Таким образом, для x<1000 максимальные интервалы 10,9 и 8 последовательных значений, определяющих простые числа с одним и тем же окончанием p, имеют только следующие многочлены:

$300x^3+11(x=\overline{0,9})$ $6300x^{10}+17(x=\overline{0,7})$

$5500x^2+73(x=\overline{5,13})$ $1800x^3+79(x=\overline{0,7})$

$2100x+19(x=\overline{121,128})$ $1700x^2+83(x=\overline{205,212})$

$4800x+29(x=\overline{11,18})$ $5900x^2+47(x=\overline{770,777})$

Из них 1 - линейный, 4 - квадратичных, 2 - кубичных и только один имеет степень 10.

Библиографический список

1. *Малаховский В.С.* Эти загадочные простые числа. Ч.I. Калининград: Янтарный сказ, 1998. 54 с.

2. *Малаховский В.С.* Эти загадочные простые числа. Ч.II. Калининград: Янтарный сказ, 1999. 48 с.

V.S. M a l a k h o v s k y

ON SUBSETS OF PRIME NUMBERS WITH REPEATED DIGIT

Description of prime almost repyunit less 10^{100} is given. Polynomials $100hx^k+p$ ($h,k=\overline{1,100}$, p - two-digit prime number), values of which for given p define only prime numbers for $x=\overline{m,n}$ ($m\in N_o=N\cup 0$, m<n<1000), are considered. It is shown, in considered totality of 210000 polynomials there is no one, determining on the whole number interval $\overline{m,n}$ more 10 prime numbers, and there is alone polynomial $300x^3+11$, giving on the interval $\overline{0,9}$ exactly 10 prime numbers.

УДК 514.75

Н.В. М а л а х о в с к и й

(Калининградский государственный университет)

ГРУППЫ СЕМЕЙСТВ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Рассмотрим на расширенной комплексной плоскости $\overline{C}$ с несобственным элементом z_∞ определённое Хюблером [1],[2] символическое произведение $*$ по закону

$$(a*b)_\lambda = \frac{ab+\lambda}{a+b}, a \neq -b, (a*z_\infty)_\lambda = (z_\infty * a)_\lambda = a, (a*(-a))_\lambda = ((-a)*a)_\lambda = z_\infty \qquad (1)$$

$$\forall a, b \in \overline{C}, \lambda \neq a^2, \lambda \neq b^2, \ \lambda \in C \setminus 0. \qquad (2)$$

Множество $\overline{C}$ с введенной операцией $*$ образует семейство G_λ коммутативных групп, в каждой из которых единицей является несобственный элемент z_∞. Рассмотрим всевозможные последовательности комплексных чисел вида $a_{n+1}=(a_n*z)_\lambda$, $n\in N$, построенные по закону (1) и (2), с произвольным начальным членом $a_1 \neq \pm i\sqrt{3}$. Потребуем, чтобы $a_{n+3}\equiv a_n$, $n\in N$. Это тождество в силу (1) и (2) эквивалентно равенству $\lambda=-3z^2$. Положим $z=1$, $\lambda=-3$. Тогда последовательности определяют упорядоченные тройки чисел a_1, $a_2=(a_1*1)_{-3}$, $a_3=(a_2*1)_{-3}$ - комплексные координаты точек A_1, A_2, A_3. Обозначим через 💣 семейство треугольников $A_1A_2A_3$. В семействе 💣 с помощью символического произведения $*$ определяется абелева группа, в которой единицей является треугольник с комплексными координатами (-1, 1, z_∞), а обратным элементом к треугольнику $A_1A_2A_3$ является треугольник с комплексными координатами ($-a_1$, $-a_2$, $-a_3$). Справедливы следующие предложения.

1) Тройка точек A_1, A_2, A_3 тогда и только тогда определяет невырожденный треугольник $A_1A_2A_3$, когда числа a_1 удовлетворяют условиям $a_1 \neq \pm i\sqrt{3}$, $\overline{a_1} \neq a_1$, и вырожденный треугольник, все вершины которого попарно различны, при условии $a_1 \neq \pm i\sqrt{3}$, $\overline{a_1} = a_1$.

2) Группа 💣 не содержит равносторонних треугольников.

3) Для любого невырожденного неравностороннего треугольника существует единственный невырожденный, подобный и одинаково ориентированный треугольник группы 💣, а для любого вырожденного треугольника, вершины которого попарно различны, единственный вырожденный, подобный треугольник группы 💣, вершины которого также попарно различны. Обратно, каждая точка плоскости $\overline{C} \setminus \{\pm i\sqrt{3}\}$ является вершиной единственного треугольника группы 💣.

4) Последовательность невырожденных треугольников, полученная из произведения двух произвольных невырожденных треугольников группы 💣 или одного вырожденного и одного невырожденного треугольников, сходится к равносторонним треугольникам, центры которых совпадают с одной из двух точек $P(+i\sqrt{3})$, $Q(-i\sqrt{3})$, в то время как аналогичная последовательность, порожденная любыми двумя вырожденными треугольниками, сходится к нулевой точке.

5) Множество всех равнобедренных, всех прямоугольных и всех вырожденных треугольников образуют подгруппы группы 💣, причем группа 💣 распадается в прямое произведение подгрупп равнобедренных и вырожденных треугольников.

6) Образы классов эквивалентности группы 💣 по подгруппам всех равнобедренных, всех прямоугольных и всех вырожденных треугольников являются действительными окружностями, причем, образы классов эквивалентности группы 💣 по подгруппам всех равнобедренных и всех вырожденных треугольников

принадлежат соответственно эллиптическому и ортогональному ему гиперболическому пучку окружностей с неподвижными точками $P(+i\sqrt{3})$, $Q(-i\sqrt{3})$, а образы классов эквивалентности группы 💣 по подгруппам всех равнобедренных и всех прямоугольных треугольников касаются по три в точках окружности - образе класса эквивалентности группы 💣 по подгруппе всех вырожденных треугольников.

7) Девять точек пересечения окружностей - образов всех классов эквивалентности группы 💣 определяют два четырежды перспективных треугольника, три центра перспективы которых лежат на действительной оси, а четвертый на мнимой.

8) Каждая окружности гиперболического пучка является описанной по крайней мере около одного из треугольников группы 💣.

9) В группе 💣 не существует пары подобных и одинаково ориентированных треугольника.

Докажем, например, предложение 3). Критерий подобия и одинаковой ориентированности треугольников $A_1A_2A_3$ и MNP имеет вид

$$\begin{vmatrix} a_1 & m & 1 \\ a_2 & n & 1 \\ a_3 & p & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Решая, относительно a_1 это уравнение находим единственное допустимое решение

$$a_1 = \frac{2m-n-p}{n-p}.$$

Учитывая условия предложения 1), получим

$$\begin{vmatrix} m & \overline{m} & 1 \\ n & \overline{n} & 1 \\ p & \overline{p} & 1 \end{vmatrix} \neq 0, \quad m-p \neq (n-p)e^{\pm\frac{\pi}{3}i},$$

т.е. если треугольник MNP невырожден и не является равносторонним, то в семействе 💣 существует единственный невырожденный, подобный и одинаково ориентированный треугольник $A_1A_2A_3$, координаты которого определяются формулами

$$a_1 = \frac{2m-n-p}{n-p}, \quad a_2 = \frac{2n-p-m}{p-m} \quad a_3 = \frac{2p-m-n}{m-n}.$$

В случае вырожденности треугольника MNP треугольник $A_1A_2A_3$ также вырождается, оставаясь при этом подобным треугольнику MNP. Приведем компьютерные рисунки к предложениям 4) и 6).

Библиографический список

1. *Hübler. F*. Dreiecksmengen mit Gruppeneigenschaft. PM 9 (1967), 309-312.
2. *Hübler. F*. Ein Symbolproduct in der Dreiecksgeometrie. PM 15 (1973), 295-299.

N.V. M a l a k h o v s k y

FAMILY OF TRIANGLE GROUPS

Abel group 💣 of special type triangles is defined on the extended complex plane by means of Hubler multiplication.