырожденных гиперквадрик q в аффинном пространстве, [1]–[3]. Строится дифференциальная геометрия отображений, порожденных, так называемыми, основными гиперплоскостями, при этом используются понятия и обозначения, введенные в работе [1].

Пусть $\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta\gamma} \overset{def}{=} \Lambda_{\alpha(\beta\gamma)}, (\alpha, \beta, \ldots = \overline{1,n})$, где $\Lambda_{\alpha\beta\gamma}$ -компоненты фундаментального объекта первого порядка, [4], комплекса $\mathcal{K}_n$ в частично канонизированном репере R_0 [1], а круглые скобки обозначают симметрирование. В репере R_0 уравнение гиперквадрики q имеет вид:

$$a_{\alpha\beta} X^\alpha X^\beta - 1 = 0, \quad \det(a_{\alpha\beta}) \neq 0. \tag{1}$$

Рассмотрим систему величин

$$\Gamma^\alpha_{\beta\gamma} = 2 a^{\alpha\delta} \tilde{\Lambda}_{\delta\beta\gamma}. \tag{2}$$

Объект $\overline{\Gamma} = \{ \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} \}$ является аналогом объекта связности Врэнчану для отображения $\varphi_1 (\varphi_2)$ [1],[5].

Выделим во множестве касательных к отображению φ_1 дробнолинейных отображений $K_{\varphi_1}(P_\alpha)$ одно отображение $K(B_\alpha)$, определяемое равенством

$$B_\alpha = \frac{1}{n+1} \Gamma^\beta_{\beta\alpha}. \tag{3}$$