П р е д л о ж е н и е 6. В точке типа U_7 отображения f_a и K_{af} имеют касание 2-го порядка; замыкание $\overline{\mathfrak{M}}$ множества главных точек совпадает с гиперплоскостью Π°.

При $m>n=1$ имеем:

$$Z_1 \Leftrightarrow Z_2 \Leftrightarrow Z_3; \quad Z_4 \Leftrightarrow Z_5 \Leftrightarrow Z_{34}; \; Z_6 \Leftrightarrow Z_7,$$

и, таким образом, во множестве $\{U_i, U_{ij}\}$ остается три различных типа особых точек (см. рис.(б)).

Заметим, что фундаментальные объекты отображения $A_m \to A_n$ $(m>n)$ и объект t_7 можно относить также и к случаю $m=n$, если считать $\hat{\alpha}, \ldots = \overline{1,n}$; $\mathcal{J}, \ldots = \overline{1,n}$; $\alpha, \beta \in \varnothing$. В этом случае $t_1 = t_2 = t_4 = t_5 = \varnothing$.

Зависимость между непустыми классами конфигураций при $m=n>1$ представлена на рис.(в).

Библиографический список

1. А н д р е е в Б.А. Некоторые вопросы дифференциальной геометрии соответствий между точечным проективным пространством и пространством нуль-пар // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвузовский темат.сб.науч.тр./Калинингр.ун-т. Калининград, 1974. Вып. 5. С.6-24.

2. А н д р е е в Б.А. О распределении линейных элементов, порожденных отображением $f: P_m \to A_n$ $(m>n)$ // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвузовский темат.сб.науч.тр. / Калинингр.ун-т, 1979. Вып. 10. С.5-9.

3. А н д р е е в Б.А. Некоторые типы характеристической конфигурации отображения f // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвузовский темат. сб.науч.тр. / Калинингр.ун-т. Калининград. 1980. Вып. 11. С.3-6.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып.17 1986

УДК 514.75

КОНГРУЭНЦИИ ОРИСФЕР В ПРОСТРАНСТВЕ ЛОБАЧЕВСКОГО

И.Н. А р т е м о в а

В работе рассматриваются конгруэнции орисфер с использованием интепретации Кэли-Клейна [1]. В этой интерпретации орисфера есть невырожденная и нелинейчатая поверхность второго порядка, касающаяся изнутри овального абсолюта в точке A, обладающая следующим свойством: полюс относительно абсолюта касательной плоскости к орисфере в точке M, где M – любая точка орисферы, отличная от точки A, должен лежать на прямой AM. Таким образом, конгруэнция орисфер является частным случаем конгруэнции нелинейчатых квадрик в трехмерном проективном пространстве P_3, огибающих одну нелинейчатую квадрику. Поэтому для изучения конгруэнции орисфер использовались результаты теории квадрик в P_3.

Рассмотрим в P_3 конгруэнцию (Q) невырожденных нелинейчатых квадрик, касающихся изнутри невырожденной, нелинейчатой, фиксированной квадрики Q_0, которую назовем абсолютом. Отнесем конгруэнцию (Q) к реперу $R=\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, где A_1 – точка касания квадрики $Q \in (Q)$ с абсолютом Q_0; A_2 – произвольная точка абсолюта Q_0, отличная от A_1. Вершины A_3 и A_4 расположим на прямой, полярно сопряженной прямой A_1A_2 относительно абсолюта, так, чтобы точки A_3 и A_4 были полярно сопряжены относительно абсолюта. При надлежащей нормировке вершин уравнение абсолюта Q_0 принимает вид:

$$(x^3)^2 + (x^4)^2 - 2x^1x^2 = 0.$$

Условия инвариантности абсолюта запишутся в виде

$$\omega_\alpha^\beta = 0, \; \omega_\alpha^3 = \omega_3^\beta, \; \omega_\alpha^4 = \omega_4^\beta, \; \omega_1^1 + \omega_2^2 = 0, \; \omega_3^4 = -\omega_4^3, \; \omega_3^3 = 0. \quad (1)$$

$(\alpha, \beta = 1,2; \; \alpha \neq \beta)$.

Уравнение орисферы как ортогональной поверхности связки параллельных прямых имеет вид: $2(x^2)^2-2x^1x^2+(x^3)^2+(x^4)^2=0$. В силу невырожденности поверхности (A_1) $\omega_1^3\wedge\omega_1^4\neq 0$. Система пфаффовых уравнений конгруэнции орисфер (S) состоит из уравнений (1) и уравнения $\omega_2^2=\lambda^1\theta_1+\lambda^2\theta_2$, где $\theta_1=\omega_1^3$, $\theta_2=\omega_1^4$.

Т е о р е м а 1. Конгруэнции (S) существуют и определяются с произволом одной функции двух аргументов.

Т е о р е м а 2. Фокальное многообразие [2] орисферы $S\in(S)$ состоит из одной собственной точки $P = (1+\frac{1}{2}((\lambda^1)^2+(\lambda^2)^2)A_1+A_2-\lambda^1A_3-\lambda^2A_4$ и из пары мнимых прямых, пересекающихся в несобственной точке A_1.

Канонизируем репер следующим образом. Точку A_1+A_2 совмещаем с фокальной точкой P, а точки A_3 и A_4 помещаем в фокусы луча A_3A_4 прямолинейной конгруэнции (A_3A_4). Координатные линии $\theta_1=0$, $\theta_2=0$ в каноническом репере соответствуют торсам прямолинейной конгруэнции (A_3A_4). Система пфаффовых уравнений (S) включает уравнения (1) и уравнения $\omega_2^2=0$, $\omega_2^3=\rho\theta_1$, $\omega_2^4=\tau\theta_2$, $\omega^4=s^1\theta_1+s^2\theta_2$. Назовем ассоциированными орициклами орициклы C_3 и C_4, получающиеся пересечением орисферы S координатными плоскостями $(A_1A_2A_3)$ и $(A_1A_2A_4)$. Орициклы C_3 и C_4 определяются соответственно уравнениями

$$2(x^2)^2-2x^1x^2+(x^4)^2=0,\quad x^3=0;$$
$$2(x^2)^2-2x^1x^2+(x^3)^2=0,\quad x^4=0.$$

Анализируя систему уравнений, определяющих фокальные поверхности конгруэнций (C_3) и (C_4), убеждаемся в справедливости следующей теоремы.

Т е о р е м а 3. Фокальное многообразие конгруэнций (C_3), (C_4) ассоциированных орициклов C_3 и C_4 имеет только три собственные фокальные поверхности, описанные точками: P, $\mathcal{D}_4^{\varepsilon}=(-\rho-s^1a_{\varepsilon}^4)A_1+A_2+a_{\varepsilon}^4A_4$ и $\mathcal{D}_3^{\varepsilon}=(-\tau-2s^2a_{\varepsilon}^3)A_1+A_2+a_{\varepsilon}^3A_3$, где $a_{\varepsilon}^4=-s^1\pm\sqrt{(s^1)^2-2(\rho+1)}$, $a_{\varepsilon}^3=-s^2\pm\sqrt{(s^2)^2-2(1+\tau)}$, $\varepsilon^2=1$.

Библиографический список

1. М а л а х о в с к и й В.С., Махоркин В.В. Конгруэнции поверхностей второго порядка в трехмерном проективном пространстве// Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвузовский темат.сб.науч.тр./Калинингр. ун-т. Калининград, 1974. Вып.4. С.86-106.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ ФИГУР
Вып.17 1986

УДК 514.75

ОБ ОДНОМ НЕИНТЕГРИРУЕМОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ НА БЕСКОНЕЧНОМЕРНОМ МНОГООБРАЗИИ ДИФФЕОМОРФИЗМОВ

Ю.С. Б а р а н о в, Ю.Е. Г л и к л и х

Работа посвящена построению специального гладкого распределения (подрасслоения касательного расслоения) на бесконечномерном многообразии сохраняющих объем диффеоморфизмов дубля компактного многообразия с краем. Это распределение можно интерпретировать как механическую связь в смысле работ [1 -3] для систем на многообразии диффеоморфизмов, описывающих гидродинамику на основе современного геометрического лагранжева подхода, восходящего к работе [4] (см. также [5 - 7]). Заданные связью ограничения на лагранжевы гидродинамические системы идеальной несжимаемой жидкости на дубле приводят к движениям жидкости, эквивалентным движениям на первоначальном многообразии с краем. Таким образом, удается сводить некоторые задачи гидродинамики на многообразиях с краем к аналогичным задачам со связностью на многообразиях без края (на дубле), которые лучше изучены. Построенное распределение существенно бесконечномерно и неинтегрируемо. Для построения различных бесконечномерных расслоений, доказательства их гладкости и гладкости действующих в них операторов мы модифицируем методы [6, приложение А] и используем ортогональность относительно сильных римановых метрик, свойства которых аналогичны конечномерным [8]. Подробное описание геометрии многообразия диффеоморфизмов содержится в [6].

Пусть M - C^{∞}-гладкое компактное риманово многообразие с C^{∞}-краем ∂M, $\widetilde{M}$-дубль M с римановой метрикой, гладко продолженной с M. Рассмотрим гильберто-