## М. Д. Верещагин, А. В. Кузырятский

# МЕТОД ОЦЕНКИ ШИРИНЫ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ ПО СИГНАЛУ, ГЕНЕРИРУЕМОМУ ДОМЕННОЙ СТЕНКОЙ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ ИЗМЕРИТЕЛЬНУЮ КАТУШКУ

Выведена формула для ЭДС индукции Фарадея от движущейся в микропроводе доменной стенки. Производная по времени магнитного потока в измерительной катушке выражается через пятикратный интеграл по объему стенки и поверхности сечения катушки. Полученное выражение сравнивается с полученными ранее при упрощенном описании объектов измерения.

The formula for the emf Faraday induction from a domain wall moving in a microwire is derived. The time derivative of the magnetic flux in the measuring coil is expressed through a five-fold integral over the wall volume and over the coil section surface. The resulting expression is compared with those obtained previously with a simplified description of the measurement objects.

Ключевые слова: доменная стенка, измерительная катушка, ЭДС индукции.

Keywords: domain wall, measurement coil, Faraday EMF.

### Введение

В последнее время ферромагнитные аморфные микронити привлекают повышенное внимание ученых. Это связано с целым набором их замечательных свойств, таких как бистабильность, гигантское магнитосопротивление, магнитомягкость и др. [1-3]. Микронити на основе железа обладают способностью перемагничиваться под действием внешнего магнитного поля за счет движения доменной стенки (ДС) [2; 3]. Причем скорость движения ДС оказывается очень велика (достигает нескольких км/ч) [2; 3]. Это позволяет использовать магнитные нити для запоминающих и логических устройств, сенсоров различных физических величин (температуры, поля, напряжений) и т.п. [4-6]. Наибольшую популярность приобрели микронити цилиндрической формы, так как благодаря их симметричной форме в них легко контролировать скорость распространения ДС. Для таких нитей скорость имеет прямо пропорциональную зависимость от величины приложенного поля (если поле направлено вдоль нити) [2; 3].

Однако в силу достаточно больших размеров нити (диаметр нити составляет порядка нескольких микронов) [7—12] микромагнитное моделирование является затруднительным. В свою очередь, аморфность материалов, из которых сделаны нити, не позволяет применить резонансные экспериментальные техники для установления микромагнитной структуры внутри нити [13—15]. Оценки микромагнитной структуры позволяют сделать лишь интегральные магнитные методы [16; 17]. Поэтому методы, позволяющие на основе полученных экспериментальных данных оценить геометрические параметры ДС, приобретают важное значение.

В статье [18] был предложен метод оценки ширины доменной стенки, основанный на эффекте Фарадея. В настоящей статье мы рассматриваем ту же экспериментальную методику, существенно уточняя аналитические формулы, используемые для оценки ширины ДС. Также мы укажем случаи, в которых можно пользоваться упрощенными формулами, предложенными в [18].

Микромагнитная структура металлической жилы состоит из двух доменов: внешнего и внутреннего [3]. В зависимости от знака коэффициента магнитострикции  $\lambda_s$  внешней домен имеет радиальную структуру (при  $\lambda_s > 0$ ) или круговую (при  $\lambda_s < 0$ ). Внутренний же домен имеет аксиальную структуру. Его размеры существенно больше размеров внешнего домена (до 99%) [3]. Поэтому при произведении оценок будем считать, что радиус внутреннего домена совпадает с радиусом магнитной жилы *R*.

#### Модель

В электродинамике принято рассчитывать магнитное поле либо через векторный либо через скалярный потенциал. Мы будем использовать второй подход. Итак, введем скалярный потенциал

$$\vec{H} = -\vec{\nabla}\psi, \qquad (1)$$

где  $\vec{H}$  — напряженность магнитного поля;  $\vec{\nabla}$  — оператор набла;  $\psi$  — скалярный потенциал.

Тогда из уравнений Максвелла он выразится следующим образом:

$$\psi = \int_{V'} \frac{\vec{\nabla}' \vec{M}}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|} dV' + \frac{1}{4\pi} \int_{S'} \frac{M_{n-} - M_{n+}}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|} dS', \qquad (2)$$

где V' — любой объем, содержащий магнитное вещество с намагниченностью  $\vec{M}$ ;  $M_{n\mp}$  — нормальные компоненты вектора намагниченности, помеченные снаружи (+), а внутри (-), на поверхности магнитного поля *S*'.

Таким образом, напряженность магнитного поля  $\hat{H}$ , создаваемого намагниченным веществом, имеет две составляющие: поверхностную и объемную. В теории микромагнитизма поверхностную часть называют полем рассеяния. В рамках рассматриваемой задачи поле рассеяния существенно слабее объемной составляющей поля, поэтому мы не будем его рассматривать. Исследованию полей рассеяния будет посвящена отдельная работа.

Напряженность магнитного поля можно рассчитать следующим образом:

$$\vec{H} = -\vec{\nabla}\psi = -\vec{\nabla}\int_{V'} \frac{\vec{\nabla}'\vec{M}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' = -\int_{V'} \vec{\nabla}' \left(\vec{M}\right) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' = = 2\int_{V'} \vec{\nabla}' \left(\vec{M}\right) \frac{\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'.$$
(3)

Здесь и далее  $\vec{r'}$  описывают положения точек внутри нити, а  $\vec{r}$  – положение точки снаружи нити, в которой рассчитывается поле. Символы  $\vec{\nabla}$  и  $\vec{\nabla}$  обозначают операторы набла координатам нити и по координатам пространства соответственно.

Магнитная индукция тогда находится следующим образом:

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M} = 4\pi \vec{M} + 2 \int_{V'} \vec{\nabla}' \left(\vec{M}\right) \frac{\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3} dV'.$$
(4)

Так как катушка перпендикулярна оси нити, магнитный поток через катушку зависит только от проекции магнитной индукции на ось нити

$$\Phi = \oint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_{S} B_{z} \cdot dS.$$
(5)

Учтем специфику распределения намагниченности внутри нити, а именно тот факт, что вне ДС намагниченность однородна, поэтому  $\vec{\nabla}' \vec{M}$  равен нулю. Таким образом, будем считать интеграл по объему ДС.

В силу симметрии задачи перепишем выражение в цилиндрических координатах  $\rho', \varphi', z'$ , полагая, что ДС имеет радиус R, ширину h, расположена в точке  $z_{\text{DW}}$  и ограничена функциями  $f(\rho', \varphi')$  и  $g(\rho', \varphi')$  слева и справа соответственно:

$$\begin{split} B_{z} &= 4\pi M_{z} + H_{z} = 4\pi M_{z} + 2\int_{V'} \vec{\nabla} \left(\vec{M}\right) \frac{(z-z')}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^{3}} dV' = \\ &= 4\pi M_{z} + 2\int_{V'_{DW}} \vec{\nabla} \left(\vec{M}\right) \frac{(z-z')}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^{3}} dV' = \\ &= 4\pi M_{z} + 2\int_{V'_{DW}} \vec{\nabla} \left(\vec{M}\right) \frac{(z-z')}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^{3}} dV' = \end{split}$$

106

$$= 4\pi M_{z} + 2M \int_{0}^{R_{2}\pi^{z}_{DW}+f(\rho',\phi')} \int_{0}^{R_{2}\pi^{z}_{DW}+f(\rho',\phi')} \sigma(\rho',\phi',z'-z_{DW}) \times \frac{\rho'(z-z')}{[\rho^{2}+\rho'^{2}-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')+(z-z')^{2}]^{3/2}} d\rho'd\varphi'dz',$$
(6)

107

где  $\vec{\nabla}\vec{M}' = M\sigma(\rho', \varphi', z' - z_{DW})$ . Соответственно, М — модуль намагниченности.

Геометрия задачи представлена на рисунке 1.



Рис. 1. Геометрия задачи

Теперь положим, что ДС распространяется, в то время как ее «форма» не меняется. Это означает, что  $z_{DW} = s(t)$ , где s(t) — закон движения стенки, а f и g остаются неизменными. (В частности, если ДС движется с постоянной скоростью v со стартового положения  $z_0$ , тогда  $s(t) = z_0 + vt$ .) В этом случае выражение (4) принимает следующую форму:

$$B_{z} = 4\pi M_{z} + 2M \int_{0}^{R_{2}\pi^{s(t)+g(\rho',\phi')}} \int_{0}^{\sigma} (\rho', \phi', z' - s(t)) \times \frac{\rho'(z-z')}{[\rho^{2} + \rho^{'2} - 2\rho\rho'\cos(\phi - \phi') + (z-z')^{2}]^{3/2}} d\rho' d\phi' dz'.$$
(7)

Далее найдем производную по времени от проекции магнитной индукции на ось нити:

$$\frac{\partial B_{z}}{\partial t} = 4\pi \frac{\partial M_{z}}{\partial t} + 2M\dot{s} \int_{0}^{R} d\rho' \int_{0}^{2\pi} d\varphi' [\int_{s(t)+f(\rho',\phi')}^{s(t)+g(\rho',\phi')} \frac{\partial\sigma(\rho',\varphi',z'-s(t))}{\partial(z'-s(t))} \times \frac{\rho'(z-z')}{[\rho^{2}+\rho^{'2}-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')+(z-z')^{2}]^{3/2}} d\rho' d\varphi' dz' + \frac{\sigma(\rho',\varphi',g(\rho',\varphi'))\rho'(z-s(t)-g(\rho',\varphi'))}{[\rho^{2}+\rho^{'2}-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')+(z-s(t)-g(\rho',\varphi'))^{2}]^{3/2}} - \frac{\sigma(\rho',\varphi',f(\rho',\varphi'))\rho'(z-s(t)+f(\rho',\varphi'))}{[\rho^{2}+\rho^{'2}-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')+(z-s(t)+f(\rho',\varphi'))^{2}]^{3/2}}].$$
(8)

На следующем шаге возьмем внутренний интеграл частям, выбирая выражение под интегралом без производной по  $\sigma$  по времени u:

$$\frac{\partial B_{z}}{\partial t} = 4\pi \frac{\partial M_{z}}{\partial t} + 2M\dot{s} \int_{0}^{R} d\rho' \int_{0}^{2\pi} d\phi' \int_{s(t)+f(\rho',\phi')}^{s(t)+g(\rho',\phi')} \sigma(\rho',\phi',z'-s(t)) \times \frac{\rho'[2(z-z')^{2}-\rho^{2}-\rho'^{2}+2\rho\rho'\cos(\phi-\phi')]}{[\rho^{2}+\rho'^{2}-2\rho\rho'\cos(\phi-\phi')+(z-z')^{2}]^{5/2}} dz'.$$
(9)

Для удобства введем новую переменную z'' = z' - s(t), тогда

$$\frac{\partial B_{z}}{\partial t} = 4\pi \frac{\partial M_{z}}{\partial t} + 2M\dot{s} \int_{0}^{R} d\rho' \int_{0}^{2\pi} d\phi' \int_{f(\rho',\phi')}^{g(\rho',\phi')} \sigma(\rho',\phi',z'') \times \frac{\rho' [2(z-z''-s(t))^{2}-\rho^{2}-\rho'^{2}+2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')]}{[\rho^{2}+\rho'^{2}-2\rho\rho'\cos(\varphi-\phi')+(z-z''-s(t))^{2}]^{5/2}} dz''.$$
(10)

Тогда ЭДС-сигнал, генерируемый в катушке, расположенной в точке z, можно рассчитать следующим образом:

$$\varepsilon = -\frac{4\pi}{c} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{R_{c}} \frac{\partial M_{z}}{\partial t} \rho d\rho d\phi - \frac{2M\dot{s}}{c} \int_{0}^{2\pi} d\phi \int_{0}^{R_{c}} d\rho \int_{0}^{R} d\rho' \int_{0}^{2\pi} d\phi' \int_{f(\rho',\phi')}^{g(\rho',\phi')} \sigma(\rho',\phi',z'') \times \frac{\rho \rho' [2(z-z''-s(t))^{2}-\rho^{2}-\rho'^{2}+2\rho \rho' \cos(\phi-\phi')]}{[\rho^{2}+\rho'^{2}-2\rho \rho' \cos(\phi-\phi')+(z-z''-s(t))^{2}]^{5/2}} dz''.$$
(11)

Альтернативно можно вернуться к исходной переменной  $z^\prime$ 

108

$$\times \frac{\rho \rho' [2(z-z')^2 - \rho^2 - \rho'^2 + 2\rho \rho' \cos(\varphi - \varphi')]}{[\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho \rho' \cos(\varphi - \varphi') + (z-z')^2]^{5/2}} dz'.$$
 (12)

Эти две формулы должны использоваться в расчетах сигнала.

#### Сравнение результатов

Найдем условия, которые нужно наложить, чтобы получить из выведенных формул (11) и (12) используемую в литературе формулу из [18].

Нужно сделать следующие допущения:

1) ДС движется с постоянной скоростью, то есть  $s(t) = z_0 + vt$ ;

2)  $\sigma$  не зависит от  $\rho'$  и  $\phi'$ , то есть  $\sigma(\rho', \phi', z' - s(t)) = \sigma(z' - z_0 - vt);$ 

3) границы ДС плоские, то есть f = -h/2 and g = h/2;

4) магнитное поле в каждой точке витка катушки одинаково и равно полю в центре катушки, то есть  $\rho = 0$ ;

5) пренебрегаем вкладом намагниченности в точке, то есть первым слагаемым в формуле (12).

Тогда уравнение (12) принимает вид

$$\varepsilon = -\frac{4\pi M s}{c} \int_{0}^{R} \rho d\rho \int_{0}^{R} d\rho' \int_{0}^{2\pi} d\varphi' \times \\ \times \int_{s(t)+h/2}^{s(t)+h/2} \sigma(z'-z_{0}-vt) \frac{\rho'[2(z-z')^{2}-\rho'^{2}]}{[\rho'^{2}+(z-z')^{2}]^{5/2}} dz' = \\ = -\frac{4\pi M v S R^{2}}{c} \int_{s(t)-h/2}^{s(t)+h/2} \frac{\sigma(z'-z_{0}-vt)}{[R^{2}+(z-z')^{2}]^{3/2}} dz',$$

где *S* — площадь поперечного сечения катушки.

Предположение 4 мы находим некорректным и потому настаиваем на использовании новых формул (11) или (12) даже для относительно простых конфигураций.

Более того, как показано в работах [19; 20], наиболее вероятно, что ДС имеет наклонную структуру, а потому предположения 2 и 3 также выглядят сомнительно. Предположение 1 выполняется не для всех нитей, поскольку известно, что существуют нити, в которых ДС движется с ускорением [21]. Предположение 5 выглядит наиболее обоснованным.

#### Выводы

Предложена новая уточненная формула для расчета сигнала ЭДС, генерируемого на считывающей катушке при прохождении ДС вдоль микронити. Обосновано, почему формула, используемая в литературе ранее, некорректна.

Используя формулы, выведенные в рамках данной статьи, можно оценить геометрические размеры (ширину, длину, наклон) по полу-

109



ченному сигналу ЭДС, генерируемому на катушке, если имеется информация о форме ДС. Делается это подбором ширины ДС так, чтобы сигнал, регистрируемый на катушке, совпал с вычисляемым по формулам (11) и (12).

**Благодарности.** Авторы благодарят С.Б. Лебле за постановку задачи, консультации по содержанию статьи и обсуждение результатов.

#### Список литературы

1. Allwood D., PVthVV R. Cowburn. Magnetic Domain Wall Logic. Wiley, 2010.

2. *Zhukov A., Zhukova V.* Magnetic Properties and Applications of Ferromagnetic Microwires with Amorphous and Nanocrystalline Structure // Nanotechnology science and technology series. Nova Science Publishers, 2009. 18.

3. *Vázquez M*. Magnetic Nano- and Microwires: Design, Synthesis, Properties and Applications. Woodhead Publishing Series in Electronic and Optical Materials. Elsevier Science, 2015.

4. *Hayashi M., Thomas L., Rettner C. et al.* Dependence of current and field driven depinning of domain walls on their structure and chirality in permalloy nanowires // Phys. Rev. Lett. 2006. № 97. 207205.

5. *Zhukova V., Blanco J.M., Corte-Leon P. et al.* Grading the magnetic anisotropy and engineering the domain wall dynamics in fe-rich microwires by stress-annealing // Acta Materialia. 2018. № 155. P. 279–285.

6. Vázquez M., Basheed G., Infante G., Rafael P. Trapping and injecting single domain walls in magnetic wire by local fields // Physical review letters. 2012. № 108. 037201.

7. *Zhukov A*. Domain wall propagation in a fe-rich glass-coated amorphous microwire // Applied Physics Letters. 2001. №78(20). P. 3106–3108.

8. Zhukov A., Ipatov M., Talaat A. et al. Engineering of magnetic properties of coand fe-rich microwires // IEEE Transactions on Magnetics. 2018. N 54(6). P. 1–7.

9. *Chiriac H., Óvári T.A., Gh. Pop.* Internal stress distribution in glass-covered amorphous magnetic wires // Phys. Rev. B. 1995. № 52. P. 10104–10113.

10. *Vázquez M., Zhukov A*. Magnetic properties of glass-coated amorphous and nanocrystalline microwires // J. Magn. Magn. Mater. 1996. № 160. P. 223 – 228.

11. Aragoneses P., Blanco J.M., Dominguez L. et al. The stress dependence of the switching field in glass-coated amorphous microwires // Journal of Physics D: Applied Physics. 1998. № 31 (21). 3040.

12. *Varga R*. Magnetization processes in glass-coated microwires with positive magnetostriction // Acta Physica Slovaca. 2012. №62. P. 411–518.

13. *Chizhik A., Zhukov A., Gonzalez J., Stupakiewicz A.* Basic study of magnetic microwires for sensor applications: Variety of magnetic structures // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2017. №422. P. 299–303.

14. *Chizhik A., Garcia C., Zhukov A. et al.* Investigation of helical magnetic structure in co-rich amorphous microwires // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2007. № 316 (2). P. 332–336.

15. *Stupakiewicz A., Chizhik A., Tekielak M. et al.* Direct imaging of the magnetization reversal in microwires using all-moke microscopy // The Review of scientific instruments. 2014. № 85.

16. Baraban I., Gorshenkov M., Andreev N. et al. The role of structural properties on magnetic characteristics of glass-coated microwires // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2018. Vol. 459. P. 61–65.



18. *Gudoshnikov S. A., Grebenshchikov Yu. B., Ljubimov B. Ya. et al.* Ground state magnetization distribution and characteristic width of head to head domain wall in Fe-rich amorphous microwire // Physica Status Solidi (A) Applications and Materials. 2009. № 206 (4). P. 613–617.

19. Vereshchagin M. Structure of domain wall in cylindrical amorphous microwire // Physica B: Condensed Matter. 2018. Vol. 549. P. 91-93.

20. Vereshchagin M., Baraban I., Leble S., Rodionova V. Structure of head-to-head domain wall in cylindrical amorphous ferromagnetic microwire and a method of anisotropy coefficient estimation // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2020. Vol. 504. 166646. https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.166646.

#### Об авторах

Михаил Дмитриевич Верещагин — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия. E-mail: m.vereshchagin@gmail.com

Александр Викторович Кузырятский — магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия.

E-mail: m.vereshchagin@gmail.com

#### The authors

Dr Michael D. Vereshchagin, Associate Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: m.vereshchagin@gmail.com

Alexander V. Kuzyryatsky, Master's Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Russia.

E-mail: m.vereshchagin@gmail.com