

В. И. Таранов, А. В. Зинкевич

СТРУКТУРА ПЛОСКОГО СЛОЯ ИЗ РАВНОБЕДРЕННЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Приведены результаты исследования структуры плоского вертикального слоя из равнобедренных треугольников в поле тяжести. Получено распределение пористости по слою. Обнаружена волновая структура насыщенного слоя.

The article presents the results of research on the structure of a flat vertical layer from isosceles triangles in gravity field. It also describes porosity distribution in a layer and the wave structure of a bulk layer.

Ключевые слова: пористость слоя, волновая структура, моделирование.

Keywords: layer porosity, wave structure, modelling.

Моделирование полупорядоченных систем на механических моделях сыграло большую роль в понимании структуры таких систем и их макросвойств. Развитие компьютерного моделирования позволило сделать существенный шаг вперед. Однако практически все существующие методы численного моделирования применимы либо к системам из сферических (дисковых для плоскости) частиц, либо частиц с потенциалом взаимодействия, зависящим от расстояния. Однако для таких систем, как жидкие кристаллы, насыпные слои, пленочные покрытия и т.д., такое приближение оказывается слишком грубым. Моделирование на основе потенциалов, учитывающих ориентационное взаимодействие, пока не дало положительных результатов [1].

Поэтому имеет смысл вернуться в исследовании общих структурных свойств систем из несферических объектов к простым механическим моделям.

В работе приведены некоторые предварительные результаты анализа структуры плоского слоя из одинаковых равнобедренных треугольников. Установка состояла из двух вертикальных плоскопараллельных листов стекла с постоянным зазором $h=7,0$ мм. В прямоугольную камеру с шириной основания $b=36$ см и высотой $h=55$ см бросались одинаковые плоские равнобедренные треугольники из полихлорвинила толщиной 5,0 мм, длиной основания 12 мм и боковыми сторонами 24 мм. Погрешность изготовления треугольников по длине сторон составила 1 мм. Треугольники бросались поштучно, первоначальная их ориентация до броска была случайной. В каждом эксперименте бросалась тысяча



Рис. 1. Фотография слоя

треугольников. На рисунке 1 приведено фото одного из вариантов образующегося слоя.

Вначале было исследовано распределение частиц по высоте. Рассчитывалась пористость ϵ (отношение свободной $S_{св}$ площади между треугольниками к полной площади). Для этого брались полосы высотой 3,0 и 6,0 см. Считалось количество треугольников в данной полосе.

Результаты представлены на рисунке 2, где приведена и усредненная кривая. Как видно из графика, распределение треугольников носит четко выраженную волновую структуру.

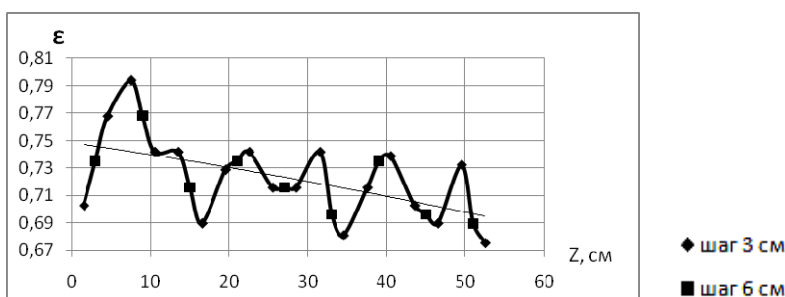


Рис. 2. Изменение пористости по высоте

Для исследования зависимости $\epsilon(x)$ вся ширина камеры была разбита на 20 одинаковых полос $\Delta x=1,78$ см. Результаты представлены на рисунке 3. Из графика однозначно следует наличие квазиколебательной структуры и вдоль оси x .

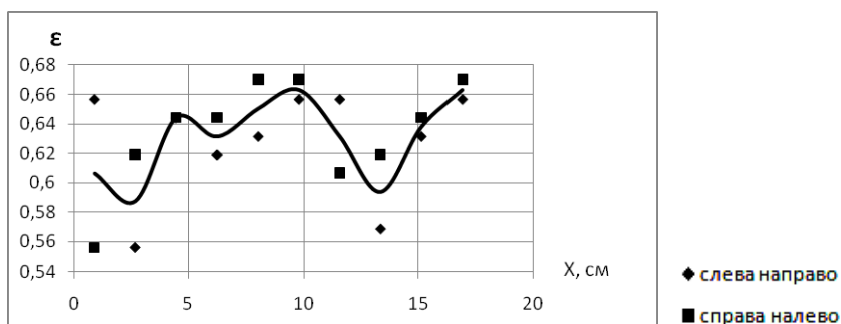


Рис. 3. Зависимость пористости по горизонтали

Как известно [2], для описания стохастической структуры из одинаковых плоских тел может быть введено понятие длины свободного пробега как среднего свободного расстояния между телами. При случайном распределении объектов в плоскости

$$\lambda = \frac{\pi(1 - FD)}{L_0 D}, \quad (1)$$

где F – площадь одного треугольника, $D = \frac{N}{hb}$ – плотность площадок на единичную площадь, N – число частиц в слое, h – высота слоя, b – ширина слоя, L_0 – периметр треугольника. Среднее значение λ , рассчитанной по (1) составляет 3,0 мм.

Было исследовано распределение λ по x и z . Для этого проводились вертикальные и горизонтальные прямые, находились свободные расстояния между треугольниками вдоль этих прямых и затем считалось λ . На рисунках 4 и 5 представлены результаты расчетов. Из них следует, что средняя длина пробега отличается от теоретической. Это является следствием того, что получающаяся в опыте укладка не является чисто стохастической, но образует полуупорядоченную структуру.

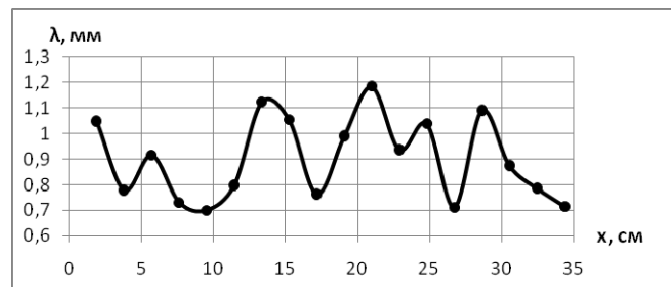


Рис. 4. Зависимость длины пробега по горизонтали

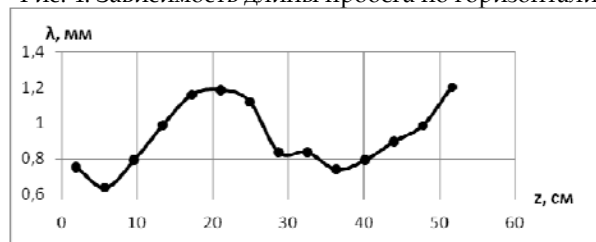


Рис. 5. Зависимость длины пробега по вертикали

Поле тяжести, действующее на частицы, приводит к более устойчивому горизонтальному положению. Было найдено среднее расстояние l , приходящееся на один треугольник. Для этого брались горизонтальные длиной $b=36$ см и вертикальные длиной $h=55$ см линии и считалось количество треугольников, которые пересекают линии. Затем находились для семи сечений средние x и z расстояния. Они оказались равными $l_z=1,1$ см и $l_x=1,3$ см.

Для анализа структуры слоя были найдены радиальные функции распределения

$$g(r) = \frac{n(z)}{n_0} = \frac{\Delta N(r)}{2\pi r \Delta r n_0}. \quad (2)$$

Расчет $g(r)$ производился следующим образом. Поскольку на всех частицах отмечался центр масс, то выбирался один из треугольников, положение его центра масс принималось за начало координат и затем

строились окружности с шагом $\Delta r = 3,0$ мм и считалось число частиц $\Delta N(r)$ в кольце от r до $r+\Delta r$. На рисунке 6 приведены результаты расчета для одного из вариантов. Из графика видно, что в данной системе координат для одной частиц структура в значительной степени отражает ближний порядок. Однако усреднение по многим вариантам приводит к существенному изменению $g(r)$. На рисунке 7 можно видеть усредненную кривую для 50 различных центров.

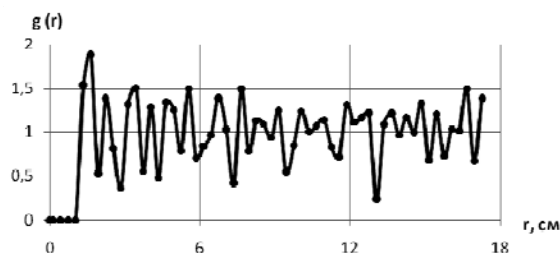


Рис. 6. Значение плотности вероятности в зависимости от r для одного центра

Еще одним важным параметром, описывающим пористую структуру слоя, является число частиц n_p , образующих пору. Усредненные статистические данные для рассматриваемой модели дают: три частицы образуют пору в 60 % случаев, четыре – 28 %, пять – 8 %, шесть – 4 %.

Сравнение с данными для плоской модели из дисков [3] указывает на значительное влияние геометрии частиц на n_p .

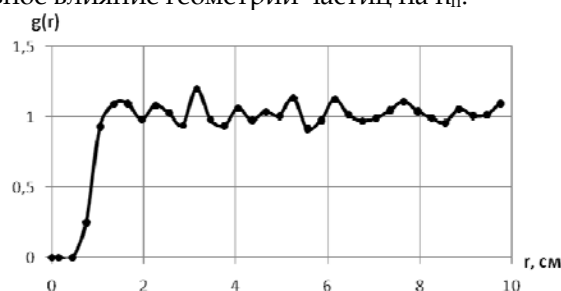


Рис. 7. Усредненное значение плотности вероятности от r для 50 центров

Итоговыми результатами работы являются:

- 1) рассматриваемая в работе модель полуупорядоченных структур из частиц с ориентационным взаимодействием позволяет выявить основные структурные закономерности таких систем;
- 2) в плоском слое треугольников обнаружена макроавтоволновая структура.

Список литературы

1. Клеман М., Лаврентович О.Д. Основы физики частично упорядоченных сред. М., 2007.
2. Сантало Л. Интегральная геометрия и геометрические вероятности. М., 1983.
3. Дик И.Г., Дьяченко Е.Н., Миньков Л.Л. Моделирование случайной упаковки шаров // Физическая мезомеханика. 2006. Т. 9, №4. С. 63 – 69.

Об авторах

В. И. Таранов – канд. физ.-мат. наук, доц., РГУ им. И. Канта.

А. В. Зинкевич – студ., РГУ им. И. Канта.

Authors

V. Taranov – Dr., IKSUR.

A. Zinkevich – student, IKSUR.